

**TÜBİTAK**

2009-323

*Or*

**TÜRKİYE BİLİMSEL VE TEKNOLOJİK ARAŞTIRMA KURUMU**  
THE SCIENTIFIC AND TECHNOLOGICAL RESEARCH COUNCIL OF TURKEY

**Elektrik, Elektronik ve Enformatik Araştırma Grubu**  
Electrical, Electronical and Informatics Research Group

108198

**Kablosuz İletişim Ağlarında Kullanıcı Yardımlaşmasına Dayalı  
Protokollerin Dizaynı, Optimum Kaynak Tahsisi ve İletim  
Stratejileri**

**Proje No: 106E018**

Yrd.Doç.Dr. Onur KAYA  
Çağatay EDEMEN

MART2009  
İSTANBUL

## **ÖNSÖZ / TEŞEKKÜR**

Bu proje, Işık Üniversitesi Elektronik Mühendisliği Bölümü bünyesinde gerçekleştirilmiş, ve Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu tarafından desteklenmiştir. Desteklerinden ötürü adı geçen kurumlara teşekkür ederiz.

## İÇİNDEKİLER

ÖNSÖZ/ TEŞEKKÜR.....	2
İÇİNDEKİLER.....	3
ŞEKİLLERİN LİSTESİ .....	4
TABLoların LİSTESİ.....	5
Özet .....	6
Abstract .....	7
1. GİRİŞ .....	8
1.1. İki kullanıcı sistemler için en iyi özkaynak tahsisi konusunda elde edilen temel sonuçlar .....	10
1.2. Üç kullanıcı sistemler için kanala uyarlanabilen özgün kodlama/kodçözme stratejilerinin ve bunlara bağlı erişilebilir hız bölgelerinin elde edilmesi. ....	11
2. GENEL BİLGİLER.....	13
3. GEREÇ, YÖNTEM VE BULGULAR–İKİKULLANICILI SİSTEMLER.....	18
3.1. İki kullanıcı işbirliğinde özkaynak tahsisi .....	18
3.2. Pencere kodlaması için güç kontrolü ile erişilebilir toplam veri hızları.....	22
4. GEREÇ, YÖNTEM VE BULGULAR –ÜÇKULLANICILI SİSTEMLER.....	24
4.1. Üç kullanıcı sistemlerde asimetrik işbirliği stratejisi.....	25
4.1.1. Erişilebilir Veri Hızları.....	30
4.1.2. Bireysel Erişilebilir Veri Hızı Kapalı Form İfadelerinin Elde Edilmesi.....	37
4.1.2.1 Erişilebilir veri hızı eşitsizlikleri.....	38
4.1.3. Erişilebilir Veri Hızı Bölgelerinin Benzetimi .....	41
4.2. Üç kullanıcı sistemlerde simetrik işbirliği stratejisi.....	45
4.2.2. Toplam Erişilebilir Veri Hızı Algoritması.....	51
4.2.2.1 Toplam Erişilebilir Veri Hızı Değerleri.....	55
4.2.3. Erişilebilir Veri Hızı Bölgelerinin Benzetimi, ve Sonuçların Karşılaştırılması.....	58
4.3. Kanala Uyarlanabilen İşbirliği Stratejileri ve Rayleigh Sönümlenme için Benzetimler....	61
4.3.1 Kanala Uyarlamalı Kodlama ve Kodçözme Stratejileri.....	62
4.3.2 Rayleigh Sönümlenme İçin Benzetim Modeli ve Sonuçları.....	64
4.4. Genellenmiş Geribeslemeli Çoklu Erişim Kanalı (GGÇEK) için Erişilebilir Hızlar.....	67
5. Tartışma ve Sonuç .....	68
KAYNAKLAR.....	69
EK-İ .....	71

## ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil 1. İki kullanıcılı sönmümlenen çoklu erişim kanalı.....	13
Şekil 2. İki kullanıcılı kapasite/erişilebilir hız bölgelerinin kıyaslanması.....	16
Şekil 3. Üç kullanıcılı işbirlikçi çoklu erişim.....	17
Şekil 4. a) Kullanıcı 1, b) Kullanıcı 2, c) Kullanıcı 3 için tüme gönderim sinyalleri şeması. .....	28
Şekil 5. a) Kullanıcı 1, b) Kullanıcı2, c) Kullanıcı 3 için çoklu erişim sinyalleri şeması..	30
Şekil 6 Kullanıcı 1 ve kullanıcı 2 için toplam veri hızının bulunmasını sağlayan akış diyagramı.....	39
Şekil 7. Erişilebilir veri hızı bölgesinin $R_1$ - $R_2$ kesiti, kullanıcı 3 sadece yardımcı.....	42
Şekil 8. Erişilebilir veri hızı bölgesinin $R_1$ - $R_3$ kesiti, kullanıcı 2 sadece yardımcı.....	43
Şekil 9. Erişilebilir veri hızı bölgesinin $R_2$ - $R_3$ kesiti, kullanıcı 1 sadece yardımcı.....	43
Şekil 10. Erişilebilir veri hızı bölgesinin $R_1$ - $R_2$ kesiti, kullanıcı 3 sadece yardımcı.....	44
Şekil 11. Erişilebilir veri hızı bölgesinin $R_1$ - $R_3$ kesiti, kullanıcı 2 sadece yardımcı.....	44
Şekil 12. Erişilebilir veri hızı bölgesinin $R_2$ - $R_3$ kesiti, kullanıcı 1 sadece yardımcı.....	45
Şekil 13. Toplam erişilebilir veri hızı algoritması için hiyerarşik sıralama.....	52
Şekil 14. Yeni toplam erişilebilir veri hızı algoritması akış diyagramı .....	54
Şekil 15. Katsayı Kümesi 1&2 için kodlama stratejileri performansı.....	59
Şekil 16. Katsayı Kümesi 3&4 için kodlama stratejileri performansı.....	59
Şekil 17. Durum 3 için üç boyutlu erişilebilir veri hızı.....	60
Şekil 18. Üç boyutlu benzetim sonucu çizim yöntemi.....	61
Şekil 19. Rayleigh sönmümlenme için iki ve üç kullanıcılı işbirliğinin karşılaştırılması.....	65
Şekil 20. Rayleigh sönmümlenme için üç boyutlu erişilebilir veri hızı bölgesi.....	66
Şekil 21. Üç kullanıcılı GGÇEK.....	67

## TABLULARIN LİSTESİ

Tablo 1. Kullanıcı sinyal çözümü tablosu.....	28
Tablo 2. Üst üste bindirmeli asimetrik blok Markov kodlayıcının 1. ve 2. blok sinyalleri .....	30
Tablo 3. Yeni kanal sıralamasına göre kullanıcı sinyal çözümü tablosu .....	46
Tablo 4. Üst üste bindirmeli simetrik blok Markov kodlayıcının 1. ve 2. blok sinyalleri.....	47
Tablo 5. Örnek kapasite elde edilim sayısı.....	51
Tablo 6. Katsayı kümesi tablosu .....	58
Tablo 7. Olası kanal dağılımları ve karşılık gelen durumlar.....	62
Tablo 8. Kodlama Stratejisi tablosu .....	63
Tablo 9: Üst üste bindirmeli Simetrik kodlamalı blok Markov kodlayıcının 1. ve 2. blok sinyalleri .....	72

## Özet

Bu projede, çoklu erişim kanallarında kanala uyarlamalı özgün kullanıcı işbirliği stratejileri geliştirilmiştir. Literatürde yalnızca iki kullanıcı için ele alınan karşılıklı ve eşzamanlı işbirliği teknikleri, üç kullanıcı işbirliği stratejilerine genellenmiştir. Kullanıcılar arası kanalların anlık değerlerini dikkate alan uyarlamalı işbirliği protokolleri önerilmiş, ve bunlara karşılık gelen erişilebilir veri hızı bölgeleri elde edilmiştir. İki kullanıcı blok Markov kodlamasının daha fazla sayıda kullanıcıya genellenmesinin, çok farklı şekillerde ele alınabileceği, ve ikili kodlama tekniklerinin basit bir uzantısından çok öte olduğu gösterilmiştir. Önerilen görelî kanal kalitelerine uyarlanan işbirliği teknikleri sayesinde işbirliği çeşitleme kazancının ve erişilebilir veri hızlarının dikkat çekici miktarlarda artırılacağı gösterilmiştir. İşbirliğine dayalı Gauss gürültülü sönmümlenen çoklu erişim kanalının, genellenmiş geribeslemeli çoklu erişim kanalının özel bir durumu olmasından hareketle, üç kullanıcı genellenmiş geribeslemeli çoklu erişim kanalı için bilgi kuramsal kodlama/kodçözme stratejileri geliştirilip, bunlara bağlı erişilebilirlik sonuçlarının ispatı yapılarak, çalışmalarımızın etkisinin daha yaygın olması sağlanmıştır. Ayrıca, işbirliğine dayalı iki kullanıcı Gauss gürültülü sönmümlenen çoklu erişim kanalı için de, güç tahsisi ile erişilebilen veri hızı bölgelerinin dışbükey bir yapıda olduğu ispatlanmış, bu sayede ağırlıklı veri hızı toplamını enbüyükleyerek en iyi güç tahsisini analitik olarak elde eden yöntemler geliştirilmiştir. Blok Markov kodlama ile birlikte yaygın olarak kullanılan, ve yüksek gecikmeye sebep olan geriye doğru kodçözme yöntemi yerine pencere kodçözmenin kullanılması durumunda en iyi güç tahsisi stratejilerinin özellikleri irdelenmiş, ve toplam veri hızını eniyilemede pencere kodçözmenin geriye doğru kodçözme ile aynı sonucu verdiği ispatlanmıştır.

## Abstract

In this project, we develop novel channel adaptive cooperation strategies for multiple access channels. We extend the traditional approaches to mutual user cooperation, which have merely focused on two user strategies, to three users. For a three user cooperative multiple access channel, we propose new channel adaptive user cooperation strategies, based on a non-trivial extension of block Markov superposition encoding. Our scheme allows the three users to simultaneously cooperate both in pairs, and collectively, by dividing the transmitted messages into sub-messages intended for each cooperating partner. The proposed encoding and decoding at the transmitters take into account the relative qualities of the cooperation links between the transmitters. We obtain and evaluate the achievable rate region based on our encoding strategy, and compare it with the achievable rates for the two user cooperative MAC. We demonstrate that the added diversity by the presence of the third user improves the region of achievable rates, and this improvement is especially significant as far as the sum rate of the system is concerned. We further extend our encoding/decoding policies to the three user multiple access channel with generalized feedback, of which the cooperative fading Gaussian channel is a special case. For the three user MAC-GF, we provide achievability results based on information theoretic coding strategies. We also analyze resource allocation policies for the cooperative multiple access channels: for the two user cooperative MAC, we prove that the power controlled two user achievable rate region is a convex set, and hence the points on the achievable rate region boundary can be obtained by maximizing a weighted sum of rates. We find analytical solutions to the optimum power allocation problem. We obtain some key properties of optimum power allocation policies for a system employing the more practical and less delay prone window decoding, as opposed to backwards decoding. We show that, when optimum power allocation is employed, the sum rates achievable by window and backwards decoding are identical.

## 1. GİRİŞ

Kablosuz iletişim ortamı sönümlenme (fading), çoklu erişim girişimi (multi-access interference) gibi, iletişim sistemlerinin analiz ve dizaynını güçleştirici kendine has özellikleri beraberinde getirmektedir. Buna karşın, aynı güçleştirici özellikler, çeşitlilik (diversity), diğer kullanıcıların sinyalleri hakkında yan bilgi oluşması (overheard information) gibi, uygun bir yaklaşım ile kapasiteyi artırmak lehine kullanılacak kavramları da ortaya çıkarmaktadır. Bu projenin konusu, kablosuz kanallar için yeni kullanıcı işbirliği, özkaynak tahsisi ve iletim yöntemlerinin tasarlanması, ve erişilebilecek bilgi kuramsal kapasite limitlerinin araştırılmasıdır.

1980'li yılların başlarında kablosuz ağlarda kullanıcı işbirliği fikrine temel oluşturan çok sayıda problem çözülmüştür. İlk olarak, kanal çıktısına her iki kullanıcının da erişimi bulunduğu bir iki kullanıcıya çoklu erişim kanalı (ÇEK) Cover ve Leung tarafından ele alınmış, ve bu kanal için ulaşılabilecek veri hızı ikililerinden oluşan bir küme bulunmuştur (COVER, LEUNG, 1981). Bu tip kümelere, bu proje boyunca ulaşılabilecek hız bölgesi (achievable rate region) adı verilecektir. Willems ve van der Meulen aynı hız bölgesinin, kullanıcılardan sadece birine kanal çıktısının geri beslenmesi ile de elde edilebileceğini göstermiştir (WILLEMS, VAN DER MEULEN, 1983).

Kodlayıcıların kısmi işbirliği yaptığı bir ÇEK için kapasite bölgesi (capacity region) Willems tarafından elde edilmiştir (WILLEMS, 1983). Burada, kodlayıcıların sonlu ve önceden belirli kapasitelere sahip linklerle birbirleri ile işbirliği sağlayabildiği varsayılmıştır. Willems ve van der Meulen ayrıca, kodlayıcı işbirliğinin limit noktası olan, her iki kullanıcının birbirlerinin mesajlarını bir sonraki gönderi öncesinde “kopya çekerek” (cribbing encoders) öğrenebildiği sistemleri de ele almıştır (WILLEMS, VAN DER MEULEN, 1985) Bu tipte kanalların kapasiteleri işbirliğine dayalı sistemlerde elde edilebilecek hızlara bir üst sınır oluşturmaktadır. Bunun nedeni, kullanıcılar arası bilgi paylaşımının bedelsiz olarak elde ediliyor olması, yani kullanıcıların bu ortak bilgiyi oluşturmak için özkaynaklarından hiçbirini ayırmıyor olmasıdır.

Kablosuz iletişim sistemlerini de modellemesi nedeniyle bizim için önem taşıyan genellenmiş geri beslemeli çoklu erişim kanalının kapasitesi (WILLEMS, VAN DER MEULEN, SCHALKWIJK, 1983)'te bulunmuştur. Burada, genellenmiş geri beslemeli ÇEK ( $X_1 \times X_2, P(y_1, y_2 | x_1, x_2), Y_1 \times Y_2$ ) ile tanımlanmış olup, birinci kullanıcının kanal çıktılarından  $Y_1$ 'e, ikinci kullanıcının da  $Y_2$ 'ye geri besleme yoluyla erişimi bulunmaktadır. Bu çıktılar kablosuz kanalda gönderilen sinyallerin her kullanıcının ayrı ayrı duymuş olduğu versiyonlarına karşılık gelmektedir. Söz konusu kanal modeli

için ulaşılabilir hız bölgesi blok Markov bindirmeli kodlama, ve geriye doğru kodçözme (backwards decoding) adı verilen stratejilerin birlikte kullanımı ile elde edilmiştir.

2003 yılındaki makalelerinde Sendonaris, Erkip ve Aazhang yukarıda bahsedilen nispeten genel kapsamlı çalışmaların sonuçlarını, özellikle de genellenmiş geri beslemeli ÇEK için elde edilen kodlama/kodçözme tekniklerini, iki kullanıcı, sönümlenen, Gauss dağılımlı çoklu erişim kanallarında başarı ile uygulamış, ve kablosuz kanallarda işbirliği çeşitlemesi kavramını da ortaya atmıştır (SENDORANIS, ERKİP AAZHANG, 2003). Burada incelenen senaryoda, hem alıcı, hem de göndericiler gönderilen tüm mesajların gürültülü birer versiyonunu almakta, ve göndericiler kod sözcüklerini sadece kendi mesajlarına değil, diğer göndericiden almış oldukları mesaja da bağlı olarak seçmektedir. Bu sadece bir kullanıcının gönderecek mesajı bulunduğu klasik yönlendirici kanalların, tüm kullanıcıların kendilerine ait mesajları olacak şekilde modifikasyonu olarak görülebilir. (SENDORANIS, ERKİP AAZHANG, 2003)'te incelenen sistemde her linke ait kanal durum bilgisinin o linke karşılık gelen alıcıda bulunduğu, buna ek olarak kanal değerlerinin fazlarının da tüm gönderici ve alıcılarda bilindiği (alıcıda işbirliği sinyallerinin evreuyumlu olarak toplanabilmesi için gerekli koşul) varsayılmaktadır. Bu bilgilerin eğitici diziler kullanarak edinilmesi mümkündür. Bu varsayımlar altında, ulaşılabilir hız bölgesinin işbirliği yapılmayan ÇEK'lara kıyasla büyük miktarda genişlediği gösterilmiştir (SENDORANIS, ERKİP AAZHANG, 2003.) Ancak bu bilgiler özkaynak tahsisi için kullanılmamıştır.

Son yıllarda kullanıcı işbirliği üzerine çalışmalar artarak çoğalmış, bu araştırmalar kullanıcılardaki kanal değer bilgisi, işbirliği seviyesi, tipi (örneğin yarı çift yönlü, çift yönlü vb.), performans ölçütleri üzerine çok çeşitli varsayımlar altında yürütülmüştür. Örnek olarak, Laneman, Tse ve Wornell (LANEMAN, TSE, WORNELL, 2004), kullanıcıların yalnızca yarı çift yönlü modda işbirliği yapmalarına izin verilen ve göndericilerin kanal değeri bilgisine sahip olmadığı sistemlerde servis kesilmesi olasılığı (outage probability) analizi yapmışlardır. Kullanıcı yardımlaşmasının özel bir durumu olan yönlendirici kanallarda tam kanal durum bilgisi bulunduğu durumlarda ergodik kapasiteye ilişkin birtakım alt ve üst sınırları optimize eden güç dağılımı Host-Madsen ve Zhang tarafından elde edilmiştir (HOST-MADSEN, ZHANG, 2005). Sonlu ama sabit işbirliği linki kapasitesine sahip sistemler için, kanal değer bilgisi varken toplam hızı (sum-rate) maksimize etme problemine yönelik suboptimal çözümler Erkip tarafından (ERKİP, 2000)'da önerilmiş, ayrıca ortaya çıkan optimizasyon probleminin dışbükey olmadığı vurgulanmıştır.

Görüldüğü gibi, kullanıcı işbirliği üzerine yapılan çalışmalar, blok Markov bindirmeli kodlama gibi tekniklerin ikiden fazla kullanıcıya genellenmesinin kuramsal güçlüğünden ötürü ya küçük test sistemleriyle sınırlı kalmış, ya da bu güçlüğü yenmek amacı ile basitleştirilmiş kodlama tekniklerine

başvurma yoluna gidilerek erişilebilir hızlardan feragat edilmiştir. Ayrıca, mevcut literatürde, kullanıcı işbirliği için zaten edinilmesi gereken kanal durum bilgisi etkin bir kaynak tahsisi yapmak için kullanılamamıştır. Bunun başlıca sebebi yukarıda bahsedildiği gibi, şu ana kadarki yaklaşımlar sonucu ortaya çıkan optimizasyon probleminin çok karmaşık olmasıdır (örneğin, içbükey/dışbükey bir yapısı olmaması). Bu noktada işbirliği sistemlerinin performanslarının ileriye götürülmesi konusunda bir tıkanıklık oluşmaktadır.

Bu proje kapsamında, yukarıda bahsedilen iki sorun için çözüm üretebilecek teknikler geliştirilmiştir. Projede ele alınan konular, ve karşılık gelen sonuçlar sistem modeli ve içerik açısından iki ana grupta incelenebilir.

### **1.1. İki kullanıcı sistemler için en iyi özkaynak tahsisi konusunda elde edilen temel sonuçlar**

İki kullanıcı sistemlerde özkaynak tahsis konusunda iki temel problem çözülmüştür. Bu çözümler, literatürde şimdiye kadar izlenen yolun aksine, işbirliği tekniklerinin ve özkaynak tahsis stratejilerinin bir bütün olarak eniyilenmesi fikrine dayanmaktadır. Her ne kadar ilk bakışta böyle bir yaklaşımın ayrı ayrı formüle edildiğinde bile tam olarak çözülmesi henüz mümkün olmamış güç kontrolü ya da işbirliği stratejisi seçme problemlerini iyice güçleştireceği izlenimi oluşsa da, proje öncesi çalışmalarımız (KAYA, ULUKUS, 2005), bunun tam aksine ortak optimizasyon probleminin optimal güç dağılımı profilinin bir sonucu olarak çok daha basitleştiğini, ve aynı zamanda bilinen stratejilere göre yüksek kapasite artışları sağladığını göstermiştir.

İki kullanıcı sistemler için özkaynak tahsisi konusunda çözdüğümüz problemler, ve karşılık gelen çıktılar kısaca şöyledir:

- Blok Markov kodlama ve geriye doğru kodçözme kullanan bir işbirlikçi ÇEK için en iyi güç tahsisi problemi, proje öncesinde başlatılan çalışmalarımızın iyileştirilmesi, ve erişilebilir veri hızı bölgelerinin dışbükey yapısına ait yeni ispatlar yapılmasıyla tam olarak çözülmüştür. Bu sayede, söz konusu kanalın erişilebilir veri hızları bölgesi üzerindeki noktaların veri hızlarının ağırlıklı bir ortalamasının en büyüklmesi yöntemi ile elde edilebileceği gösterilmiş, ve karşılık gelen en iyi güç değerleri analitik olarak elde edilmiştir. Bu aşamanın sonuçları, proje teklifinin hemen öncesinde, ilk kopyası gönderilmiş olan bir dergi makalemize direk olarak iyileştirmeler içerdiğinden, bu makalenin revizyonu aşamasında ona dahil edilmiş, ve böylece IEEE Transactions on Wireless Communications dergisinde (KAYA, ULUKUS 2007) yayınlanmıştır.
- Geriye doğru kodçözme tekniği, alıcı mesajları çözmeye başlamadan önce tüm bilgi bloklarını beklemek zorunda olduğu için, çok fazla gecikmeye sebep olur. Bunu önlemek için kullanılacak alternatif olan pencere kodçözmenin (window decoding) ise, genelde daha düşük veri hızlarına erişebildiği bilinmekteydi. Bu proje kapsamında, pencere kodçözme

yöntemini kullanan bir işbirlikçi ÇEK için en iyi güç tahsisinin, geriye doğru kodçözme için en iyi güç tahsisi ile aynı yapıya sahip olduğu gösterilmiş; buradan hareketle, yine işbirliği ve özkaynakların eniyilenmesi problemlerinin birlikte çözümü ile basitleşen model sayesinde, güç kontrolü uygulanan ve pencere kodçözme kullanan bir ÇEK için toplam erişilebilir veri hızının beklenilenin aksine geriye doğru kodçözme ile aynı olduğu ispatlanmıştır. Bu sayede, veri hızından kayıp olmadan, kodçözme gecikmesinin B bloktan sadece bir bloğa indirilmesi sağlanmıştır. Bu aşamanın sonuçları, IEEE Globecom 2006 konferansında bir bildiri olarak sunulmuştur (KAYA, 2006). Ayrıca, bu çalışmanın sonuçlarının sadece toplam veri hızı noktası için değil, tüm erişilebilir veri hızları bölgesi için güç kontrolü yapılarak genellenmesi sonucunda, projenin hemen ardından bir dergi makalesi olarak da gönderilmesi beklenmektedir.

## **1.2. Üç kullanıcı sistemler için kanala uyarlanabilen özgün kodlama/kodçözme stratejilerinin ve bunlara bağlı erişilebilir hız bölgelerinin elde edilmesi.**

Projenin büyük kısmı, iki kullanıcı sistemlerde bilinen (WILLEMS, VAN DER MEULEN, SCHALKWIJK, 1983) (SENDORANIS, ERKİP AAZHANG, 2003) blok Markov kodlama tekniğinin üç kullanıcı, ve bir alıcıdan oluşan sistemlere genellenmesi konusunda çalışmalara adanmıştır. Bu genellemenin sonucunda geliştirilen üç kullanıcı işbirliği stratejileri, bilinen iki kullanıcı sistemlerdeki metotların basit bir uzantısı olmaktan çok ötedir, zira incelediğimiz model, üzerinde yıllardır çalışılmakta olan, ve haklarında halen çok sayıda çözümlenmemiş problem bulunan çoklu erişim yönlendirici kanallar (Multiple Access Relay Channels) (SANKARANA YANAN, KRAMER, MANDAYAM, 2004) tek göndericili çok seviyeli yönlendirici kanallar (Single Source Multiple Level Relay Channels) (XIE, KUMAR, 2005), paralel yönlendirici ağları (Parallel Relay Networks) (SHEIN, 2005) gibi sistem modellerini özel durumlar olarak içinde barındırmaktadır. Dolayısıyla, kanal kodlama ve kodçözme stratejilerinin seçimi ile gönderilecek kod sözcüklerinin yapısına karar verilmesi bile başlı başına bir problem teşkil etmektedir.

Bu projede, ikiden fazla kullanıcı sistemlerde tüm kullanıcıların karşılıklı ve eşzamanlı işbirliğine izin veren protokollerin geliştirilmesi problemine literatürde ilk kez değinilmiş, ve özgün kodlama/kodçözme yapıları ve bunlara bağlı erişilebilirlik sonuçları elde edilmiştir. Üç kullanıcı işbirliğine dayalı çoklu erişim kanalları için çözülen problemler, ve bunlara ait proje çıktıları şöyle özetlenebilir:

- Kullanıcılar arası kanalların belirli bir sıralamasına göre, yani işbirliği sinyallerini oluşturmak için kodçözme becerilerinin eş olmadığı bir durumda, kullanıcıları kodçözme becerilerine göre sıralayan, ve bu doğrultuda işbirliği sağlayan bir blok Markov kodlama yapısı önerilmiş, ve bu

yapı için erişilebilir veri hızları elde edilmiştir. İki kullanıcıli işbirliğine göre, önerilen üç kullanıcıli işbirliği protokolünün tüm kullanıcılara aynı anda yüksek hız kazançları sağladığı benzetimlerle gösterilmiştir. Bu çalışmanın sonuçları, IEEE WCNC 2008 konferansında bir bildiri olarak sunulmuştur (EDEMEN, KAYA, Mart 2008). Bu bildirimiz, 'IEEE WCNC 2008 Best Paper Award' ödülünü almıştır.

- Kullanıcılar arası kanalların olası sıralamaları dikkate alındığında, kodlama becerilerinin sürekli olarak değiştiği, üstelik her zaman bir kullanıcının daha iyi olduğu asimetrik bir yapıya sahip olmadığı görülmektedir. Yukarıdaki sonuçların bir devamı olarak, kullanıcıların eşit çözümlene becerisine sahip olduğu, ve her birinin diğer kullanıcılardan yalnız biri ile ikili işbirliği kurduğu bir işbirliği modeli ele alınmış, böylece, değişken kanallarda olası tüm durumlar için kanala uyarlamalı işbirliği stratejileri oluşturmak için bir yöntem geliştirilmiştir. Ayrıca, oluşturulan yöntemin, asimetrik kanal sıralamalarında da beklenmedik şekilde iyi sonuç verebildiği gözlenmiştir. Bu aşamanın sonuçları IEEE Globecom 2008 konferansında bir bildiri olarak sunulmuştur (EDEMEN, KAYA, Aralık 2008).
- Yukarıda bahsedilen iki farklı işbirliği politikasının kanala uyarlanarak birlikte kullanılması ile, herhangi sürekli dağılımlı bir kanalda, örneğin Rayleigh sönümlenme dağılımlı kanallarda uygulanabilecek bir işbirliği yöntemi ortaya çıkmıştır. Buna göre, kullanıcılararası linklerin görece sıralaması ile sekiz değişik senaryo ortaya çıkmaktadır. Bunların her birinde erişilebilir veri hızı denklemeleri, ve karşılık gelen alanlar değişmektedir. Bunların her birinin benzetimi yapılarak, üç boyutlu bir ortalama erişilebilir veri hızı bölgesi elde edilmiş, ve yukarıdaki iki konferans bildirisinin içeriği ile de bir araya getirilerek, IEEE Transactions on Information Theory dergisine bir makale gönderilmiştir (EDEMEN, KAYA, 2009).
- Yayıcı etkileri sayesinde işbirliği çeşitlemesine imkan tanıyan sönümlenen Gauss dağılımlı kablosuz kanallar, aslında genellenmiş geri beslemeli ÇEK adı verilen daha genel bir kanal modelinin bir özel durumudur. Bu nedenle, bu proje kapsamında önerilen uyarlamalı kodlama yapısının, aslında daha genel bir kanal sınıfına uygulanabilir olduğu görülmektedir. Bunların ışığında, üç kullanıcıli genellenmiş geribeslemeli ÇEK için daha genel geçer bir erişilebilirlik sonucu (achievability result) ispatlanmış, böylece sonuçlarımızın Gauss gürültülü kanalların ötesinde de geçerli olması sağlanmıştır. Bu bulgularımız da, yine yukarıda bahsi geçen dergi makalesine dahil edilmiştir.

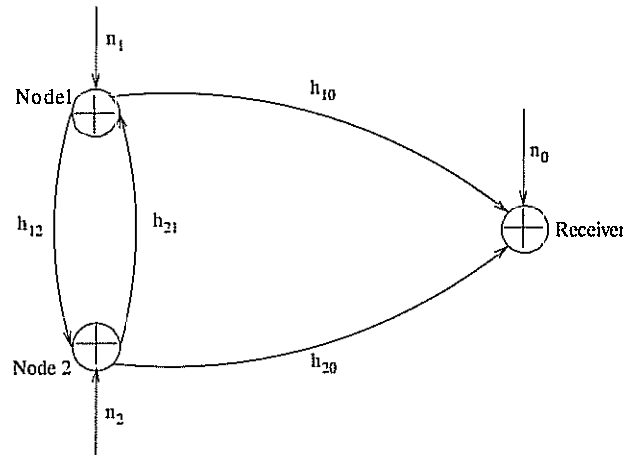
Proje teklifi aşamasında, işbirliği stratejilerinin 3 kullanıcının ötesine de genellenmesi düşünülmüş olmasına karşın, üç kullanıcıli sistem analizinin başlı başına temel ve ilginç bir problem teşkil ettiği göz önüne alınarak, proje izleyicisinin de görüşleri doğrultusunda araştırmamız 3 kullanıcı ile sınırlanmıştır. Öte yandan, üç konferans bildirisini ve biri kabul edilmiş, diğeri de gönderilme aşamasında iki dergi makalesi ile hedeflenen çıktılara fazlasıyla ulaşılmıştır.

Bu raporun geri kalanı şöyle düzenlenmiştir. Bölüm 2’de, ikili ve üçlü çoklu erişim kanal modelleri, ve bu konularda altyapı oluşturma amaçlı genel bilgiler verilmektedir. Bölüm 3’te, iki kullanıcı, Bölüm 4’te ise üç kullanıcı sistemlerde, yukarıda sıralanan çalışmaların her biri için kullanılan yöntemler ile, elde edilen sonuçlar birer alt başlık olarak açıklanmaktadır. Elde edilen sonuçlar, ve öneriler Bölüm 5’te tartışılmaktadır. Bu rapor, çoğunlukla, proje teklif dökümanı ve gelişme raporlarının, ve proje kapsamında çıkan/gönderilen yayınların bir derlemesi niteliğindedir.

## 2. GENEL BİLGİLER

Proje birden fazla kullanıcının bir alıcıya ulaştığı (çoklu erişim) tüm kablosuz ağ sistemlerini kapsamaktadır. Bu nedenle, kullanıcıların birbirleri ile ve bir merkezle haberleştiği tüm sistemler proje kapsamı dâhilindedir. Proje, temel olarak iki ana problem üzerine yoğunlaşmıştır: (i) iki kullanıcı sistemler için en iyi özkaynak tahsisi algoritmalarının geliştirilmesi, ve (ii) üç kullanıcı işbirlikli iletişim sistemlerinde bilgi kuramsal erişilebilir hızların tanımlanması ve bu hızlara ulaşmayı sağlayacak kodlama/kodçözme yöntemleri geliştirilmesi.

İki kullanıcı kanallarda eniyilenecek özkaynaklar kanal değerine bağlı olarak seçilecek olan güç değerleridir. Etkin bir kaynak tahsisi yapılabilmesi için, incelenen problemlerde kanal değer bilgilerinin iletişime katılan tüm kullanıcılar tarafından bilindiği varsayılmaktadır. Bu bilgi iletişimden hemen önce gerçekleşecek kısa bir eğitim sürecinde (training phase) kestirilebilir. Performans üst limitleri ve yöntemler geliştirmeye yönelik bilgi kuramsal bir yaklaşım izleneceğinden, pratikte iletişim sistemlerinde ortaya çıkan senkronizasyon, eşzamanlı alış ve gönderişte oluşan güçlükler, kanal kestirmeye ayrılan güç gibi faktörler problemin takip edilebilirliği açısından göz önüne alınmayacaktır.



Şekil 1. İki kullanıcıli sönümlenen çoklu erişim kanalı.

Projenin tümünde ele alınan temel performans ölçütü uzun dönemde ulaşılabılır hızlardır (long term achievable rates). Buna, kanal değişiminin ergodik olduğu varsayımına dayanarak ergodik kapasite de denilmektedir. Ergodik kapasitenin optimizasyonu problemi daha çok gecikme kısıdı olmayan sistemlerde uygundur, çünkü esas olan herhangi bir anda ne kadar hıza ulaşılabildiği değil, tüm gönderi boyunca erişilen ortalama hızın ne kadar yüksek olduğudur. Bu nedenle, araştırma kapsamında incelenen sistemler veri trafiği, dosya transferleri gibi bir miktar gecikmeyi kaldıracabilecek, ancak ortalama olarak yüksek hız gerektiren bilgilerin iletildiği sistemlerdir.

Projede uygulanan yöntemi, ve elde edilen sonuçları açıklamak amacıyla, ilk olarak iki kullanıcı sistem modeline ve proje öncesi ön çalışma niteliğindeki araştırmalara ve bunların sonuçlarına (KAYA, ULUKUS, 2005) göz atmak faydalı olacaktır. Örnek iki kullanıcı sistem Şekil 1'de gösterilmektedir. Alıcılardaki  $Y_i$  sinyalleri

$$Y_0 = h_{10}X_1 + h_{20}X_2 + n_0$$

$$Y_1 = h_{21}X_2 + n_1$$

$$Y_2 = h_{12}X_1 + n_2$$

ile modellenmektedir. Burada  $X_i$   $i$  numaralı gönderici tarafından oluşturulan sinyal,  $n_i$  de  $i$  numaralı kullanıcıda sinyale eklenen beyaz Gauss gürültüsünü,  $h_{ij}$  ise  $i$  ile  $j$  numaralı kullanıcılar arasındaki kanal sönlümleme değerini temsil etmektedir.  $i = \{0,1,2\}$ 'den biri olup,  $i=0$  alıcıya karşılık gelmektedir. Bu sistemde, gönderilen kod sözcükleri ( $X_i$ ) Blok Markov bindirmeli kodlama yöntemi ile aşağıdaki gibi kurulmaktadır.

$$X_1 = p_{10}(\mathbf{h})X_{10} + p_{12}(\mathbf{h})X_{12} + p_{u1}(\mathbf{h})U$$

$$X_2 = p_{20}(\mathbf{h})X_{20} + p_{21}(\mathbf{h})X_{21} + p_{u2}(\mathbf{h})U$$

Birinci kullanıcının kod sözcüğünü oluşturan üç bileşen sırasıyla sadece alıcıda çözülmeye yönelik olarak oluşturulan  $X_{10}$ , diğer kullanıcı ile ortak bilgi oluşturmak amacıyla gönderilen  $X_{12}$ , ve önceki gönderi bloğunda oluşturulmuş ortak bilgiyi alıcıya ikinci kullanıcı ile birlikte evreuyumlu olarak iletmeye yarayan işbirliği sinyali  $U$ 'dur. Bu sinyallerinin her biri sistemdeki kanal değerlerinin ( $h$ ) birer fonksiyonu olan güç değerleri ile çarpılmakta, ve üst üste bindirilerek gönderilmektedir. Bu projede işbirliği ve kaynak tahsisinin ortak optimizasyonu için kullanılan temel yaklaşım, bu güç değerlerinin kanal kapasitesini en yüksek yapabilecek şekilde seçilmesidir. Bu yaklaşımın aynı zamanda en iyi çoklu erişim ve yönlendirme stratejilerine ulaşılmasını neden sağladığı aşağıda anlatılmaktadır.

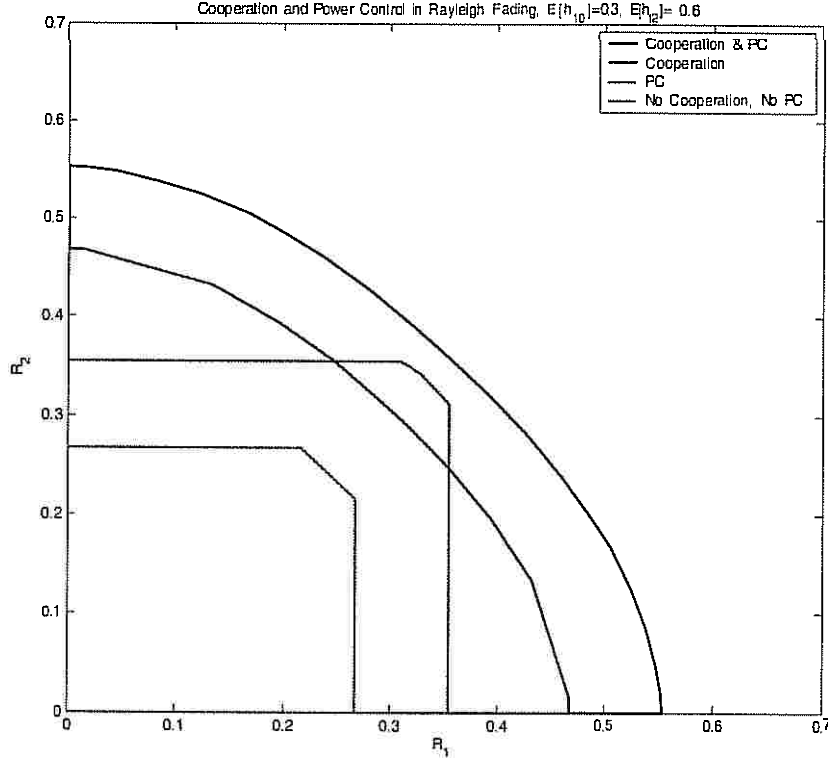
Blok Markov kodlama yöntemi ile güç dağılımı sabit iken ulaşılabılır hız bölgesi (SENDONARIS, ERKIP, AAZHANG, 2003)'te elde edilmiştir. Ancak söz konusu hız bölgesini analitik olarak

tanımlayan fonksiyonların karmaşık yapısı ve güçlerde içbükey/dışbükey olmaması güç dağılımı optimizasyonunu zorlaştırmaktadır. Öte yandan, proje öncesindeki çalışmalarımızda (KAYA,ULUKUS, 2005), önce en iyi güç dağılımının taşınması gereken birtakım özelliklerin ispatlanması yolu ile bahsedilen optimizasyon probleminin basitleştirildiği gösterilmiş, sonra da bu basitleşmeden faydalanılarak ortak işbirliği ve özkaynak tahsisi problemi çözülebilmektedir. Burada elde edilen sonuçlara göre,

- 1) Blok Markov kodlama yöntemi sanıldığından daha basittir. Herhangi bir kanal değerinde, eklenen üç sinyal bileşeninden birine atanan güç her zaman sıfır olmalıdır.
- 2) Hangi bileşene sıfır güç tahsis edileceğine tamamen kanalların anlık değerlerinin karşılaştırılarak karar verilmesi en iyi çözümdür.
- 3) Optimal güç atamasının bu basit yapısı, kapasite ifadelerini de basitleştirmekte, ve daha da önemlisi geriye kalan (sıfır olmayan) güç değerlerinde içbükey hale getirmektedir. Bu da standart optimizasyon tekniklerinin uygulanmasına olanak sağlamaktadır.

Her kanal değerinde güç bileşenlerinden birinin sıfır olmasının sonuçlarını daha genel bir bakış açısından inceleyecek olursak, kaynak tahsisi probleminin otomatik olarak en iyi erişim ve yönlendirme stratejilerini de belirlediğini görebiliriz. Örneğin, kullanıcılar arası kanal alıcıya olan direk kanaldan daha güçlüyken ( $h_{12} > h_{10}$ ), birinci kullanıcı alıcıya taze bilgi göndermek yerine diğer kullanıcı ile haberleşmeyi tercih edecektir. Bu da hem alıcıya olan erişim kararlarının, hem de bilginin hangi yoldan yönlendirileceği kararlarının bilgi kuramsal bu yaklaşım sonucu belirlenebildiğini göstermektedir, ve geleneksel iletişim sistemlerde ayrı ayrı tasarlanan katmanların çapraz optimizasyonuna olanak tanımaktadır. Aynı zamanda, işbirliği için kullanılan stratejinin basitleşmesine ek olarak, hem zaman, hem de kullanıcı işbirliğine dayalı çeşitlilik sağlandığı için, ulaşılabilir hız bölgesi de genişletilmektedir. Sırasıyla, sabit gönderi stratejili, sadece özkaynak tahsisli, sadece kullanıcı işbirlikli, ve kullanıcı işbirliği ile kaynak tahsisinin birlikte eniyilendiği birçok erişim kanalına ait kapasite/erişilebilir hız bölgeleri Şekil 2'de gösterilmiştir. Bu bölgelerden işbirliği ve kaynak tahsisinin eniyilendiği en dışarıdaki bölge, eniyileme subgradient algoritması aracılığıyla yapılarak elde edilmiştir. Proje kapsamında iki kullanıcı sistemlerinde yapılan çalışma, problemin dışbükey, ve türevi olan bir amaç fonksiyonu ile gösterilmesine imkan tanıyan bir yeniden formülasyonunu içermektedir. Bu sayede, eniyilemenin çok sayıda döngü gerektiren subgradient algoritması yerini alabilecek analitik ifadelerle yapılabileceği gösterilmiştir. Ayrıca, proje öncesinde yalnızca toplam veri hızını eniyileyen güç değerleri bulunurken, ispatı yapılan dışbükeylik sonuçları sayesinde, hız bölgesi üzerinde herhangi bir noktaya ulaşan güç dağılımlarını elde etmek mümkün olmuştur. Yapılan çalışmaların teknik içeriği Bölüm 3.1'de sunulacaktır.

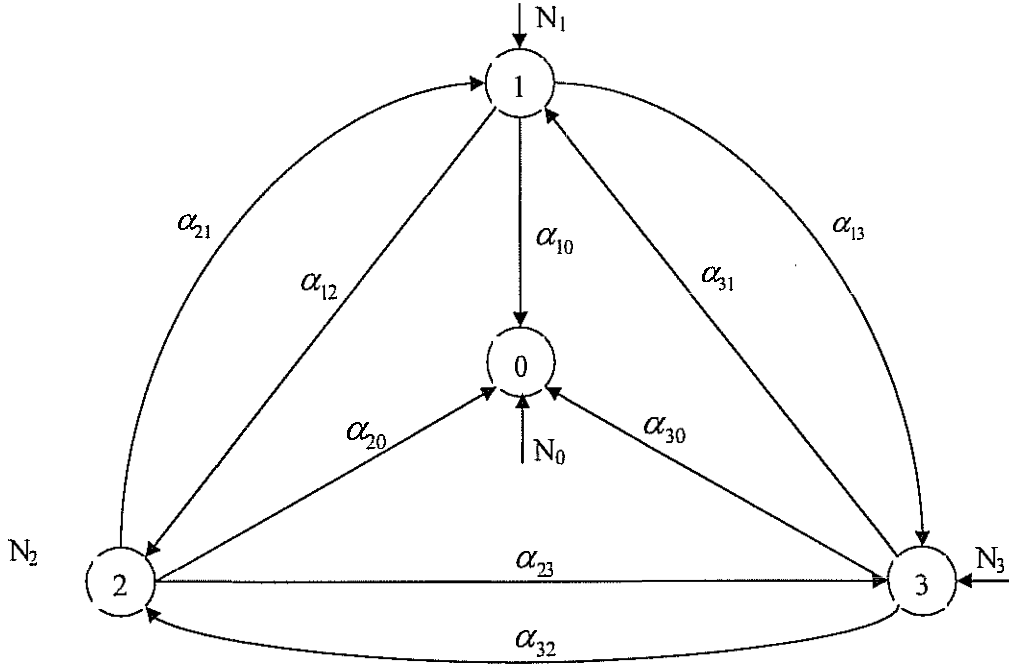
Projede ele alınan ikinci ana problem olan, iki kullanıcıli işbirlikçi çoklu erişim kanalının, üç kullanıcıya genellenmesi Şekil 3'te gösterilmiştir.



Şekil 2. İki kullanıcıli kapasite/erişilebilir hız bölgelerinin kıyaslanması

Bu modelde, kullanıcılar 1,2,3; alıcı ise 0 olarak adlandırılmıştır. Mobil kullanıcıların hedef alıcıya yönelik kanal katsayıları  $\alpha_{10}$ ,  $\alpha_{20}$ ,  $\alpha_{30}$  ile, kendi aralarındaki kanal katsayıları ise  $\alpha_{12}$ ,  $\alpha_{21}$ ,  $\alpha_{13}$ ,  $\alpha_{31}$ ,  $\alpha_{23}$ ,  $\alpha_{32}$  ile gösterilmektedir. Rapor boyunca, ifadelerin yayınlarımızla tutarlı olması için zaman zaman  $h_{ij}=\alpha_{ij}^2$  değişkenlerini kullanacağız. Kanal katsayılarının (sönümlenme değerlerinin) bir sembol periyodu boyunca sabit olduğu varsayılmaktadır.  $N_0$ ,  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $N_3$  değişkenleri ise hedef alıcı ve mobil kullanıcılarıdaki birbirlerinden bağımsız, sıfır ortalama ve  $\sigma^2$  varyanslı Gauss kanal gürültüsü olarak tanımlanmaktadır. Aşağıdaki şekilde görüldüğü gibi, bir kullanıcının gönderdiği sinyal, çeşitli kanal katsayılarıyla çarpıldıktan sonra hem alıcıya ulaşmakta hem diğer kullanıcılar tarafından alınmaktadır. Geleneksel iletişim sistemlerinde istenmeyen bir çoklu

erişim karışımı olarak algılanan bu durum, esasında kullanıcıların işbirliği yapmasına imkan veren bir çeşitlilik sağlamaktadır. Her bir kullanıcı için ayrı ayrı alınan sinyaller şöyle yazılabilir:



Şekil 3. Üç kullanıcıli işbirlikçi çoklu erişim

$$Y_0 = \alpha_{10}X_1 + \alpha_{20}X_2 + \alpha_{30}X_3 + N_0$$

$$Y_1 = \alpha_{21}X_2 + \alpha_{31}X_3 + N_1$$

$$Y_2 = \alpha_{12}X_1 + \alpha_{32}X_3 + N_2$$

$$Y_3 = \alpha_{13}X_1 + \alpha_{23}X_2 + N_3$$

Yukarıdaki ifadelerde,  $Y_0$  hedefte alınan sinyali,  $Y_1, Y_2, Y_3$ , ise kullanıcıların aldığı anten sinyallerini tanımlamaktadır.  $X_1, X_2, X_3$  her bir kullanıcının hedefe iletmek istedikleri bilgileri barındıran kod sözcükleridir. Projede ele alınan temel problem, gönderilecek  $X_1, X_2, X_3$  sinyallerini oluşturmak için uygun kanal kodlama stratejisinin bulunması, kanal değerlerine bağlı kodçözme stratejisinin geliştirilmesi, ve erişilebilir veri hızları için ifadeler elde edilmesidir. Bölümler 4.1, 4.2, ve 4.3'te, her bir sinyalin nasıl bir kaynak kodlama stratejisi ile kodlandığı detaylı bir biçimde anlatılmaktadır.

### 3. GEREÇ, YÖNTEM VE BULGULAR – İKİ KULLANICILI SİSTEMLER

#### 3.1. İki kullanıcıli işbirliğinde özkaynak tahsisi

İşbirliğine dayalı iki kullanıcıli çoklu erişim kanalında erişilebilir veri hızı bölgesi  $\mathcal{R}$ , kullanıcıların güçleri cinsinden, (1)-(3) numaralı denklemlerde verilen veri hızlarının tüm geçerli güç tahsis politikaları üzerinden dışbükey zarfı olarak bulunur.

$$R_1 < E \left[ \log \left( 1 + \frac{h_{12} p_{12}(\mathbf{h})}{h_{12} p_{10}(\mathbf{h}) + \sigma_2^2} \right) \left( 1 + \frac{h_{10} p_{10}(\mathbf{h})}{\sigma_0^2} \right) \right] \quad (1)$$

$$R_2 < E \left[ \log \left( 1 + \frac{h_{21} p_{21}(\mathbf{h})}{h_{21} p_{20}(\mathbf{h}) + \sigma_1^2} \right) + \log \left( 1 + \frac{h_{20} p_{20}(\mathbf{h})}{\sigma_0^2} \right) \right] \quad (2)$$

$$R_1 + R_2 < \min \left\{ E \left[ \log \left( 1 + \frac{h_{10} p_{10}(\mathbf{h}) + h_{20} p_{20}(\mathbf{h}) + 2\sqrt{h_{10} h_{20} p_{U_1}(\mathbf{h}) p_{U_2}(\mathbf{h})}}{\sigma_0^2} \right) \right], \right. \\ E \left[ \log \left( 1 + \frac{h_{12} p_{12}(\mathbf{h})}{h_{12} p_{10}(\mathbf{h}) + \sigma_2^2} \right) + \log \left( 1 + \frac{h_{21} p_{21}(\mathbf{h})}{h_{21} p_{20}(\mathbf{h}) + \sigma_1^2} \right) \right] \\ \left. + E \left[ \log \left( 1 + \frac{h_{10} p_{10}(\mathbf{h}) + h_{20} p_{20}(\mathbf{h})}{\sigma_0^2} \right) \right] \right\}. \quad (3)$$

Geçerli bir güç tahsis politikasına  $\mathbf{p}(\mathbf{h})$  diyelim, ve (1)-(3) ile verilen hız alanı  $\mathcal{R}(\mathbf{p}(\mathbf{h}))$  ile gösterilsin. Bu alan bir beşgen ta da üçgen olabilir, zira standart ÇEK kapasite alanlarının aksine, (3) kişisel veri hızı kısıtlarını baskılayabilir. Burada,  $\mathcal{R}$  alternatif olarak, tüm  $\mathcal{R}(\mathbf{p}(\mathbf{h}))$  'ler cinsinden

$$\mathcal{R} = \text{conv} \left( \bigcup_{\{E[p_i(\mathbf{h})] \leq \bar{p}_i, i=1,2\}} \mathcal{R}(\mathbf{p}(\mathbf{h})) \right). \quad (4)$$

olarak ifade edilebilir.

Amacımız, bu bölgeyi olabildiğince genişletmek tir. Ancak, öncelikle eniyileme problemimize daha sonra da ışık tutacak olan, toplam hız eniyilemesi üzerine bir sonucu sunmak gereklidir: Erişilebilir toplam veri hızı (3), paydalarındaki değişkenler nedeniyle  $\mathbf{p}(\mathbf{h}) = [p_{10}(\mathbf{h}) p_{12}(\mathbf{h}) p_{U_1}(\mathbf{h}) p_{20}(\mathbf{h}) p_{21}(\mathbf{h}) p_{U_2}(\mathbf{h})]$  güç vektörünün içbükey bir fonksiyonu değildir. Aşağıdaki teoreme göre,

herhangi bir kanal durumu  $\mathbf{h}$  için, toplam veri hızını eniyileyen güç vektörünün  $[p_{10}(\mathbf{h}) p_{12}(\mathbf{h}) p_{20}(\mathbf{h}) p_{21}(\mathbf{h})]$  elemanlarından en az ikisinin 0 olması gerektiği, dolayısıyla, amaç fonksiyonunun içbükey bir hale dönüştüğü görülmektedir.

**Teorem 1 (KAYA, ULUKUS, 2005):** Gürültü varyansı ile normalize edilmiş efektif kanal katsayıları  $s_{ij} = h_{ij}/\sigma_j^2$  olarak tanımlansın. (3)'ü en büyükleyen güç tahsis politikası  $\mathbf{p}^*(\mathbf{h})$  aşağıdaki özellikleri sağlamalıdır.

- 1)  $p_{10}^*(\mathbf{h}) = p_{20}^*(\mathbf{h}) = 0$ , eğer  $s_{12} > s_{10}$  ve  $s_{21} > s_{20}$  ise,
- 2)  $p_{10}^*(\mathbf{h}) = p_{21}^*(\mathbf{h}) = 0$ , eğer  $s_{12} > s_{10}$  ve  $s_{21} \leq s_{20}$  ise,
- 3)  $p_{12}^*(\mathbf{h}) = p_{20}^*(\mathbf{h}) = 0$ , eğer  $s_{12} \leq s_{10}$  ve  $s_{21} > s_{20}$ ,
- 4)  $p_{10}^*(\mathbf{h}) = p_{21}^*(\mathbf{h}) = 0$   
ya da  
 $p_{12}^*(\mathbf{h}) = p_{20}^*(\mathbf{h}) = 0$  } eğer  $s_{12} \leq s_{10}$  ve  $s_{21} \leq s_{20}$  ise.

Bu proje kapsamında, (KAYA, ULUKUS, 2007)'nin içeriğine yapılan katkılar şöyledir:

Teorem 1'deki güç tahsisinin, sadece toplam veri hızını eniyilemekle kalmayarak, tüm veri hızı bölgesini her yönde genişlettiği gösterilebilir. Teorem 1'de, 4. durumda  $p_{12} = 0$ ,  $p_{21} = 0$  olarak seçilmek üzere elde edilen geçerli güç tahsis politikaları  $\mathbf{p}(\mathbf{h})$ 'in oluşturduğu küme  $\Gamma$  olsun:

$$\Gamma = \{\mathbf{p}(\mathbf{h}) : \{E[p_i(\mathbf{h})], \leq \bar{p}_i\} \cap \{p_{ij} = 0 \text{ eğer } s_{ik} > s_{ij},\} \quad i=1, 2, j \neq k\}. \quad (5)$$

Bu durumda, (4)'te verilen erişilebilir veri hızı bölgesi  $\mathcal{R}$  aşağıdaki hız kümesine denktir.

$$\mathcal{R}_\Gamma = \text{conv} \left( \bigcup_{\mathbf{p}(\mathbf{h}) \in \Gamma} \mathcal{R}(\mathbf{p}(\mathbf{h})) \right), \quad (6)$$

Erişilebilir veri hızı bölgesi sınırlarındaki herhangi bir veri hızı noktasını elde etmek için, erişilebilir veri hızı bölgelerinin Teorem 1'i sağlayan geçerli tüm güç tahsis politikaları üzerinden birleşiminin

dışbükey olduğunu, ve (6)'teki dışbükey zarf işlemine gerek olmadığını gösteren aşağıdaki önerme ispatlanmıştır:

**Önerme 1:**(6) ile verilen erişilebilir veri hızı bölgesi  $\mathcal{R}_\Gamma$  aşağıdakine denktir.

$$\mathcal{R}_\Gamma = \bigcup_{\mathbf{p}(\mathbf{h}) \in \Gamma} \mathcal{R}(\mathbf{p}(\mathbf{h})). \quad (7)$$

**İspat:** Bu önermenin ispatı, (Hanly, Tse, 1998)'deki, geleneksel ÇEK kanal kapasitesi için yapılan ispata benzemektedir. Öncelikle,  $\Gamma$  kümesinden geçerli iki güç tahsisi stratejisi  $\mathbf{p}^1(\mathbf{h})$ ,  $\mathbf{p}^2(\mathbf{h})$  seçelim. Bunların karşılık gelen erişilebilir veri hızı bölgeleri  $\mathcal{R}(\mathbf{p}^1(\mathbf{h})), \mathcal{R}(\mathbf{p}^2(\mathbf{h}))$  olsun. Şimdi  $0 \leq \alpha \leq 1$  olacak şekilde  $\alpha \mathbf{p}^1(\mathbf{h}) + (1-\alpha) \mathbf{p}^2(\mathbf{h})$  şeklinde yeni bir güç tahsis politikası tanımlayalım. Bu yeni politikanın da Theorem 1'in gereklerini, ve ortalama güç kısıtını sağlayacağı görülebilir. Varsayımımız gereği  $\mathbf{p}^1(\mathbf{h})$  ve  $\mathbf{p}^2(\mathbf{h})$   $\Gamma$ 'yı sağladığından, (1)-(3)'teki veri hızı kısıtları içbükeydir. Bu yüzden (1)-(3)'ü kullanarak,

$$\alpha \mathcal{R}(\mathbf{p}^1(\mathbf{h})) + (1-\alpha) \mathcal{R}(\mathbf{p}^2(\mathbf{h})) \subseteq \mathcal{R}(\alpha \mathbf{p}^1(\mathbf{h}) + (1-\alpha) \mathbf{p}^2(\mathbf{h})), \quad (8)$$

elde edilir. Buna göre, erişilebilir herhangi iki hız ikilisinin herhangi bir doğrusal kombinasyonu, başka bir geçerli güç tahsis politikası ile elde edilebilir, ve bu da alanın dışbükeyliğini ispatlar.  $\square$

Önerme 1'de verilen sonuca ilave olarak,  $\mathcal{R}$ 'nin mutlak dışbükey olduğu, bir başka deyişle, yuvarlak bir yüzeyi olduğu ispatlanabilir. Bu sonuç şu iki gerçekten kaynaklanır. Birincisi, logaritmanın mutlak dışbükeyliği nedeniyle, sıfırdan büyük olasılığa sahip bir kanal durumu kümesi üzerinde  $\mathbf{p}^{(1)}(\mathbf{h}) \neq \mathbf{p}^{(2)}(\mathbf{h})$  oldukça, (8)'teki altküme bağıntısı mutlak eşitsizlikle sağlanır. Bu yüzden, erişilebilir veri hızı bölgesi  $\mathcal{R}$  üzerinde, farklı güç dağılımlarından gelen herhangi köşe noktaları  $\{R_1^{(1)}, R_2^{(1)}\}, \{R_1^{(2)}, R_2^{(2)}\}$  için, bu iki noktayı birleştiren doğrunun mutlak olarak dışında bir erişilebilir hız noktası vardır. Bu yüzden,  $\mathcal{R}$  üzerinde herhangi bir doğrusal kısım olacaksa, ancak tek bir güç tahsisi politikasına bağlı olabilir, bu da ancak toplam veri hızlarını enbüyükleyen politika olabilir. İkincisi, toplam veri hızlarını enbüyükleyen politikanın dikkörtgensel bir bölge verdiği bilinmektedir, bu yüzden  $\mathcal{R}$  yüzeyinde sadece bir noktası bulunabilir. Bu gerçek, toplam veri hızlarınının (3)'teki minimum işleminin argümanlarının eşit olduğu durumda enbüyüklenmesinden kaynaklanmaktadır. Bu

iki adım bir araya getirildiğinde,  $\mathcal{R}$  yüzeyindeki her noktanın ayrı bir güç tahsis politikasına ait olduğu, ve yüzeyin mutlak dışbükey olduğu ispatlanır.

Bu sonuç, erişilebilir veri hızı bölgesi yüzeyindeki noktaların, kullanıcıların hızlarının ağırlıklı bir ortalaması olan  $R_{\mu} = \mu_1 R_1 + \mu_2 R_2$  'nin enbüyüklenmesi ile elde edilebileceğini ispatlamaktadır.  $R_{\mu}$  fonksiyonu, toplam veri hızı ile aynı içbükeylik özelliklerine sahiptir, zira  $\mu_i > \mu_j$  için, hızların ağırlıklı toplamı  $R_{\mu} = \mu_j R_{sum} + (\mu_i - \mu_j) R_i$  şeklinde yazılabilir, ve  $R_{sum}$  ve  $R_i$  'nin her ikisi de içbükeydir. Bundan yararlanarak, yüzeydeki veri hızlarını elde etmek için şu eniyileme problemi tanımlanmıştır:

$$\begin{aligned}
& \max_{\mathbf{p}(\mathbf{h})} (\mu_1 - \mu_2) \{ E_{1,2} [\log(1 + p_{12}(\mathbf{h})s_{12})] \\
& \quad + E_{3,4} [\log(1 + p_{10}(\mathbf{h})s_{10})] \} + \mu_2 \min \{ E[\log(A)], \\
& \quad + E_1 [\log(1 + p_{12}(\mathbf{h})s_{12}) + \log(1 + p_{21}(\mathbf{h})s_{21})] \\
& \quad + E_2 [\log(1 + p_{12}(\mathbf{h})s_{12}) + \log(1 + p_{20}(\mathbf{h})s_{20})] \\
& \quad + E_3 [\log(1 + p_{10}(\mathbf{h})s_{10}) + \log(1 + p_{21}(\mathbf{h})s_{21})] \\
& \quad + E_4 [\log(1 + p_{10}(\mathbf{h})s_{10} + p_{20}(\mathbf{h})s_{20})] \} \\
& \text{s.t. } E_{3,4} [p_{10}(\mathbf{h})] + E_{1,2} [p_{12}(\mathbf{h})] + E[p_{U_1}(\mathbf{h})] \leq \bar{p}_1, \\
& \quad E_{2,4} [p_{20}(\mathbf{h})] + E_{1,3} [p_{21}(\mathbf{h})] + E[p_{U_2}(\mathbf{h})] \leq \bar{p}_2, \\
& \quad p_{10}(\mathbf{h}), p_{12}(\mathbf{h}), p_{U_1}(\mathbf{h}), p_{20}(\mathbf{h}), p_{21}(\mathbf{h}), p_{U_2}(\mathbf{h}) \geq 0, \quad \forall \mathbf{h},
\end{aligned} \tag{9}$$

Burada,  $\mu_1 \geq \mu_2$  olduğu varsayılmış olup, sonuçlar bu varsayımdan bağımsızdır.  $E_s$  ile Teorem 1'deki  $S \subset \{1, 2, 3, 4\}$  olaylarından herhangi birinin gerçekleştiği kastedilmektedir.  $A$  (3)'teki logaritmanın argümanını göstermektedir. Amaç fonksiyonu içbükey, kısıt kümesi ise dışbükey olduğundan, kısıtlı eniyileme problemimize herhangi bir yerel optimum, evrensel optimum olmak zorundadır. Ancak,  $R_{\mu}$  hemen her yerde türevi alınabilir olmasına karşın, en büyük değeri gradyanının süreksiz olduğu bir hat üzerinde, yani minimum işleminin argümanları eşitken oluşur. Bu çelişki ile kolayca ispatlanabilir: eğer argümanlar eşit değilse, küçük olanı büyük olanının dezavantajına olacak şekilde,  $p_{U_1}(\mathbf{h})$  and  $p_{i_j}(\mathbf{h})$  arasında güç transferi yapılarak, fakat toplam güç harcamasını değiştirmeyerek artırılabilir.

Gradyanın süreksizliği sorunundan,  $r$  adını verdiğimiz yeni bir değişken kullanılarak kurtulabileceğinin bulunmuş olması, yine bu proje kapsamında yapılan iyileştirmelerden biridir. Bu durumda, eniyileme problemi şuna dönüşür:

$$\begin{aligned}
& \max_{\mathbf{p}(\mathbf{h})} (\mu_1 - \mu_2) \{ E_{1,2} [\log(1 + p_{12}(\mathbf{h})s_{12})] \\
& \quad + E_{3,4} [\log(1 + p_{10}(\mathbf{h})s_{10})] \} + \mu_2 r \\
& \text{s.t. } r \leq E[\log(A)], \\
& \quad r \leq E_1 [\log(1 + p_{12}(\mathbf{h})s_{12}) + \log(1 + p_{21}(\mathbf{h})s_{21})] \\
& \quad + E_2 [\log(1 + p_{12}(\mathbf{h})s_{12}) + \log(1 + p_{20}(\mathbf{h})s_{20})] \\
& \quad + E_3 [\log(1 + p_{10}(\mathbf{h})s_{10}) + \log(1 + p_{21}(\mathbf{h})s_{21})] \\
& \quad + E_4 [\log(1 + p_{10}(\mathbf{h})s_{10} + p_{20}(\mathbf{h})s_{20})], \\
& \quad E_{3,4} [p_{10}(\mathbf{h})] + E_{1,2} [p_{12}(\mathbf{h})] + E [p_{U_1}(\mathbf{h})] \leq \bar{p}_1, \\
& \quad E_{2,4} [p_{20}(\mathbf{h})] + E_{1,3} [p_{21}(\mathbf{h})] + E [p_{U_2}(\mathbf{h})] \leq \bar{p}_2, \\
& \quad p_{10}(\mathbf{h}), p_{12}(\mathbf{h}), p_{U_1}(\mathbf{h}), p_{20}(\mathbf{h}), p_{21}(\mathbf{h}), p_{U_2}(\mathbf{h}) \geq 0, \quad \forall \mathbf{h}.
\end{aligned} \tag{10}$$

Bu yeni problemin amaç fonksiyonu  $\mathbf{p}(\mathbf{h})$ 'de içbükeydir. Tüm kısıtların dışbükey  $f_i(\mathbf{p})$ 'ler için  $f_i(\mathbf{p}) \leq 0$  şeklinde yazılabileceği de gösterilebilir. Bu nedenle, Slater'ın kısıt sağlama koşulları sağlanır, ve (10)'deki kısıtlı eniyileme problemine en iyi çözümü, Karush-Kuhn-Tucker (KKT) koşulları ile elde edebiliriz (Boyd & Vandenberghe, 2004). Bu sayede, daha önce yalnızca gerekli olduğunu düşündüğümüz eniyilik koşullarının gerekli ve yeterli olduğu ispatlanmış, ve KKT koşullarının çözülmesi ile elde edilen güç tahsisi algoritmasının en iyi olduğu ispatlanmıştır. (KAYA, ULUKUS, 2007)'ye bu projenin ana katkıları bunlar olup, geri kalan teknik detaylar makalenin ekteki kopyasında incelenebilir.

### 3.2. Pencere kodlaması için güç kontrolü ile erişilebilir toplam veri hızları

Blok Markov kodlama stratejisinde literatürde en sık kullanılan geriye doğru kodçözme (backwards decoding) yöntemi, kodçözme işlemine başlamadan önce tüm bloklardaki sinyallerin alınmış olmasını gerektirmekte, ancak bundan sonra kodçözme işlemine başlamaktadır. İki kullanıcı sistemlerinde

bunun anlamı, alıcının bilgiye tüm gönderiler tamamlandıktan sonra ulaşabileceğidir. Bu hem çok fazla gecikmeye sebep olması açısından, hem de, ikiden fazla kullanıcı için olası kullanımda üst üste bindirilerek gönderilen ilk aşama ve ikinci aşama işbirliği sinyalleri arasında, henüz çözümlenememiş çok sayıdaki sinyalin varlığı nedeniyle oluşan karışmayı artırması açısından sorun oluşturmaktadır. Bu problemin çözülmesi, kodçözme işleminin hızlandırılması ile mümkün olacağından, projede iki kullanıcı sistemlerinde geriye doğru kodçözmeye alternatif olan pencere kodçözme (window decoding) konusu incelenmiştir. Pencere kodçözme, geriye doğru kodçözmenin aksine bilgiyi çözümlmek için sadece bir blok gecikme gerektiren bir yöntemdir. Ancak, Laneman ve Kramer'in bir süre önce gösterdiği gibi, bu iyileştirme, genelde işbirliğine dayalı çoklu erişim sistemlerinde ulaşılabilir veri hızlarını düşürmek karşılığında elde edilebilmektedir. Öte yandan, proje konusu olan, blok Markov kodlamanın uygulandığı Gauss dağılımlı gürültü etkisindeki kanallarda, en iyi güç kontrolü yapıldığında yukarıdaki çıkarımların geçerli olmadığı, pencere kodçözmenin geriye doğru kodçözme ile aynı toplam veri hızına ulaşabildiği tarafımızca gösterilmiştir. Ancak, bu yöntem her ne kadar toplam veri hızında bir düşmeye sebep olmuyorsa da, kullanıcıların tek başlarına ulaşabilecekleri veri hızları için ek kısıtlar ortaya koymaktadır. Bu kısıtların ortadan kalkıp kalkmayacağına incelenmesi ile, (KAYA, 2006)'da yapılan çalışmaların genellenerek bir dergi makalesine dönüştürülmesi mümkün olabilir.

Blok Markov kodlamanın geriye doğru kodçözme ile birlikte kullanılması sonucu elde edilen toplam veri hızı (3)'te verilmiştir. Toplam veri hızı (3)'ü en büyükleyen en iyi güç dağılımının Teorem 1'i sağlaması gerektiği söylenmişti. Şimdi bu sonucu, toplam hızı eniyileyen güç dağılımının, pencere kodlama kullanıldığında da aynı olduğunu, ve hem geriye doğru kodçözme, hem de pencere kodçözmenin aynı toplam veri hızına erişebildiğini göstermek için kullanacağız. Temel sonucumuz, (KAYA, 2006)'da detaylı ispatı verilen aşağıdaki teorem ile özetlenebilir.

**Teorem 2.** Kanala uyarlamalı blok Markov kodlama kullanan iki kullanıcı işbirlikçi bir ÇEK için, pencere ve geriye doğru kodçözme ile erişilebilen toplam veri hızları sırasıyla  $R_w^*$ , ve  $R_b^*$  olsun. Bu durumda,  $R_w^* = R_b^*$  'dir.

**İspat (Teorem 2):**  $\mathbf{p}^*(\mathbf{h})$  geriye doğru kodçözerek erişilebilen en büyük toplam veri hızı  $R_b^*$  'ye (3) ulaşan güç dağılımı olsun. Teorem aşağıdaki iki önermenin birleşmesi ile ispatlanabilir.

**Önerme 2.**  $R_b(\mathbf{p}^*(\mathbf{h})) \geq R_w(\mathbf{p}^*(\mathbf{h}))$ .

**İspat:** Pencere kodçözmeye karşılık gelen erişilebilir veri hızları, geriye doğru kodçözmenin her  $\mathbf{p}(\mathbf{h})$

için bir altkümesi olduğundan,  $R_b(\mathbf{p}(\mathbf{h})) \geq R_w(\mathbf{p}(\mathbf{h}))$  'dir, ve sonuç  $\mathbf{p}(\mathbf{h}) = \mathbf{p}(\mathbf{h})^*$  seçerek gösterilebilir. □

**Önerme 3.**  $R_b(\mathbf{p}^*(\mathbf{h})) \leq R_w(\mathbf{p}^*(\mathbf{1}))$ .

**İspat:** Bkz. (KAYA, 2006)

Bu sonuç, toplam veri hızlarının eniyelenmesinin öncelikli olduğu durumlarda, her zaman pencere kodçözme kullanılması gerektiğini söylediğinden, oldukça önemli bir temel prensip teşkil etmektedir. Ayrıca, (KAYA, 2006)'da pencere kodçözmenin iki farklı türü de irdelenmiş, ve yukarıdaki bulguların her iki türe uygulanabilir olduğu gösterilmiştir.

#### **4. GEREÇ, YÖNTEM VE BULGULAR – ÜÇ KULLANICILI SİSTEMLER**

Projenin ikinci büyük bölümünde, iki kullanıcı sistemlerde bilinen (WILLEMS, VAN DER MEULEN, SCHALKWIJK, 1983) (SENDORANIS, ERKİP AAZHANG, 2003) blok Markov kodlama tekniğinin üç kullanıcı, ve bir alıcıdan oluşan sistemlere genellenmesi konusunda çalışmalar yapılmıştır. Bu genellemenin sonucunda geliştirilen üç kullanıcı işbirliği sistemi, bilinen iki kullanıcı sistemlerdeki metotların basit bir uzantısı olmaktan çok ötedir. Zira, kanal kodlama ve kodçözme stratejilerinin seçimi ile gönderilecek kod sözcüklerinin yapısına karar verilmesi bile başlı başına bir problem teşkil etmektedir.

Kullanıcı sayısının ikiden üçe çıkması olası işbirliği stratejilerini çok çeşitli kılmakta, ve iki kullanıcı blok kodlama yöntemlerine kıyasla kodlama ve kodçözme yöntemlerini oldukça karmaşıktır. Literatürde bilinen, ve iki ardışık veri bloğu üzerinde işbirliği yapacak şekilde blok Markov kodlama uygulayan iki kullanıcı sistemlerden, üç kullanıcı sistemlere geçilirken akla ilk gelen kodlama yöntemi, üç ardışık blok üzerinde işbirliğine imkan veren iki seviyeli bir yardımlaşma tekniği kullanılmasıdır. Buna göre, kullanıcıların öncelikle aralarında ikerli gruplar halinde yardımlaşarak ortak bilgiler oluşturup, daha sonraki bloklarda oluşan bu ortak bilgileri alıcıya güçlerini birleştirerek göndermeleri düşünülebilir. Örneğin, birinci ve ikinci kullanıcılar, iki kullanıcı blok Markov kodlama tekniği uygulayarak üçüncü kullanıcıya bilgilerini aktarabilir, aynı işlem diğer kullanıcı çiftleri tarafından da gerçekleştirilebilir. Böylece, daha sonraki blokta, oluşan ortak bilgiler, ikili ve üçlü gruplar halinde ortak işbirliği sinyalleri gönderilerek alıcıya iletilebilir, ve bir yandan da sisteme taze bilgi akışı sürdürülebilir. Ancak, projenin ilk dönemlerindeki çalışmalarımız sonucunda, bu tip bir yaklaşımın kodlama sırasında çok sayıda işbirliği sinyali kullanılmasını gerektirdiği, özellikle ortak bilgi yaratılırken kullanılan ikili işbirliği sinyallerinin, işbirliğine katılmayan

kullanıcılarda yüksek seviyede karışıma sebep olabildiği, ve eniyilenmesi planlanan ulaşılabilir veri hızı fonksiyonlarının yapısını da analitik olarak çok karmaşıklaştırdığı gözlenmiştir.

Bu nedenle, projede ele alınan tüm üç kullanıcı sistemler için, kullanıcıların ortak bilgi oluştururken ek bir yardımlaşma katmanı kullanmadığı, tek seviyeli bir yardımlaşma stratejisi üzerine yoğunlaşmış, ve bu strateji için önce kanal değerlerini de hesaba katan kodlama/kodçözme teknikleri belirlenmiş, bu teknikler sonucunda ulaşılan veri hızları analitik olarak hesaplanmış, ve bunların benzetim yoluyla güç değerleri üzerinden eniyilenmesi suretiyle erişilebilir veri hızı bölgeleri (achievable rate region) elde edilmiştir. Bu erişilebilir veri hızı bölgeleri, kullanıcılar ikiye bölünebilir gruplara ayrılmak suretiyle, iki kullanıcı sistemlerin bilinen erişilebilir veri hızları ile karşılaştırıldığında, artan işbirlikçi çeşitlilik imkanı sayesinde, ciddi oranda kazançlar sağlanabildiği gösterilmiştir.

#### 4.1. Üç kullanıcı sistemlerde asimetrik işbirliği stratejisi

Bu kısımda, kullanıcıların alıcıya göndermek istedikleri bilgileri tümegönderim kanallarında kapasiteye ulaşan kodlama yöntemi ile blok Markov kodlamanın bir birleşimini kullanarak iletmeleri düşünülmüştür. İlk aşamadaki kodlama ve kodçözme, kanal katsayıları da dikkate alınarak, her kullanıcıda olabildiğince fazla bilgi oluşturacak şekilde yapılmakta, bir yandan da, önceki bloklarda oluşan bu bilgilerden ortak olanlar ikili ve üçlü gruplarca evreyumlu ortak sinyaller ile gönderilmek suretiyle güçleri artırılarak alıcıya ulaştırılmaktadır. Ancak, kodlama ve kodçözmenin hangi mesajlar üzerinden yapılacağı başta belirli olmadığından, genel bir kodlama stratejisi ile başlayıp, daha sonra kullanılmayacak sinyalleri iptal etmek daha doğru olacaktır. Anlatımın bütünlüğü açısından, Bölüm 2'de verilen üç kullanıcı sistem modelini anımsatalım:

$$Y_0 = \alpha_{10} X_1 + \alpha_{20} X_2 + \alpha_{30} X_3 + N_0 \quad (1)$$

$$Y_1 = \alpha_{21} X_2 + \alpha_{31} X_3 + N_1 \quad (2)$$

$$Y_2 = \alpha_{12} X_1 + \alpha_{32} X_3 + N_2 \quad (3)$$

$$Y_3 = \alpha_{13} X_1 + \alpha_{23} X_2 + N_3 \quad (4)$$

Denklemler (1), (2), (3) ve (4)'te geçen  $X_1, X_2, X_3$  sinyalleri hangi mesajların hangi kullanıcılar tarafından hatasız bir şekilde çözüleceğine dair bir analiz yapılmadığı durumda, en genel haliyle aşağıda tanımlanmıştır.

$$X_1 = \sqrt{P_{10}} X_{10} + \sqrt{P_{12}} X_{12} + \sqrt{P_{13}} X_{13} + \sqrt{P_{1U_1}} U_1 + \sqrt{P_{1U_2}} U_2 + \sqrt{P_{1U}} U \quad (5)$$

$$X_2 = \sqrt{P_{20}} X_{20} + \sqrt{P_{21}} X_{21} + \sqrt{P_{23}} X_{23} + \sqrt{P_{2U_1}} U_1 + \sqrt{P_{2U_3}} U_3 + \sqrt{P_{2U}} U \quad (6)$$

$$X_3 = \sqrt{P_{30}} X_{30} + \sqrt{P_{31}} X_{31} + \sqrt{P_{32}} X_{32} + \sqrt{P_{3U_2}} U_2 + \sqrt{P_{3U_3}} U_3 + \sqrt{P_{3U}} U \quad (7)$$

Yukarıda verilen eşitliklerde,  $P_{10}, P_{20}, P_{30}$  kullanıcıların sadece hedefe yönelik olarak ayırdığı güçleri,  $P_{12}, P_{13}, P_{21}, P_{23}, P_{31}$  ve  $P_{32}$  ise her bir kullanıcının kendi aralarındaki haberleşmeleri için ayırdıkları güç değerleri olarak tanımlanmaktadır. Aynı zamanda, bu güç değerleri aşağıda belirtilmiş olan (8), (9), (10) numaralı eşitliklerle verilen toplam güç kısıtlarına tabidir.

$$P_1 = P_{10} + P_{12} + P_{13} + P_{1U_1} + P_{1U_2} + P_{1U} \quad (8)$$

$$P_2 = P_{20} + P_{21} + P_{23} + P_{2U_1} + P_{2U_3} + P_{2U} \quad (9)$$

$$P_3 = P_{30} + P_{31} + P_{32} + P_{3U_2} + P_{3U_3} + P_{3U} \quad (10)$$

Buna bağlı olarak, her kullanıcının mesajı ( $w_i \in \{1, 2, \dots, 2^{nR_i}\}$ ,  $i = 1, 2, 3$ ), diğer kullanıcılar ve hedef alıcı tarafından çözülmesi amaçlanan parçalara ( $w_{ij} \in \{1, 2, \dots, 2^{nR_{ij}}\}$ ,  $i \neq j$ ) ayrılmakta, bu parçalar, yukarıda belirtilmiş olan ve  $X_1, X_2, X_3$  sinyallerini oluşturan, birim güce sahip alt sinyaller kullanılmak suretiyle, aşağıda verilmiş olan politikaya bağlı bir şekilde üretilmektedir:

- Kullanıcılar arası ortak bilgi oluşturmakta, ve bu bilgiyi yüksek hızlarda alıcıya göndermekte kullanılan  $w_{12}, w_{13}, w_{21}, w_{23}, w_{31}, w_{32}$  mesajlarından, tüm kullanıcılarca çözülebilenlerin kümesine  $\Gamma$  diyelim. Bu kümedeki mesajları ortak olarak göndermek için oluşturulan,  $n$  sembol uzunluğundaki ortak işbirliği kod sözcüğü  $U$ , bağımsız olarak Gauss dağılımından seçilerek,  $2^{\sum_{i \in \Gamma} nR_{ij}}$  defa üretilir ve bunların her biri olası mesajlara atanır.

- Kullanıcılar arası ortak bilgi oluşturmakta, ve bu bilgiyi yüksek hızlarda alıcıya göndermekte kullanılan  $w_{12}, w_{13}, w_{21}, w_{23}, w_{31}, w_{32}$  mesajlarına bağlı olarak,  $n$  uzunluğundaki ikişerli işbirliği kod sözcükleri  $U_1, U_2$  ve  $U_3$ , bağımsız olarak Gauss dağılımından seçilerek,  $2^{n(R_{ij}+R_{ji})}$  defa üretilir ve her biri olası mesajlara atanır.

$$U_1(w_{12}, w_{21}) \in \{1, 2, \dots, 2^{nR_{12}} \times 1, 2, \dots, 2^{nR_{21}}\}$$

$$U_2(w_{13}, w_{31}) \in \{1, 2, \dots, 2^{nR_{13}} \times 1, 2, \dots, 2^{nR_{31}}\}$$

$$U_3(w_{23}, w_{32}) \in \{1, 2, \dots, 2^{nR_{23}} \times 1, 2, \dots, 2^{nR_{32}}\}$$

- Hem işbirliği yapacak ortakta, hem de alıcıda kodçözme sırasında kullanılacak olan  $n$  uzunluğundaki  $X_{12}, X_{21}, X_{13}, X_{31}, X_{23}, X_{32}$  kod sözcükleri bağımsız olarak Gauss dağılımından seçilerek,  $2^{nR_{ij}}$  defa üretilir ve her biri olası mesajlara atanır.

$$X_{12}(w_{12}) \in \{1, 2, \dots, 2^{n_{12}}\}$$

$$X_{21}(w_{21}) \in \{1, 2, \dots, 2^{n_{21}}\}$$

$$X_{13}(w_{13}) \in \{1, 2, \dots, 2^{n_{13}}\}$$

$$X_{31}(w_{31}) \in \{1, 2, \dots, 2^{n_{31}}\}$$

$$X_{23}(w_{23}) \in \{1, 2, \dots, 2^{n_{23}}\}$$

$$X_{32}(w_{32}) \in \{1, 2, \dots, 2^{n_{32}}\}$$

- Alıcıda daha sonraki blokta çözülmek üzere gönderilen taze bilgilerden oluşan  $X_{10}$ ,  $X_{20}$ ,  $X_{30}$  kod sözcükleri de benzer şekilde üretilir.

$$X_{10}(w_{10}) \in \{1, 2, \dots, 2^{n_{10}}\}$$

$$X_{20}(w_{20}) \in \{1, 2, \dots, 2^{n_{20}}\}$$

$$X_{30}(w_{30}) \in \{1, 2, \dots, 2^{n_{30}}\}$$

Bu noktada, ortak bilgilerin oluşturuluş şekli önem kazanmaktadır, çünkü az sonra görüleceği gibi kullanılacak işbirliği sinyallerinin yapısı, kanal katsayılarına bağlı olarak farklılık göstermek durumundadır. Hangi sinyallerin hangi kullanıcı tarafından çözüleceği kararı, tümegönderim kanallarının kapasitesine (COVER, THOMAS, 2001) erişen kodlama ve kodçözme mantığına dayalı olarak verilecektir. Bu nedenle, şu andan itibaren, gürültü varyansı ile normalize edilmiş kanal katsayıları hakkında, içeriğin genel geçerliğini kaybettirmeyecek şu varsayımı yapalım:

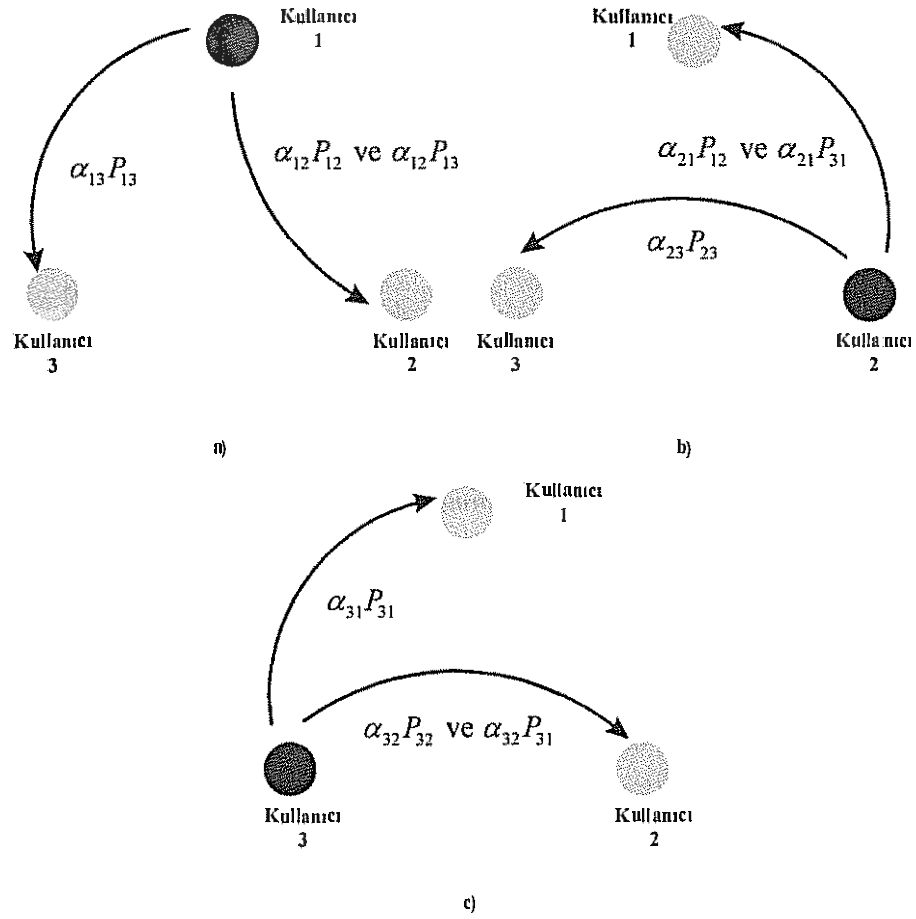
$$\frac{\alpha_{12}}{N_2} > \frac{\alpha_{13}}{N_3}, \frac{\alpha_{21}}{N_1} > \frac{\alpha_{23}}{N_3}, \frac{\alpha_{32}}{N_2} > \frac{\alpha_{31}}{N_1}$$

Bu varsayım, kullanıcılar arası bilgi paylaşımında kimin ne miktarda bilgiyi çözebileceğine karar vermek için kullanılacak olup, kanallar arası sıralama değiştiğinde de simetriden dolayı argümanlarımız sadece kullanıcı indisleri değiştirilerek geçerli olacaktır.

Öncelikle, sistemi Şekil 4'de gösterildiği gibi birbirinden ayırık üç adet tümegönderim kanalı halinde inceleyelim. Bu durumda her tümegönderim kanalında kullanıcılardan biri gönderici, diğerleri alıcı durumundadır. Farklı kullanıcılarca gönderilen sinyallerin karışımını şimdilik göz ardı edelim.

Yukarıdaki varsayıma dayanarak, tümegönderim kanallarının standart özelliklerini (COVER, THOMAS, 2001) kullanmak suretiyle hangi kullanıcının hangi bilgileri çözümlenebileceği bulunabilir. Verilen kanal katsayısı sıralaması sonucunda, iletişim açısından en iyi şartlara sahip olan kullanıcının, 2 numaralı kullanıcı olduğu gözükmektedir. Örneğin, kullanıcı 1'in gönderdiği sinyaller kullanıcı 2 ve 3'ün her ikisine de ulaşmakta, ancak kullanıcı 3'e ulaşan kopya daha zayıf olduğundan

bu kullanıcı, Şekil 2'de de görüldüğü gibi yalnızca  $w_{13}$  mesajını içeren kısmı çözebilmekte, kullanıcı 2 ise, kendinden daha kötü durumda olan kullanıcı 3'ün mesajını aynı veri hızında hatasız çözümlenebileceğinden, çözdüğü bu mesajı toplam aldığı sinyalden çıkararak, kendi için gönderilen  $w_{12}$  mesajını da sanki sistemde yalnızmış gibi tek kullanıcı kanalı kapasitesinde çözebilmektedir. Benzer yaklaşımlarla, kullanıcıların çözebileceği mesajların bir listesi Tablo 1'de verilmiştir.



Şekil 4. a) Kullanıcı 1, b) Kullanıcı 2, c) Kullanıcı 3 için tüm gönderim sinyalleri şeması.

	ÇÖZÜLEBİLEN SİNYAL	EKSTRA ÇÖZÜLEBİLEN SİNYAL
KULLANICI 1	$w_{21}, w_{31}$	$w_{23}$
KULLANICI 2	$w_{12}, w_{32}$	$w_{13}, w_{31}$
KULLANICI 3	$w_{13}, w_{23}$	-

Tablo 1. Kullanıcı sinyal çözümü tablosu

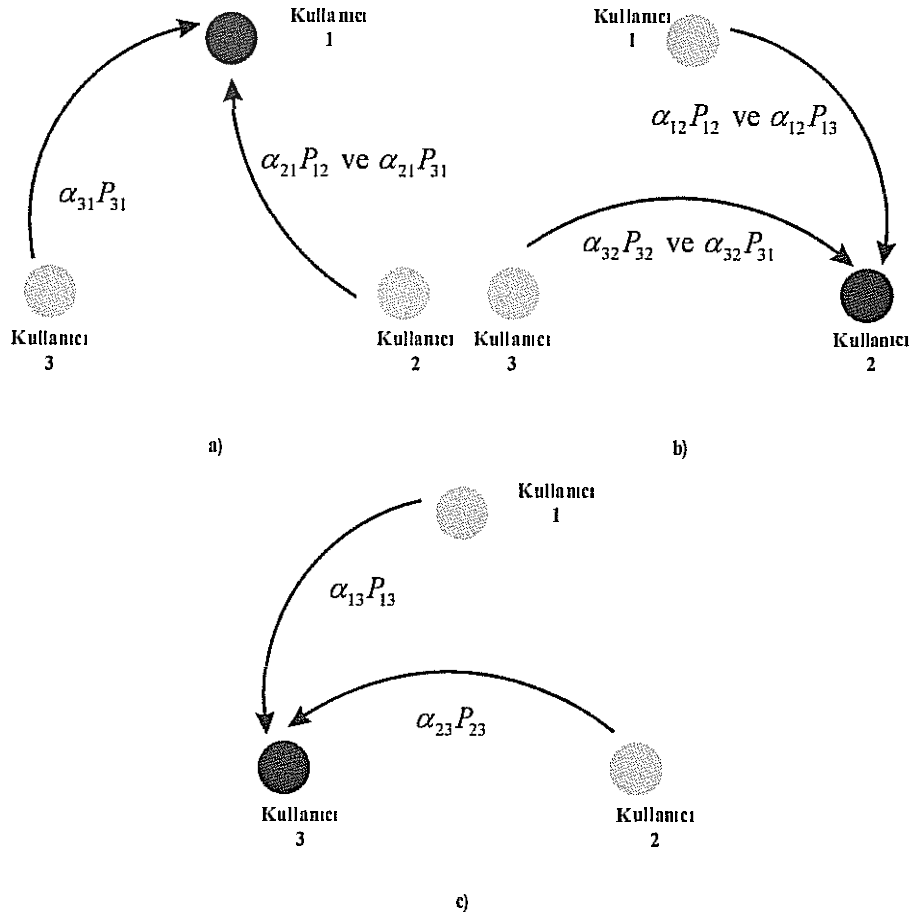
Elbette, tüm tümegönderimler aynı anda gerçekleştiği için, oluşan sistem bir hibrit tümegönderim-çoklu erişim kanalı halini almaktadır, ve her mesajın çözümlenmesine olanak verecek gönderi hızlarının basitçe tümegönderim kanal kapasitesi olarak görülmesi mümkün değildir. Aynı zamanda, izole tümegönderim kanallarının kapasitesine ulaşan kodlama tekniği ve kodçözme sıralarının, aynı zamanda çoklu erişim de olduğunda en iyi olacağı, ve kapasiteye ulaşacağı kesin değildir. Ancak, projenin amacı kanal kapasitesini hesaplamak olmayıp, yeni ulaşılabilir veri hızları elde etmek olduğundan bu yaklaşımın en iyi olmaması sorun teşkil etmemektedir. Çoklu erişimi de hesaba katan ulaşılabilir veri hızı ifadeleri bir sonraki bölümde verilecektir.

Kodlamanın daha iyi anlaşılabilmesi açısından, söz konusu kanal değeri sıralamasıyla oluşan kanal kodlama stratejisi, Tablo 2'de özetlenmiştir. Buna göre, genel yapıdaki bazı işbirliği sinyallerinin kullanılmadığı ( $U_2$ ), ortak işbirliği sinyalinin ise her kullanıcıda var olan  $w_{13}, w_{31}, w_{23}$  mesajları ile sınırlı olduğu görülmektedir. Blok Markov kodlaması yapısı gereği, ilk blokta sadece işbirliği için ortak bilgi oluşturacak sinyaller ile direk alıcı için tasarlanan sinyaller gönderilmekte, ikinci blokta sinyaller ise, ilk blokta çözümlenen bu sinyaller dikkate alınarak seçilmektedir. Mesajların 0 anındaki değerlerinin sistemdeki tüm düğümlerde bilindiği, ve bilgi taşımadığı düşünülmelidir. Gönderim işlemi boyunca, her blok sonunda kullanıcılar, Tablo 1'de kendileri için belirtilen sinyalleri çözerken, bunların haricinde tüm sinyalleri gürültü olarak kabul etmektedirler. Kodçözme işlemi, alıcı tarafında tüm blokların gönderimi tamamlandığında geriye doğru kodçözme yöntemi ile birleşik tipiklik testi kullanılarak gerçekleştirilmektedir (WILLEMS, VAN DER MEULEN, SCHALKWIJK, 1983).

	1. BLOK	2. BLOK
KULLANICI I	$X_{10}(w_{10}(1), w_{12}(1), w_{13}(1))$ $X_{12}(w_{12}(1))$ $X_{13}(w_{13}(1))$ $U_1(w_{12}(0), w_{21}(0))$ $U(w_{13}(0), w_{31}(0), w_{23}(0))$	$X_{10}(w_{10}(2), w_{12}(1), w_{21}(1), w_{13}(1), w_{31}(1), w_{23}(1))$ $X_{12}(w_{12}(2), w_{12}(1), w_{21}(1), w_{13}(1), w_{31}(1), w_{23}(1))$ $X_{13}(w_{13}(2), w_{13}(1), w_{31}(1), w_{23}(1))$ $U_1(w_{12}(1), w_{21}(1))$ $U(w_{13}(1), w_{31}(1), w_{23}(1))$
KULLANICI 2	$X_{20}(w_{20}(1), w_{21}(1), w_{23}(1))$ $X_{21}(w_{21}(1))$ $X_{23}(w_{23}(1))$ $U_1(w_{12}(0), w_{21}(0))$ $U_3(w_{32}(0))$ $U(w_{13}(0), w_{31}(0), w_{23}(0))$	$X_{20}(w_{20}(2), w_{21}(1), w_{21}(1), w_{13}(1), w_{31}(1), w_{23}(1), w_{32}(1))$ $X_{21}(w_{21}(2), w_{12}(1), w_{21}(1), w_{13}(1), w_{31}(1), w_{23}(1))$ $X_{23}(w_{23}(2), w_{13}(1), w_{31}(1), w_{23}(1), w_{32}(1))$ $U_1(w_{12}(1), w_{21}(1))$ $U_3(w_{32}(1))$ $U(w_{13}(1), w_{31}(1), w_{23}(1))$

KULLANICI 3	$X_{30}(w_{30}(1), w_{31}(1), w_{32}(1))$	$X_{30}(w_{30}(2), w_{13}(1), w_{23}(1), w_{31}(1), w_{32}(1))$
	$X_{31}(w_{31}(1))$	$X_{31}(w_{31}(2), w_{13}(1), w_{23}(1), w_{31}(1))$
	$X_{32}(w_{32}(1))$	$X_{32}(w_{32}(2), w_{13}(1), w_{23}(1), w_{31}(1), w_{32}(1))$
	$U_3(w_{32}(0))$	$U_3(w_{32}(1))$
	$U(w_{13}(0), w_{31}(0), w_{23}(0))$	$U(w_{13}(1), w_{31}(1), w_{23}(1))$

**Tablo 2.** Üst üste bindirmeli asimetrik blok Markov kodlayıcının 1. ve 2. blok sinyalleri



**Şekil 5.** a) Kullanıcı 1, b) Kullanıcı 2, c) Kullanıcı 3 için çoklu erişim sinyalleri şeması.

#### 4.1.1. Erişilebilir Veri Hızları

Önerdiğimiz üç kullanıcılu sistemde erişilebilir hızlar, sistemdeki tümegönderim ve çoklu erişim bileşenleri dikkate alınarak hesaplanmaktadır. Tümegönderim kanallarında çözülen sinyaller önceki bölümde Şekil 4'te verilmiştir. Aynı şekilde, bu bölümdeki veri hızı ifadelerinin oluşturulmasında

kullanılan çoklu erişim modeli de anlaşılabilirliğin artması açısından Şekil 5'te verilmektedir. Yukarıdaki kodlama yapısından da anlaşılacağı gibi her bir kullanıcı diğer kullanıcıya işbirliği sinyallerinin oluşturulması için kendisine ait bilgileri içeren sinyaller göndermektedir. Bu sinyallerin oluşturduğu erişilebilir veri hızı değeri her bir kullanıcı için, konunun gelişimi gereği zayıftan güçlüye doğru gitmek suretiyle aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır. Tüm eşitsizliklerde  $C(x) = \frac{1}{2}C(\log(1+x))$ , sinyal gürültü oranı  $x$  olan toplam beyaz Gauss gürültülü kanal kapasitesini tanımlamaktadır.

### Kullanıcı 3

Kullanıcı 3'te, direk alıcıya gönderilen sinyaller  $X_{i0}$  ile, link değerleri nedeniyle çözülmemesi öngörülen  $X_{12}$  ve  $X_{21}$  sinyalleri gürültü olarak alındığında,  $w_{13}$  ve  $w_{23}$  sinyallerinin hatasız çözümlenebileceği hızlar, tüme gönderim kanallarına ait standart sonuçlara göre

$$R_{13} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{13}^2 P_{13}}{\alpha_{13}^{23} (P_{10} + P_{12} + P_{1U_1}) + \alpha_{23}^2 (P_{20} + P_{21} + P_{2U_1}) + 2\alpha_{13}\alpha_{23} \sqrt{P_{1U_1} P_{2U_1}} + N_3} \right) \right\} \quad (11)$$

$$R_{23} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{23}^2 P_{23}}{\alpha_{13}^2 (P_{10} + P_{12} + P_{1U_1}) + \alpha_{23}^2 (P_{20} + P_{21} + P_{2U_1}) + 2\alpha_{13}\alpha_{23} \sqrt{P_{1U_1} P_{2U_1}} + N_3} \right) \right\} \quad (12)$$

eşitsizliklerini sağlamalıdır. Aynı zamanda, bu iki sinyal 3. kullanıcıya aynı anda ulaştığından, çoklu erişim kanal kapasitesi gereği her iki mesajın toplam hızları üzerine de şu kısıt elde edilmektedir:

$$R_{13} + R_{23} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{13}^2 P_{13} + \alpha_{23}^2 P_{23}}{\alpha_{13}^2 (P_{10} + P_{12} + P_{1U_1}) + \alpha_{23}^2 (P_{20} + P_{21} + P_{2U_1}) + 2\alpha_{13}\alpha_{23} \sqrt{P_{1U_1} P_{2U_1}} + N_3} \right) \right\} \quad (13)$$

### Kullanıcı 1

Kullanıcı 1'de  $w_{21}$ ,  $w_{31}$  ve  $w_{23}$  sinyallerinin hatasız çözümlenebileceği tüme gönderim koşulları

$$R_{21} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{21}^2 P_{21}}{\alpha_{21}^2 (P_{20} + P_{2U_3}) + \alpha_{31}^2 (P_{30} + P_{32} + P_{3U_3}) + 2\alpha_{21}\alpha_{31} \sqrt{P_{2U_3} P_{3U_3}} + N_1} \right) \right\} \quad (14)$$

$$R_{31} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{31}^2 P_{31}}{\alpha_{21}^2 (P_{20} + P_{2U_3}) + \alpha_{31}^2 (P_{30} + P_{32} + P_{3U_3}) + 2\alpha_{21}\alpha_{31} \sqrt{P_{2U_3} P_{3U_3}} + N_1} \right) \right\} \quad (15)$$

$$R_{23} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{21}^2 P_{23}}{\alpha_{21}^2 (P_{20} + P_{2U_3}) + \alpha_{31}^2 (P_{30} + P_{32} + P_{3U_3}) + 2\alpha_{21}\alpha_{31} \sqrt{P_{2U_3} P_{3U_3}} + N_1} \right) \right\} \quad (16)$$

olarak bulunmaktadır. Öte yandan, Şekil 5a'da görüldüğü üzere üç sinyalin karışması sonucu mesajların hatasız çözülmesi için gerekli çoklu erişim hız kısıtları şöyledir.

$$R_{21} + R_{23} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{21}^2 (P_{21} + P_{23})}{\alpha_{21}^2 (P_{20} + P_{2U_3}) + \alpha_{31}^2 (P_{30} + P_{32} + P_{3U_3}) + 2\alpha_{21}\alpha_{31}\sqrt{P_{2U_3}P_{3U_3}} + N_1} \right) \right\} \quad (17)$$

$$R_{23} + R_{31} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{21}^2 P_{23} + \alpha_{31}^2 P_{31}}{\alpha_{21}^2 (P_{20} + P_{2U_3}) + \alpha_{31}^2 (P_{30} + P_{32} + P_{3U_3}) + 2\alpha_{21}\alpha_{31}\sqrt{P_{2U_3}P_{3U_3}} + N_1} \right) \right\} \quad (18)$$

$$R_{21} + R_{31} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{21}^2 P_{21} + \alpha_{31}^2 P_{31}}{\alpha_{21}^2 (P_{20} + P_{2U_3}) + \alpha_{31}^2 (P_{30} + P_{32} + P_{3U_3}) + 2\alpha_{21}\alpha_{31}\sqrt{P_{2U_3}P_{3U_3}} + N_1} \right) \right\} \quad (19)$$

$$R_{21} + R_{23} + R_{31} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{21}^2 (P_{21} + P_{23}) + \alpha_{31}^2 P_{31}}{\alpha_{21}^2 (P_{20} + P_{2U_3}) + \alpha_{31}^2 (P_{30} + P_{32} + P_{3U_3}) + 2\alpha_{21}\alpha_{31}\sqrt{P_{2U_3}P_{3U_3}} + N_1} \right) \right\} \quad (20)$$

## Kullanıcı2

Kullanıcı 2'de  $w_{12}$ ,  $w_{13}$ ,  $w_{31}$  ve  $w_{32}$  sinyallerinin tek başlarına hatasız çözümlenebileceği hız kısıtları;

$$R_{12} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{12}^2 P_{12}}{\alpha_{12}^2 P_{10} + \alpha_{32}^2 P_{30} + N_2} \right) \right\} \quad (21)$$

$$R_{13} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{12}^2 P_{13}}{\alpha_{12}^2 P_{10} + \alpha_{32}^2 P_{30} + N_2} \right) \right\} \quad (22)$$

$$R_{31} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{32}^2 P_{31}}{\alpha_{12}^2 P_{10} + \alpha_{32}^2 P_{30} + N_2} \right) \right\} \quad (23)$$

$$R_{32} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{32}^2 P_{32}}{\alpha_{12}^2 P_{10} + \alpha_{32}^2 P_{30} + N_2} \right) \right\} \quad (24)$$

olarak verilmektedir (Tümeğönderim açısından bakıldığında, (11) ve (15), (22) ve (23)'ü domine edeceğinden (22) ve (23) aktif değildir). Kullanıcı 2 kanal katsayılarına yönelik varsayımlara bağlı olarak tüm işbirliği sinyallerini çözümleyebildiği için, en az gürültüye maruz kalan kullanıcıdır. Diğer iki kullanıcı, işbirlikçi sinyallerinin hepsini çözümleyebilecek gerekli kanal koşullarına sahip olmadıkları için, hedefe yönelik yollanan sinyallerin yanı sıra işbirlikçi sinyallerin de olası bazı evre uyum toplamlarını gürültü olarak algılamaktadırlar. Bu her ne kadar önerdiğimiz model için elde edilebilecek tüme gönderim kapasite değerini düşürse de hedef tarafındaki toplam kapasite değerini artırıcı etki yapacaktır.

Kullanıcı 2'de  $w_{12}$ ,  $w_{13}$ ,  $w_{31}$  ve  $w_{32}$  sinyallerinin hatasız çözülmesi için gerekli çoklu erişim hız koşulları şunlardır:

$$R_{12} + R_{13} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{12}^2 (P_{12} + P_{13})}{\alpha_{12}^2 P_{10} + \alpha_{32}^2 P_{30} + N_2} \right) \right\} \quad (25)$$

$$R_{12} + R_{31} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{12}^2 P_{12} + \alpha_{32}^2 P_{31}}{\alpha_{12}^2 P_{10} + \alpha_{32}^2 P_{30} + N_2} \right) \right\} \quad (26)$$

$$R_{12} + R_{32} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{12}^2 P_{12} + \alpha_{32}^2 P_{32}}{\alpha_{12}^2 P_{10} + \alpha_{32}^2 P_{30} + N_2} \right) \right\} \quad (27)$$

$$R_{13} + R_{31} < E \left\{ -C \left( \frac{\alpha_{13}^2 P_{13}}{\alpha_{14}^2 P_{10} + \alpha_{32}^2 P_{30} + N_2} \right) \right\} \quad (28)$$

$$R_{13} + R_{32} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{13}^2 P_{13} + \alpha_{32}^2 P_{32}}{\alpha_{12}^2 P_{10} + \alpha_{32}^2 P_{30} + N_2} \right) \right\} \quad (29)$$

$$R_{31} + R_{32} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{32}^2 (P_{31} + P_{32})}{\alpha_{12}^2 P_{10} + \alpha_{32}^2 P_{30} + N_2} \right) \right\} \quad (30)$$

$$R_{12} + R_{13} + R_{31} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{12}^2 (P_{12} + P_{13}) + \alpha_{32}^2 P_{31}}{\alpha_{12}^2 P_{10} + \alpha_{32}^2 P_{30} + N_2} \right) \right\} \quad (31)$$

$$R_{12} + R_{13} + R_{32} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{12}^2 (P_{12} + P_{13}) + \alpha_{32}^2 P_{32}}{\alpha_{12}^2 P_{10} + \alpha_{32}^2 P_{30} + N_2} \right) \right\} \quad (32)$$

$$R_{12} + R_{31} + R_{32} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{12}^2 P_{12} + \alpha_{32}^2 (P_{31} + P_{32})}{\alpha_{12}^2 P_{10} + \alpha_{32}^2 P_{30} + N_2} \right) \right\} \quad (33)$$

$$R_{13} + R_{31} + R_{32} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{13}^2 P_{13} + \alpha_{32}^2 (P_{31} + P_{32})}{\alpha_{12}^2 P_{10} + \alpha_{32}^2 P_{30} + N_2} \right) \right\} \quad (34)$$

$$R_{12} + R_{13} + R_{31} + R_{32} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{12}^2 (P_{12} + P_{13}) + \alpha_{32}^2 (P_{31} + P_{32})}{\alpha_{12}^2 P_{10} + \alpha_{32}^2 P_{30} + N_2} \right) \right\} \quad (35)$$

Yukarıdaki tanımlanmış alanlarla beraber sistemin toplam ulaşılabilir hız kümesinin hesaplanabilmesi için hedef tarafında oluşturulacak olan çoklu erişim kapasite değerlerinin de incelenmesi gerekmektedir.

### Hedef Alıcıdaki Erişilebilir Hız Kısıtları

Hedef tarafında gönderilen mesajların çözümlenebilmesi için gerekli kısıtları sıralamadan önce, anlatımı kolaylaştırması açısından bir varsayım daha yapmak yerinde olacaktır. Şu ana kadar önerilen

mevcut kodlama ve kodçözme yapısına göre, alıcıya direk olarak yollanan  $X_{i0}$  kod sözcüklerinin hatasız çözülmesi için gereken koşullar, standart çoklu erişim kapasite formüllerinden ibaret olup, değer işbirliği sinyalleri ile tüm kombinasyonları düşünüldüğünde çok sayıda fazladan kısıt oluşturmaktadırlar. Öte yandan, işbirliği sistemlerinin kullanılmak istenmesindeki temel motivasyon direk linklerin kullanıcılar arası linklerden çoğunlukla çok daha zayıf olmasıdır. Bu durumda, kanal katsayılarının

$$\frac{\alpha_{12}}{N_2}, \frac{\alpha_{13}}{N_3}, \frac{\alpha_{21}}{N_1}, \frac{\alpha_{23}}{N_3}, \frac{\alpha_{31}}{N_1}, \frac{\alpha_{32}}{N_2} > \frac{\alpha_{10}}{N_0}, \frac{\alpha_{20}}{N_0}, \frac{\alpha_{30}}{N_0}$$

sıralamasını sağladığını varsaymak uygundur. Bu varsayım altında, önceki çalışmalarımızda (KAYA, ULUKUS, 2005) iki kullanıcı için ispatlanan sonuçlar ışığında, direk linklerde  $w_{i0}$  mesajlarını göndermenin hızları iyileştirmeyeceği beklenmektedir. Bu nedenle, kod yapısının da basitleşmesi açısından  $P_{i0}$  güç değerleri şu andan itibaren 0 olarak alınacaktır. Bu yaklaşım, önceden elde edilen hız değerlerinde paydadaki karışım terimlerinden bazılarının yok olmasının ötesinde bir değişikliğe sebep olmamaktadır. Direk linklerin daha kuvvetli olduğu durumlarda bu sinyallerin kullanılması tekrar düşünülebilir.

Bahsedilen koşullar altında, çözümlenebilecek  $w_{32}, w_{12}w_{21}$  ve  $w_{13}w_{31}w_{23}$  mesaj gruplarını barındıran sırasıyla  $U_3, U_1$  ve  $U$  işbirliği kod sözcüklerinin evreyumlu toplanması, aşağıdaki çoklu erişim kapasite değerlerinin oluşturulmasını sağlamaktadır ((SENDORANIS, ERKIP AAZHANG, 2003) 'deki gibi burada da aynı işbirliği sinyalini oluşturan mesaj gruplarını tek bir mesaj olarak almak yeterlidir).

$$R_{32} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{20}^2 P_{2U_3} + \alpha_{30}^2 (P_{32} + P_{3U_3}) + 2\alpha_{20}\alpha_{30}\sqrt{P_{2U_3}P_{3U_3}}}{N_0} \right) \right\} \quad (36)$$

$$R_{12} + R_{21} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{10}^2 (P_{12} + P_{1U_1}) + \alpha_{20}^2 (P_{21} + P_{2U_1}) + 2\alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U_1}P_{2U_1}}}{N_0} \right) \right\} \quad (37)$$

$$R_{13} + R_{31} + R_{23} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{10}^2 (P_{13} + P_{1U}) + \alpha_{20}^2 (P_{23} + P_{2U}) + \alpha_{30}^2 (P_{31} + P_{3U})}{N_0} + \frac{2(\alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U}P_{2U}} + \alpha_{10}\alpha_{30}\sqrt{P_{1U}P_{3U}} + \alpha_{20}\alpha_{30}\sqrt{P_{2U}P_{3U}})}{N_0} \right) \right\} \quad (38)$$

$$R_{12} + R_{21} + R_{32} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{10}^2 (P_{12} + P_{1U}) + \alpha_{20}^2 (P_{21} + P_{2U}) + \alpha_{30}^2 (P_{32} + P_{3U})}{N_0} + \frac{2(\alpha_{20}\alpha_{30}\sqrt{P_{2U}P_{3U}} + \alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U}P_{2U}})}{N_0} \right) \right\} \quad (39)$$

$$R_{13} + R_{31} + R_{23} + R_{32} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{10}^2 (P_{13} + P_{1U}) + \alpha_{20}^2 (P_{23} + P_{2U} + P_{2U_3}) + \alpha_{30}^2 P_3 + 2\alpha_{20}\alpha_{30}\sqrt{P_{2U_3}P_{3U_3}}}{N_0} + \frac{2(\alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U}P_{2U}} + \alpha_{10}\alpha_{30}\sqrt{P_{1U}P_{3U}} + \alpha_{20}\alpha_{30}\sqrt{P_{2U}P_{3U}})}{N_0} \right) \right\} \quad (40)$$

$$R_1 + R_2 + R_{31} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{10}^2 P_1 + \alpha_{20}^2 P_2 + \alpha_{30}^2 (P_{31} + P_{3U} + P_{3U_3}) + 2\alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U_1}P_{2U_1}}}{N_0} + \frac{2(\alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U}P_{2U}} + \alpha_{10}\alpha_{30}\sqrt{P_{1U}P_{3U}} + \alpha_{20}\alpha_{30}\sqrt{P_{2U}P_{3U}})}{N_0} \right) \right\} \quad (41)$$

$$R_1 + R_2 + R_3 < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{10}^2 P_1 + \alpha_{20}^2 P_2 + \alpha_{30}^2 P_3 + 2\alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U_1}P_{2U_1}} + 2\alpha_{20}\alpha_{30}\sqrt{P_{2U_3}P_{3U_3}}}{N_0} + \frac{2(\alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U}P_{2U}} + \alpha_{10}\alpha_{30}\sqrt{P_{1U}P_{3U}} + \alpha_{20}\alpha_{30}\sqrt{P_{2U}P_{3U}})}{N_0} \right) \right\} \quad (42)$$

Sonuç olarak, bu bölümde sıralanan tüm kısıtları sağlayan hız değerleri (11)-(42), ulaşılabilir veri hızı kümesini vermektedir. Kodlama yapısı gereği, kullanıcıların hızları, alt mesajların hızları cinsinden şöyle yazılabilir:

$$R_1 = R_{10} + R_{12} + R_{13} \quad (43)$$

$$R_2 = R_{20} + R_{21} + R_{23} \quad (44)$$

$$R_3 = R_{3_0} + R_{3_1} + R_{3_2} \quad (45)$$

Bu durumda, üç boyutlu erişilebilir hız bölgesi (11)-(45) denklemleri ile verilen  $R_1, R_2, R_3$  değerlerinin dışbükey zarfı olarak oluşturulmaktadır.

### Kodlama yapısında yapılabilecek iyileştirmeler

Projenin ilk aşamalarında yukarıdaki biçimiyle önerilen, ve bu haliyle dahi iki kullanıcıli işbirliğine göre daha yüksek kazançlar sağladığı gösterilen kodlama stratejisi için iyileştirmeler mümkündür. Buna göre, işbirliği sinyallerinin daha akıllıca oluşturulması sonucu aslında daha basit, ve olası olarak daha geniş bir erişilebilir hız bölgesine ulaşabilecek bir kodlama stratejisine dönüştürülebileceği bulunmuştur.

Tablo 2'de de özetlendiği üzere, daha önce önerilen blok Markov kodlama şöyle işlemektedir: Örneğin kullanıcı 1 için,

1. Ortak işbirliği kod sözcüğü  $U$ 'yu oluştur
2. İkili işbirliği kod sözcüğü  $U_1$ 'i oluştur.
3.  $U$  ve  $U_1$  kod sözcüklerine koşullu olarak  $X_{12}$ 'yi oluştur.
4.  $U$  kod sözcüğüne koşullu olarak  $X_{13}$ 'ü oluştur.
5.  $U, U_1, X_{12}, X_{13}$  kod sözcüklerine koşullu olarak  $X_{10}$ 'i oluştur.

Buna göre, iki önemli husus ortaya çıkmaktadır:

- a. Ortak işbirliği kod sözcüğü  $U$ , tüm kullanıcıların  $X_{ij}$  kod sözcüklerinin oluşumunda yer aldığı için, aslında bu sözcükler de birleşik tipiklik çözümlemesi esnasında  $U$  hakkında bilgi vermektedir, bu nedenle de güçleri alıcı tarafındaki erişilebilir veri hızı ifadelerinden  $U$  sözcüğü ile gönderilen  $w_{13}, w_{23}, w_{31}$  mesajlarını içerenlere dahil edilebilir.
- b. Aynı şekilde, tüm kullanıcılar  $w_{13}, w_{23}, w_{31}$  mesajlarını bildiğinden, ikili işbirliği sözcüklerinin de oluşturulması  $U$ 'ya koşullu olarak yapılabilir, ve bu sayede ikili işbirliği sinyallerinin güçlerinden de  $w_{13}, w_{23}, w_{31}$  mesajlarının alıcı tarafına doğru olan hız kısıtlarına katkıda bulunulabilir.

Bu iyileştirmeler sonucunda, (38), (40), (41) numaralı eşitsizliklerin tümünün sağ tarafı (42) numaralı eşitsizlik ile aynı olmakta, ve bunlar daha sıkı bir kısıt olan (42) tarafından bastırılmaktadır. Bu sayede, hız bölgesi hem sadeleşmekte, hem de kaldırılan kısıtların aktif olması durumunda genişlemektedir.

Yukarıda, erişilebilir hız bölgesi alt mesajların hızları  $R_{ij}$  için bulunan kısıtların toplamları cinsinden ifade edilmiştir. Bu toplamlar, kısıtların çeşitliliği nedeniyle alt mesaj hızlarının türlü birleşimleri ile elde edilebildiğinden, hız bölgesinin sade analitik bir ifadesinin elde edilmesi önem arz etmektedir. Bu nedenle, bu bölümde, alt hız kısıtları kullanılarak, kullanıcıların toplam bireysel mesajlarının hızları  $R_1, R_2, R_3$  için analitik ifadeler elde edilmektedir. Bu sayede erişilebilir veri hızı bölgesinin benzetimi daha kolay ve hatalara karşı daha dayanıklı hale getirilmiştir. Buna göre, kısıtları benzetim yoluyla sistematik bir grublama yapacak bir algoritma geliştirilmiştir.

#### 4.1.2. Bireysel Erişilebilir Veri Hızı Kapalı Form İfadelerinin Elde Edilmesi

Bu bölümün hedefi, denklemler (11)-(45) ile tanımlanmış erişilebilir veri hızı bölgesinin,  $R_1, R_2, R_3$  cinsinden kapalı formda elde edilmesidir.

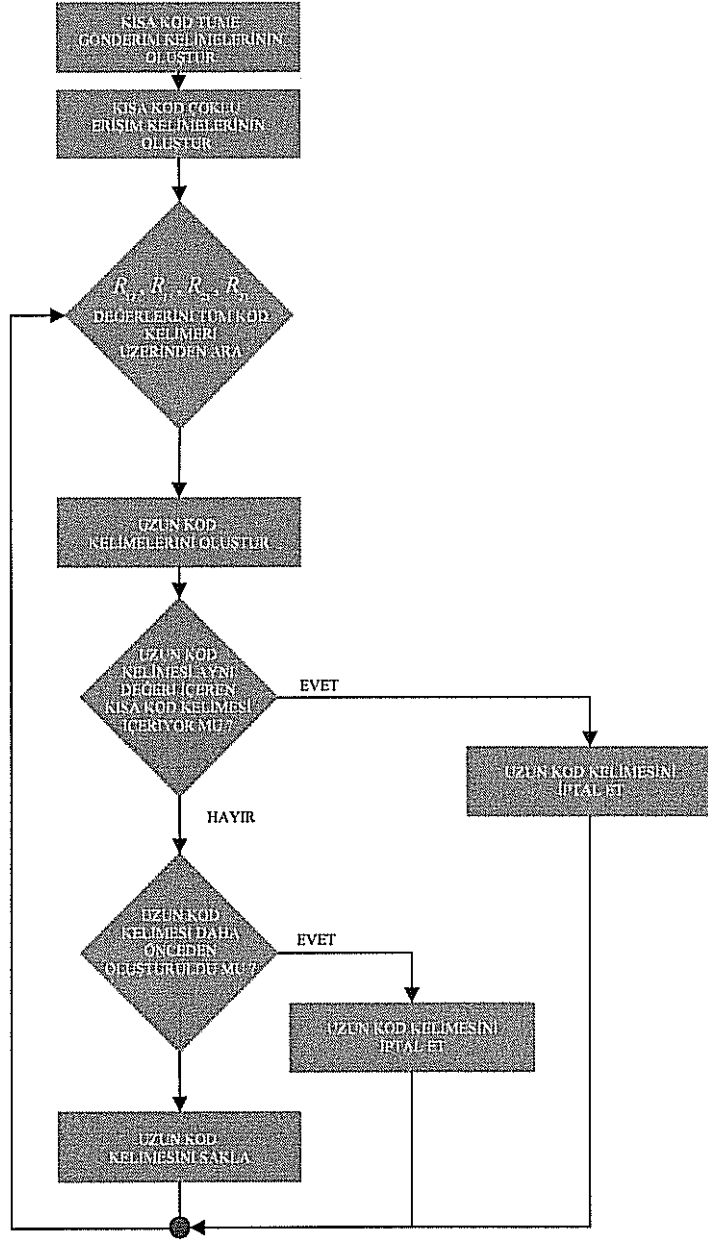
A. Sendonaris, E. Erkip and B. Aazhang' un çalışmalarına bakıldığında (SENDORANIS, ERKİP AAZHANG, 2003) benzer bir kodlama yapısı sadece iki kullanıcı için yapılmıştır. İki kullanıcı işbirliğine dayalı haberleşme modelinde, kullanıcıların ayrı ayrı bireysel ve toplam veri hızı değerlerini oluşturabilecek olası tüme gönderim ve çoklu erişim bileşenlerinin sayısı oldukça azdır. Buna karşılık bizim önerdiğimiz modelde hem sisteme üçüncü bir kullanıcının dahil edilmesi hem de toplam veri hızında artış sağlamak için uyguladığımız kanal kodlama yapısı olası tüme gönderim ve çoklu erişim bileşenlerinin sayısını oldukça arttırmıştır. Böyle bir durum karşısında tüm olası bileşenler göz önünde bulundurulduğunda bunun elle yapılmasından daha çok, bir benzetim modeli ile çözülmesi daha doğrudur. Aşağıda akış diyagramı tanımlanmış algoritma kullanıcıların bireysel ve toplam veri hızı eşitsizliklerinin çıkartılmasında olası hata payını azaltmaktadır.

Önerilen algoritmaya göre, öncelikle elde edilen bütün tüme gönderim bileşenleri, belirli bir alfabetik kodlamaya dayandırılarak belli uzunluklardaki (6 karakterli) kısa kod kelimeleri olarak oluşturulmuştur. Bir sonraki aşamada ise tüm çoklu erişim bileşenleri, bir önceki tüme gönderim bileşenlerindeki kodlamaya bağlı olarak benzer bir biçimde belli uzunluklardaki (6 karakterli) kısa kod kelimeleri olarak oluşturulmuştur. Kısa kod kelimelerinin uzunluğu, mevcut en uzun bileşenin uzunluğu baz alınarak kararlaştırılmıştır. Bununla beraber mantıklı bir kodlama yapısı aynı zamanda her bir bileşenin hangi kullanıcıda oluşturulduğuna dair bir bilgide içermektedir. Bu kodlama mantığı, algoritmanın ilerleyen kısımlarındaki gereksiz bileşenlerin atılmasında da bize büyük bir kazanç sağlayacak oluşudur. Temel olarak algoritma bütün olası bileşenlerin denenmesi ve belli aşamalarda gereksiz bileşenlerin yok edilmesi mantığına dayanmaktadır. Aşağıda daha da detaylandırılmış anlatım, kullanıcı 1 ve kullanıcı 2 arasındaki toplam veri hızının bulunmasına aittir.

Birinci ve ikinci kullanıcıların toplam veri hızı matematiksel olarak  $R_{12}$ ,  $R_{13}$ ,  $R_{21}$  ve  $R_{23}$  değerlerinin toplanmasıyla bulunmaktadır. Daha önceden de belirtildiği gibi bu matematiksel ifadeyi oluşturabilecek olası bileşenlerin sayısı oldukça fazladır. Algoritmamız ilk önce toplam 32 tane tüme gönderim ve çoklu erişim kısıtı arasından, yaptığımız alfabetik kodlama yapısına bağlı olarak  $R_{12}$ ,  $R_{13}$ ,  $R_{21}$  ve  $R_{23}$  değerlerini içeren kod kelimelerini bulmak ta ve bu kod kelimelerini içerecek daha uzun (24 karakterli) yeni uzun kod kelimeleri oluşturmaktadır. Bu noktada yapılan ilk iyileştirme çalışması, çoklu erişim bileşenlerinin tüme gönderim bileşenlerinden oluşturulduğu bilgisine dayanılarak, aynı değerleri içeren kısa kod kelimelerinden uzun kod kelimelerin oluşturulmamasıdır. Bunu basit bir örnekle açıklamak gerekirse algoritmamız uzun kod kelimeleri oluştururken ilk aşamada  $R_{12}$  değerini içeren bir tüme gönderim yada çoklu erişim bileşeninin yanına  $R_{13}$ ,  $R_{21}$  ve  $R_{23}$  değerini içeren bir tüme gönderim yada çoklu erişim bileşenini katmaya çalışacaktır. Hiç bir iyileştirme yapılmadığı durumda algoritma tüm bileşenler üzerinden arama yapacağından, aynı değeri içeren uzun kod kelimeleri oluşturma ihtimali de bulunmaktadır. Bunun yerine algoritmanın  $R_{12}$ ,  $R_{13}$ ,  $R_{21}$  ve  $R_{23}$  değerlerini sadece bir kez içeren uzun kod kelimelerini oluşturması istenmektedir. Bu durumda uzun kod kelimeleri sadece tek bir kısa kod kelimesinden (tüm değerler tek bir çoklu erişim bileşeni tarafından kapsanmakta) oluşturulabileceği gibi en fazla 4 kısa kod kelimesinden (tüm değerler farklı tüme gönderim bileşenleri tarafından kapsanmakta) oluşturulabilmektedir. Diğer bir iyileştirme de algoritmanın oluşturduğu ve aynı bileşenleri farklı sıralarda içeren uzun kod kelimelerinden sadece bir tanesini almasını sağlayan çalışmadır. Bu her iki iyileştirme çalışması da bizim çözüm kümemizi oldukça daraltmakta ve doğru sonuca ulaşmamızı oldukça kolaylaştırmaktadır.

#### 4.1.2.1 Erişilebilir veri hızı eşitsizlikleri

Yukarıda anlatılan benzetim yönteminin de yardımıyla, tüme gönderim ve çoklu erişim eşitsizliklerinden hareketle elde edilen kullanıcıların bireysel hız  $R_1, R_2, R_3$  ve ikili toplam hız  $R_1 + R_2$ ,  $R_1 + R_3$ ,  $R_2 + R_3$  eşitsizlikleri aşağıda verilmiştir. Kapalı form ifadeler, yazım kolaylığı açısından eşitsizliklerin numaraları cinsinden yazılmıştır, buradaki notasyon eşitsizliklerin sağ taraflarının toplanması olarak anlaşılmalıdır



Şekil 6 Kullanıcı 1 ve kullanıcı 2 için toplam veri hızının bulunmasını sağlayan akış diyagramı.

$$R_1 \leq \min\{(25), (21)+(11), (21)+(38), (37)+(22), (37)+(11), (41)\} \quad (46)$$

$$R_2 \leq \min\{(17), (14)+(38), (14)+(12), (16)+(37), (12)+(37), (41)\} \quad (47)$$

$$R_3 \leq \min\{(30), (15)+(24), (15)+(36), (23)+(36), (24)+(38), (40)\} \quad (48)$$

$$\begin{aligned}
R_1 + R_2 \leq & \min\{(41), \\
& (25)+(17), \\
& (37) + (13), \\
& (25)+(14)+(12), \\
& (21)+(11)+(17), \\
& (21) + (13) + (14), \\
& (21)+(38)+(14), \\
& (37)+(22)+(16), \\
& (37) + (22) + (12), \\
& (37)+(11)+(16)\}
\end{aligned}
\tag{49}$$

$$\begin{aligned}
R_1 + R_3 \leq & \min\{(35), \\
& (42), \\
& (21)+(40), \\
& (31) + (36), \\
& (32)+ (15), \\
& (33) + (11), \\
& (27)+ (38), \\
& (37) + (34), \\
& (39)+ (28), \\
& (41)+(24), \\
& (25) + (15) + (36), \\
& (26)+(11) + (36), \\
& (27)+(11)+(15), \\
& (37) + (29) + (15), \\
& (37) + (11) + (30), \\
& (39) + (22) + (15), \\
& (39) + (11) + (15), \\
& (39) + (11) + (23), \\
& (21)+ (11)+ (15) + (36), \\
& (37) + (11) + (15)+ (24)\}
\end{aligned}
\tag{50}$$

$$\begin{aligned}
R_2 + R_3 \leq & \min\{(42), \\
& (14) + (40), \\
& (17) + (30), \\
& (20) + (36), \\
& (20) + (24), \\
& (39) + (18), \\
& (41) + (24), \\
& (14) + (12) + (30), \\
& (14) + (38) + (24), \\
& (17) + (23) + (36), \\
& (19) + (12) + (36), \\
& (19) + (12) + (24), \\
& (37) + (13) + (30), \\
& (37) + (16) + (30), \\
& (37) + (18) + (24), \\
& (37) + (12) + (30), \\
& (39) + (16) + (23), \\
& (39) + (12) + (15), \\
& (39) + (12) + (23), \\
& (14) + (12) + (23) + (36), \\
& (37) + (12) + (15) + (24)\}
\end{aligned} \tag{51}$$

#### 4.1.3. Erişilebilir Veri Hızı Bölgelerinin Benzetimi

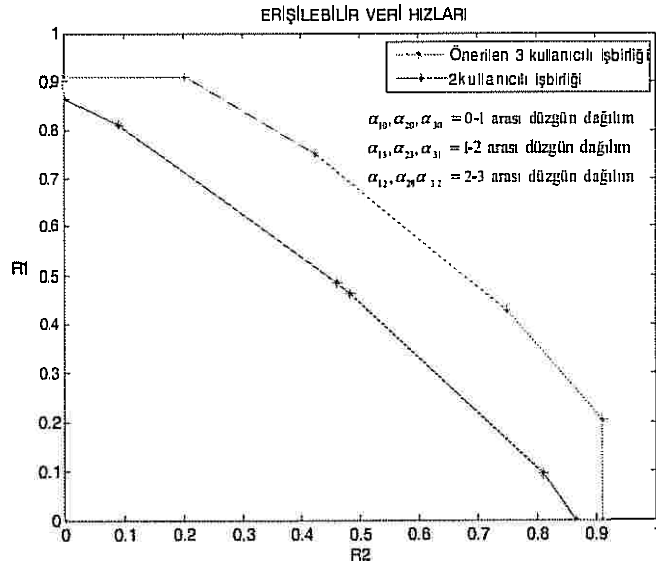
Bu bölümde, Bölüm 4.1.2'de verilen hız kısıtlarının benzetim sonuçlarına yer verilmektedir. Erişilebilir veri hızı bölgesi, üç boyutlu uzayda bir hacim oluşturduğundan, daha önce literatürde ele alınmış iki kullanıcıli sistemlerle (SENDORANIS, ERKİP AAZHANG, 2003) performans karşılaştırılması yapılabilmesi için, kullanıcılardan birinin gönderecek mesajı olmadığını, sadece yönlendirici görevi gördüğünü düşünerek, erişilebilir hız bölgesinden ikişerli kesitler almak gerekmektedir. İkili karşılaştırmalar için gerekli olmadığından, üç kullanıcının hızları toplamı için gereken kısıtlar, yer tutmaması açısından burada listelenmemiştir. Bu sonuçlar, gelecek bölümde üç boyutlu veri hızı bölgesinin benzetimi için dahil edilecektir.

Yukarıda elde edilen hız kısıtlarını bilinen iki kullanıcıli işbirliği sistemlerindeki veri hızlarıyla karşılaştırmak amacıyla benzetimler gerçekleştirilmiş, Şekil 7-12 arasındaki sonuçlar elde edilmiştir.

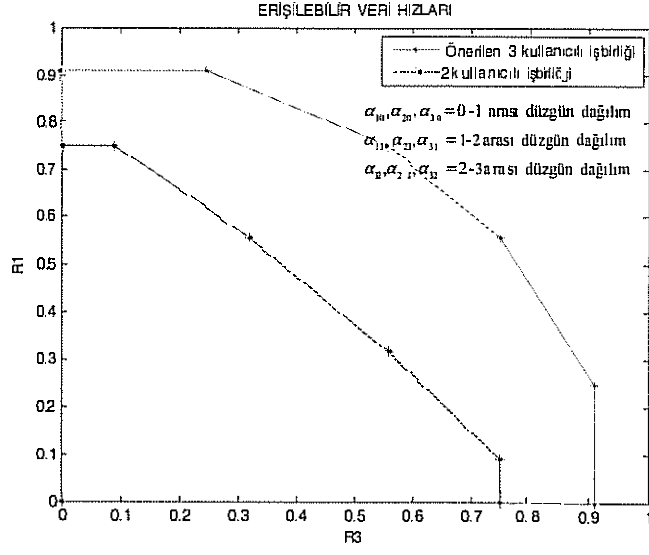
Benzetimler için, kanal katsayı sıralaması varsayımının geçerli olabilmesi adına düzgün dağılımlı sönümlenme kullanılmıştır. İşbirliği sinyallerine ayrılan güç değerleri üzerinden tam kapsamlı arama yöntemi ile eniyileme yapılarak, olası tüm erişilebilir hızların dışbükey zarfı hesaplanmıştır. Hız değerleri için kısıtlar bulunurken tüm alt kısıtlar hesaba katılarak, tümünün sağlanması gerekliliği nedeniyle oluşan kısıtların minimumları alınmıştır.

Benzetimler iki farklı kanal katsayısı kümesi için tekrarlanmış olup, her durum için erişilebilir hız bölgelerinin ikişerli kesitleri alınmış, ve kullanıcılar arası linklerin çok daha kuvvetli olduğu ilk kümeye ait sonuçlar Şekil 7-9'da, daha zayıf olduğu ikinci kümeye ait sonuçlar ise Şekil 10-12'de gösterilmiştir. Her iki durumda da ikili işbirliği sistemine göre kayda değer gelişme olduğu açıktır. Sonuçlarla ilgili detaylı açıklamalara konferans bildirimizde yer verilmiştir (EDEMEN, KAYA, MART2008)

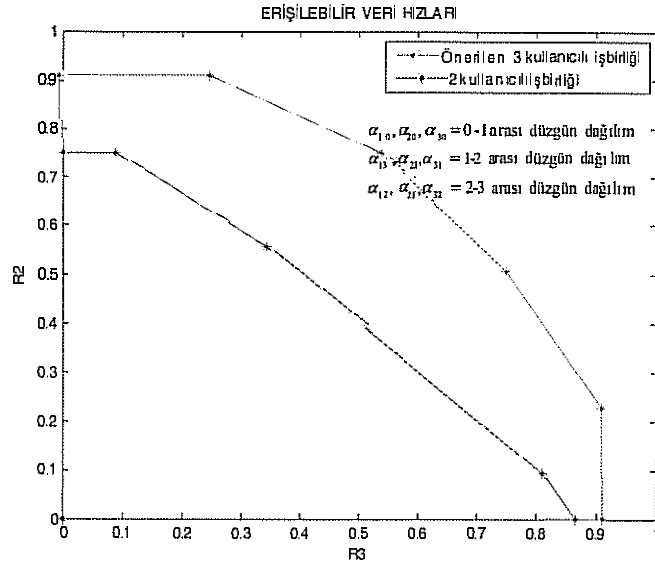
Sonuçlar, aynı güç kısıtları kullanıldığında, özellikle kullanıcılararası kanal görece olarak kuvvetli iken sistemde üçüncü bir kullanıcının varlığının tüm kullanıcılara kayda değer bir fayda sağladığını göstermektedir.



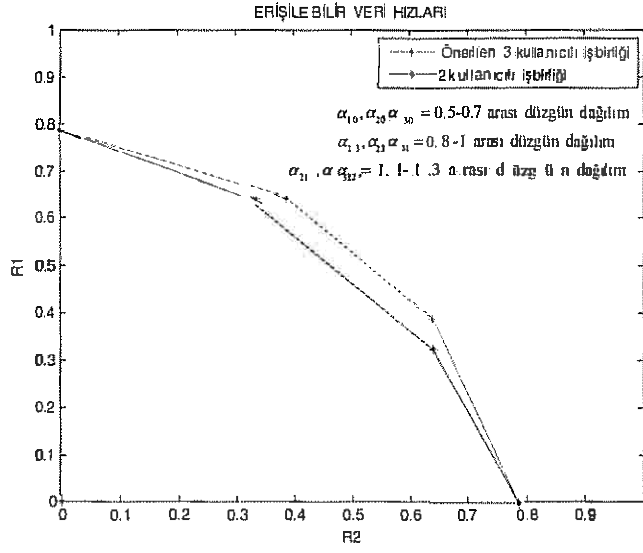
Şekil 7. Erişilebilir veri hızı bölgesinin R<sub>1</sub>-R<sub>2</sub> kesiti, kullanıcı 3 sadece yardımcı.



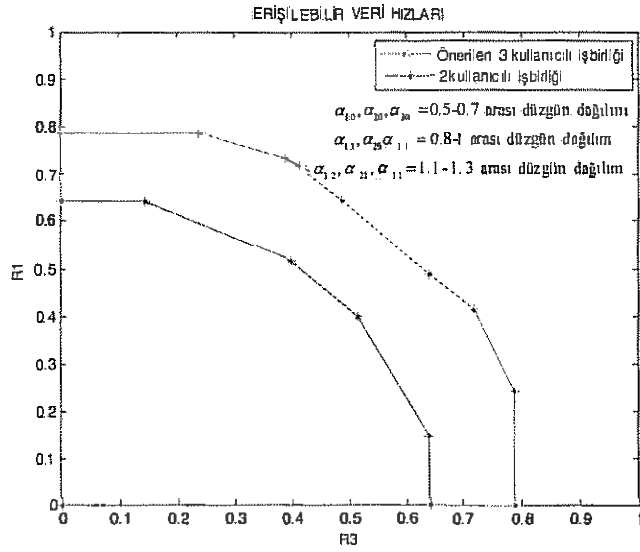
Şekil 8. Erişilebilir veri hızı bölgesinin  $R_1$ - $R_3$  kesiti, kullanıcı 2 sadece yardımcı.



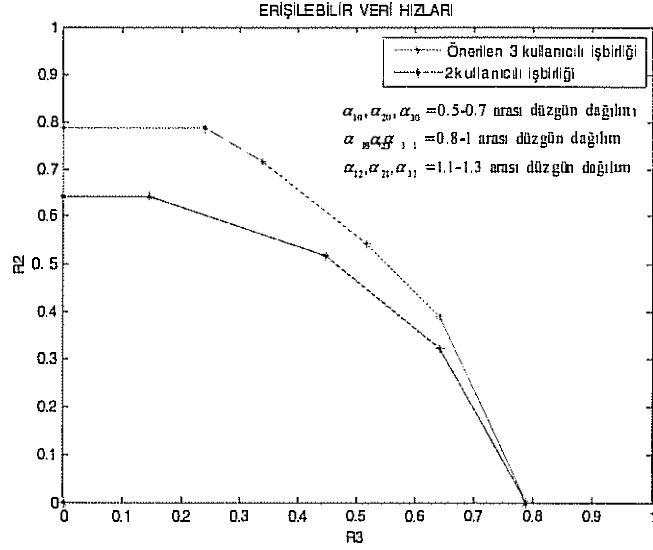
Şekil 9. Erişilebilir veri hızı bölgesinin  $R_2$ - $R_3$  kesiti, kullanıcı 1 sadece yardımcı.



Şekil 10. Erişilebilir veri hızı bölgesinin  $R_1$ - $R_2$  kesiti, kullanıcı 3 sadece yardımcı.



Şekil 11. Erişilebilir veri hızı bölgesinin  $R_1$ - $R_3$  kesiti, kullanıcı 2 sadece yardımcı.



Şekil 12. Erişilebilir veri hızı bölgesinin  $R_2$ - $R_3$  kesiti, kullanıcı 1 sadece yardımcı.

## 4.2. Üç kullanıcıli sistemlerde simetrik işbirliği stratejisi

Bu noktaya kadar geliştirilen kodlama/kodçözme yapısının göze çarpan belirgin eksikliği, belirli bir kanal kalite sıralamasına bağlı olarak geliştirilmiş olmasıdır. Bu bölümde amaç, herhangi bir kanal sönmüleme sıralaması için kullanılabilir değişken kodlama, kodçözme teknikleri ile bunlara karşılık gelen erişilebilir veri hızı kısıtlarına ulaşabilmek için, kanal sıralamalarının asimetrik bilgi grupları oluşturmadığı durumlarda da kullanılacak teknikler geliştirmektir. Bu sayede, önerilen işbirlikçi iletişim protokolünün performans benzetiminin daha gerçekçi (örneğin Rayleigh) dağılımlı kanallarda gerçekleştirilmesi mümkün olacaktır.

Projede bu noktaya kadar geliştirilen blok Markov kodlama stratejisinin belki de en zayıf yanı yalnızca belirli bir grup anlık kanal kalitesi sıralamasına göre geliştirilmiş olmasıydı. Örneğin,

$$\frac{\alpha_{12}}{N_2} > \frac{\alpha_{13}}{N_3}, \frac{\alpha_{21}}{N_1} > \frac{\alpha_{23}}{N_3}, \frac{\alpha_{32}}{N_2} > \frac{\alpha_{31}}{N_1}$$

varsayımı sonucunda, ikinci kullanıcı kendine gelen linklerin kaliteleri açısından en güçlü kullanıcı iken, üçüncü kullanıcının da en zayıf olduğu görülmekteydi. Kullanıcı indislerinin olası permütasyonları alınarak, buna benzer beş sıralamanın daha aynı tipte kodlama yapısına olanak vereceği gözlemlenebilir. Buna göre,

$$\frac{\alpha_{ij}}{N_j} > \frac{\alpha_{jk}}{N_k}, \frac{\alpha_{ji}}{N_i} > \frac{\alpha_{jk}}{N_k}, \frac{\alpha_{kj}}{N_j} > \frac{\alpha_{ki}}{N_i}, i \neq j \neq k \in \{1, 2, 3\} \quad (52)$$

sıralamasına uyan tüm anlarda, daha önce anlattığımız kodlama tekniği uygulanabilir. Ancak, kanal katsayısı sıralaması, herhangi bir kullanıcıyı tümegönderim açısından en güçlü kullanıcı olarak belirleyemeyeceğimiz şekilde de gerçekleşebilir. Yukarıda verilen (52)'yi sağlamayan anlık kanal değerleri şu sıralamaya uygun olmak durumundadır:

$$\frac{\alpha_{ij}}{N_j} > \frac{\alpha_{ik}}{N_k}, \frac{\alpha_{jk}}{N_k} > \frac{\alpha_{ji}}{N_i}, \frac{\alpha_{ki}}{N_i} > \frac{\alpha_{kj}}{N_j}, i \neq j \neq k \in \{1, 2, 3\} \quad (53)$$

Bu tipteki sıralamalar sonucunda her üç kullanıcı bir ve yalnız bir tümegönderim durumunda daha kuvvetli olan kullanıcı konumundadır. Dolayısıyla, buna uygun yeni bir blok Markov kodlama yapısı geliştirmek gereklidir.

Burada geliştireceğimiz yeni kodlama yapısı sayesinde anlık kanal sıralamasının (52) ve (53) sıralamalarından hangisine uygun olduğuna karar verilebilecek, ve herhangi pratik bir kanal katsayı dağılımı için (örneğin Rayleigh, Rician v.b) de ortalama erişilebilir veri hızı bölgelerini hesaplamak mümkün olacaktır.

Daha önceki analizlerimizde olduğu gibi, anlatımın kolaylığı açısından, (53)'ü sağlayan belirli bir kanal katsayısı sıralaması varsayalım:

$$\frac{\alpha_{12}}{N_2} > \frac{\alpha_{13}}{N_3}, \frac{\alpha_{23}}{N_3} > \frac{\alpha_{21}}{N_1}, \frac{\alpha_{31}}{N_1} > \frac{\alpha_{32}}{N_2} \quad (54)$$

Bu sıralamaya göre, önceki argümanlarımızı takiben, Tablo 3'te verilen sinyal kümelerinin belirtilen kullanıcılarda çözülmesi beklenmektedir. Örneğin, kullanıcı 1'in gönderdiği sinyaller, kullanıcı 2'ye daha kaliteli olarak ulaştığından, kullanıcı 2, hem bu gönderide daha zayıf kullanıcı olan 3'e gönderilen  $w_{13}$  mesajını, hem de kendine gönderilen  $w_{12}$  mesajını çözümlenebilmektedir. Tüm kullanıcıların durumu simetrik olduğundan, diğer kullanıcıların çözeceği mesajlar Tablo 3'teki gibi oluşmaktadır.

	ÇÖZÜLEBİLEN MESAJ	EKSTRA ÇÖZÜLEBİLEN MESAJ
Kullanıcı 1	$w_{21}, w_{31}$	$w_{32}$
Kullanıcı 2	$w_{12}, w_{32}$	$w_{13}$
Kullanıcı 3	$w_{13}, w_{23}$	$w_{21}$

**Tablo 3.** Yeni kanal sıralamasına göre kullanıcı sinyal çözümü tablosu

Çözülen sinyaller, blok Markov kodlama yapısında yapılacak uygun bir değişikle gönderilebilir. Bölüm 4.1'dekine benzer bir yaklaşımla, kodlama yapısını Tablo 4'teki gibi özetlemek uygun olacaktır:

Kullanıcı	1. Blok	2. Blok
Kullanıcı 1	$X_{10}(w_{10}(1)w_{12}(1)w_{13}(1))$ $X_{12}(w_{12}(1))$ $X_{13}(w_{13}(1))$ $U_1(w_{12}(0))$ $U_3(w_{31}(0))$ $U(w_{13}(0), w_{21}(0), w_{32}(0))$	$X_{10}(w_{10}(2), X_{12}, X_{13}, U_1, U_3, U)$ $X_{12}(w_{12}(2), U_1, U)$ $X_{13}(w_{13}(2), U_3, U)$ $U_1(w_{12}(1), U)$ $U_3(w_{31}(1), U)$ $U(w_{13}(1), w_{21}(1), w_{32}(1))$
Kullanıcı 2	$X_{20}(w_{20}(1)w_{21}(1)w_{23}(1))$ $X_{21}(w_{21}(1))$ $X_{23}(w_{23}(1))$ $U_1(w_{12}(0))$ $U_2(w_{23}(0))$ $U(w_{13}(0), w_{21}(0), w_{32}(0))$	$X_{20}(w_{20}(2), X_{21}, X_{23}, U_1, U_2, U)$ $X_{21}(w_{21}(2), U_1, U)$ $X_{23}(w_{23}(2), U_2, U)$ $U_1(w_{12}(1), U)$ $U_2(w_{23}(1), U)$ $U(w_{13}(1), w_{21}(1), w_{32}(1))$
Kullanıcı 3	$X_{30}(w_{30}(1)w_{31}(1)w_{32}(1))$ $X_{31}(w_{31}(1))$ $X_{32}(w_{32}(1))$ $U_2(w_{23}(0))$ $U_3(w_{31}(0))$ $U(w_{13}(0), w_{21}(0), w_{32}(0))$	$X_{30}(w_{30}(2), X_{31}, X_{32}, U_2, U_3, U)$ $X_{31}(w_{31}(2), U_3, U)$ $X_{32}(w_{32}(2), U_2, U)$ $U_2(w_{23}(1), U)$ $U_3(w_{31}(1), U)$ $U(w_{13}(1), w_{21}(1), w_{32}(1))$

**Tablo 4.** Üst üste bindirmeli simetrik blok Markov kodlayıcının 1. ve 2. blok sinyalleri

Bu kodlama stratejisi sonucunda elde edilen erişilebilir hız limitleri, yine önceki bölümlere benzer bir yaklaşımla elde edilmiştir. Alt sinyallerin hedeflenen alıcılarında doğru olarak çözümlenebilmesi için gerekli kısıtlar aşağıda özetlenmiştir.

#### 4.2.1 Erişilebilir Veri Hızı Denklemleri

##### Kullanıcı 1'deki erişilebilir veri hızları

Aşağıda Kullanıcı 1'de, simetrik kodlama stratejisi altında oluşan tüme gönderim ve çoklu erişim kapasite formülleri bulunmaktadır.

$$R_{21} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{21}^2 P_{21}}{\alpha_{21}^2 (P_{20} + P_{2U_2}) + \alpha_{31}^2 (P_{30} + P_{3U_2}) + 2\alpha_{21}\alpha_{31}\sqrt{P_{2U_2}P_{3U_2}} + N_1} \right) \right\} \quad (55)$$

$$R_{31} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{31}^2 P_{31}}{\alpha_{21}^2 (P_{20} + P_{2U_2}) + \alpha_{31}^2 (P_{30} + P_{3U_2}) + 2\alpha_{21}\alpha_{31}\sqrt{P_{2U_2}P_{3U_2}} + N_1} \right) \right\} \quad (56)$$

$$R_{32} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{31}^2 P_{32}}{\alpha_{21}^2 (P_{20} + P_{2U_2}) + \alpha_{31}^2 (P_{30} + P_{3U_2}) + 2\alpha_{21}\alpha_{31}\sqrt{P_{2U_2}P_{3U_2}} + N_1} \right) \right\} \quad (57)$$

$$R_{21} + R_{31} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{21}^2 P_{21} + \alpha_{31}^2 P_{31}}{\alpha_{21}^2 (P_{20} + P_{2U_2}) + \alpha_{31}^2 (P_{30} + P_{3U_2}) + 2\alpha_{21}\alpha_{31}\sqrt{P_{2U_2}P_{3U_2}} + N_1} \right) \right\} \quad (58)$$

$$R_{21} + R_{32} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{21}^2 P_{21} + \alpha_{31}^2 P_{32}}{\alpha_{21}^2 (P_{20} + P_{2U_2}) + \alpha_{31}^2 (P_{30} + P_{3U_2}) + 2\alpha_{21}\alpha_{31}\sqrt{P_{2U_2}P_{3U_2}} + N_1} \right) \right\} \quad (59)$$

$$R_3 < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{31}^2 (P_{31} + P_{32})}{\alpha_{21}^2 (P_{20} + P_{2U_2}) + \alpha_{31}^2 (P_{30} + P_{3U_2}) + 2\alpha_{21}\alpha_{31}\sqrt{P_{2U_2}P_{3U_2}} + N_1} \right) \right\} \quad (60)$$

$$R_{21} + R_3 < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{21}^2 P_{21} + \alpha_{31}^2 (P_{31} + P_{32})}{\alpha_{21}^2 (P_{20} + P_{2U_2}) + \alpha_{31}^2 (P_{30} + P_{3U_2}) + 2\alpha_{21}\alpha_{31}\sqrt{P_{2U_2}P_{3U_2}} + N_1} \right) \right\} \quad (61)$$

**Kullanıcı 2'deki erişilebilir veri hızları:**

Aşağıda Kullanıcı 2'de, simetrik kodlama stratejisi altında oluşan tüme gönderim ve çoklu erişim kapasite formülleri bulunmak tadır.

$$R_{12} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{12}^2 P_{12}}{\alpha_{12}^2 (P_{20} + P_{1U_3}) + \alpha_{32}^2 (P_{30} + P_{3U_3}) + 2\alpha_{12}\alpha_{32}\sqrt{P_{1U_3}P_{3U_3}} + N_2} \right) \right\} \quad (62)$$

$$R_{13} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{12}^2 P_{13}}{\alpha_{12}^2 (P_{20} + P_{1U_3}) + \alpha_{32}^2 (P_{30} + P_{3U_3}) + 2\alpha_{12}\alpha_{32}\sqrt{P_{1U_3}P_{3U_3}} + N_2} \right) \right\} \quad (63)$$

$$R_{32} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{32}^2 P_{32}}{\alpha_{12}^2 (P_{20} + P_{1U_3}) + \alpha_{32}^2 (P_{30} + P_{3U_3}) + 2\alpha_{12}\alpha_{32}\sqrt{P_{1U_3}P_{3U_3}} + N_2} \right) \right\} \quad (64)$$

$$R_1 < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{12}^2 (P_{12} + P_{13})}{\alpha_{12}^2 (P_{20} + P_{1U_3}) + \alpha_{32}^2 (P_{30} + P_{3U_3}) + 2\alpha_{12}\alpha_{32}\sqrt{P_{1U_3}P_{3U_3}} + N_2} \right) \right\} \quad (65)$$

$$R_{12} + R_{32} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{12}^2 P_{12} + \alpha_{32}^2 P_{32}}{\alpha_{12}^2 (P_{20} + P_{1U_3}) + \alpha_{32}^2 (P_{30} + P_{3U_3}) + 2\alpha_{12}\alpha_{32}\sqrt{P_{1U_3}P_{3U_3}} + N_2} \right) \right\} \quad (66)$$

$$R_{13} + R_{32} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{12}^2 P_{13} + \alpha_{32}^2 P_{32}}{\alpha_{12}^2 (P_{20} + P_{1U_3}) + \alpha_{32}^2 (P_{30} + P_{3U_3}) + 2\alpha_{12}\alpha_{32}\sqrt{P_{1U_3}P_{3U_3}} + N_2} \right) \right\} \quad (67)$$

$$R_1 + R_{32} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{12}^2 (P_{12} + P_{13}) + \alpha_{32}^2 P_{32}}{\alpha_{12}^2 (P_{20} + P_{1U_3}) + \alpha_{32}^2 (P_{30} + P_{3U_3}) + 2\alpha_{12}\alpha_{32}\sqrt{P_{1U_3}P_{3U_3}} + N_2} \right) \right\} \quad (68)$$

### Kullanıcı 3'teki erişilebilir veri hızları:

Aşağıda Kullanıcı 3'de, simetrik kodlama stratejisi altında oluşan tüme gönderim ve çoklu erişim kapasite formülleri bulunmaktadır.

$$R_{13} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{13}^2 P_{13}}{\alpha_{13}^2 (P_{10} + P_{1U_1}) + \alpha_{23}^2 (P_{20} + P_{2U_1}) + 2\alpha_{13}\alpha_{23}\sqrt{P_{1U_1}P_{2U_1}} + N_3} \right) \right\} \quad (69)$$

$$R_{21} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{23}^2 P_{21}}{\alpha_{13}^2 (P_{10} + P_{1U_1}) + \alpha_{23}^2 (P_{20} + P_{2U_1}) + 2\alpha_{13}\alpha_{23}\sqrt{P_{1U_1}P_{2U_1}} + N_3} \right) \right\} \quad (70)$$

$$R_{23} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{23}^2 P_{23}}{\alpha_{13}^2 (P_{10} + P_{1U_1}) + \alpha_{23}^2 (P_{20} + P_{2U_1}) + 2\alpha_{13}\alpha_{23}\sqrt{P_{1U_1}P_{2U_1}} + N_3} \right) \right\} \quad (71)$$

$$R_{13} + R_{21} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{13}^2 P_{13} + \alpha_{23}^2 P_{21}}{\alpha_{13}^2 (P_{10} + P_{1U_1}) + \alpha_{23}^2 (P_{20} + P_{2U_1}) + 2\alpha_{13}\alpha_{23}\sqrt{P_{1U_1}P_{2U_1}} + N_3} \right) \right\} \quad (72)$$

$$R_{13} + R_{23} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{13}^2 P_{13} + \alpha_{23}^2 P_{23}}{\alpha_{13}^2 (P_{10} + P_{1U_1}) + \alpha_{23}^2 (P_{20} + P_{2U_1}) + 2\alpha_{13}\alpha_{23}\sqrt{P_{1U_1}P_{2U_1}} + N_3} \right) \right\} \quad (73)$$

$$R_2 < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{23}^2 (P_{21} + P_{23})}{\alpha_{13}^2 (P_{10} + P_{1U_1}) + \alpha_{23}^2 (P_{20} + P_{2U_1}) + 2\alpha_{13}\alpha_{23}\sqrt{P_{1U_1}P_{2U_1}} + N_3} \right) \right\} \quad (74)$$

$$R_{13} + R_2 < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{13}^2 P_{13} + \alpha_{23}^2 (P_{21} + P_{23})}{\alpha_{13}^2 (P_{10} + P_{1U_1}) + \alpha_{23}^2 (P_{20} + P_{2U_1}) + 2\alpha_{13}\alpha_{23}\sqrt{P_{1U_1}P_{2U_1}} + N_3} \right) \right\} \quad (75)$$

**Hedefteki erişilebilir veri hızları:**

Aşağıda kullanıcı tarafında oluşan kapasite değerlerine benzer bir biçimde Hedefte, simetrik kodlama stratejisi altında oluşan tüme gönderim ve çoklu erişim kapasite formülleri bulunmaktadır.

$$R_{12} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{10}^2 (P_{12} + P_{1U_1}) + \alpha_{20}^2 (P_{21} + P_{2U_1}) + 2\alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U_1}P_{2U_1}}}{N_0} \right) \right\} \quad (76)$$

$$R_{23} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{20}^2 (P_{23} + P_{2U_2}) + \alpha_{30}^2 (P_{32} + P_{3U_2}) + 2\alpha_{20}\alpha_{30}\sqrt{P_{2U_2}P_{3U_2}}}{N_0} \right) \right\} \quad (77)$$

$$R_{31} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{10}^2 (P_{13} + P_{1U_3}) + \alpha_{30}^2 (P_{31} + P_{3U_3}) + 2\alpha_{10}\alpha_{30}\sqrt{P_{1U_3}P_{3U_3}}}{N_0} \right) \right\} \quad (78)$$

$$R_{12} + R_{23} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{10}^2 (P_{12} + P_{1U_1}) + \alpha_{20}^2 (P_{21} + P_{2U_1} + P_{23} + P_{2U_2}) + \alpha_{30}^2 (P_{32} + P_{3U_2})}{N_0} \right) \right. \\ \left. + \frac{2\alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U_1}P_{2U_1}} + 2\alpha_{20}\alpha_{30}\sqrt{P_{2U_2}P_{3U_2}}}{N_0} \right\} \quad (79)$$

$$R_{12} + R_{31} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{10}^2 (P_{12} + P_{13} + P_{1U_1} + P_{1U_3}) + \alpha_{20}^2 (P_{21} + P_{2U_1}) + \alpha_{30}^2 (P_{31} + P_{3U_3})}{N_0} \right) \right. \\ \left. + \frac{2\alpha_{10}\alpha_{30}\sqrt{P_{1U_3}P_{3U_3}} + 2\alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U_1}P_{2U_1}}}{N_0} \right\} \quad (80)$$

$$R_{23} + R_{31} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{10}^2 (P_{13} + P_{1U_3}) + \alpha_{20}^2 (P_{23} + P_{2U_2}) + \alpha_{30}^2 (P_{31} + P_{32} + P_{3U_2} + P_{3U_3})}{N_0} \right) \right. \\ \left. + \frac{2\alpha_{10}\alpha_{30}\sqrt{P_{1U_3}P_{3U_3}} + 2\alpha_{20}\alpha_{30}\sqrt{P_{2U_2}P_{3U_2}}}{N_0} \right\} \quad (81)$$

$$R_{12} + R_{23} + R_{31} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{10}^2 (P_{12} + P_{13} + P_{1U_1} + P_{1U_3}) + \alpha_{20}^2 (P_{21} + P_{23} + P_{2U_1} + P_{2U_2})}{N_0} \right) \right. \\ \left. + \frac{\alpha_{30}^2 (P_{31} + P_{32} + P_{3U_2} + P_{3U_3})}{N_0} \right. \\ \left. + \frac{2\alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U_1}P_{2U_1}} + 2\alpha_{10}\alpha_{30}\sqrt{P_{1U_3}P_{3U_3}}}{N_0} \right\} \quad (82)$$

$$R_1 + R_2 R_3 < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{10}^2 P_1 + \alpha_{20}^2 P_2 + \alpha_{30}^2 P_3}{N_0} + \frac{2\alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U_1}P_{2U_1}} + 2\alpha_{10}\alpha_{30}\sqrt{P_{1U_1}P_{3U_1}} + 2\alpha_{20}\alpha_{30}\sqrt{P_{2U_2}P_{3U_2}}}{N_0} + \frac{2(\alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U}P_{2U}} + \alpha_{10}\alpha_{30}\sqrt{P_{1U}P_{3U}} + \alpha_{20}\alpha_{30}\sqrt{P_{2U}P_{3U}})}{N_0} \right) \right\} \quad (83)$$

Bir sonraki bölümde toplam veri hızı değerlerinin elde edilmesindeki karmaşıklık yüzünden önerilen erişilebilir toplam veri hızı algoritması açıklanmıştır.

#### 4.2.2. Toplam Erişilebilir Veri Hızı Algoritması

Asimetrik kodlama yapısı ile kullanılmak için önerilen toplam erişilebilir veri hızı elde etme algoritmasının, öncelikle Bölüm 4.2'de ele alınan simetrik duruma, sonrasında da uyarlamalı bir yapı elde etmek açısından, tüm olası durumlara genellenmesi gerekmektedir. Bu genellemeyi yapabilmek amacıyla, önceki algoritmaya daha güçlü ve genel geçer bir alternatif olarak aşağıda açıklanan yeni toplam erişilebilir veri hızı algoritması önerilmektedir.

Daha önce detaylandırılan toplam erişilebilir veri hızı bulma algoritmasının temelinde, tüm ikili ( $R_1+R_2, R_1+R_3, R_2+R_3$ ) ve üçlü ( $R_1+R_2+R_3$ ) kapasite değerlerini oluşturabilecek olası tüm tüme gönderim ve çoklu erişim kapasite değerlerinden oluşan bir küme içerisinde, ikili ve üçlü kombinasyon değeri kadar elaman içeren bir alt küme elde edilip, daha sonrasında bu elemanların oluşturduğu ikili ve üçlü kombinasyonların, aynı tüme gönderim ve/veya çoklu erişim kapasite toplamları arasında en dar erişilebilir veri hızı sınırına sahip olanlarının seçilmesi bulunmaktadır. Aşağıdaki örneğin incelenmesi bu algoritmanın temel mantığının daha iyi anlaşılmasında etkin olacaktır.

(51)'de ele alınan asimetrik durum için  $R_1+R_2$  toplam erişilebilir veri hızının elde edilmesi varsayımı altında bu değeri verebilecek  $R_{12}+R_{13}+R_{21}+R_{23}$  kapasite sayısı, tüm tüme gönderim ve çoklu erişim kapasite değerleri göz önünde bulundurulduğunda sırasıyla aşağıdaki tabloda belirtildiği sayılarda olmaktadır.

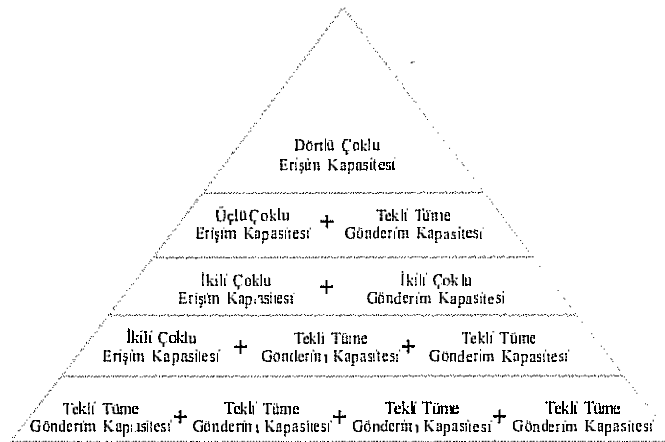
	$R_{12}$	$R_{13}$	$R_{21}$	$R_{23}$
<b>KULLANICI1</b>	-	-	4 adet	4 adet
<b>KULLANICI2</b>	8 adet	8 adet	-	-
<b>KULLANICI3</b>	-	2 adet	-	2 adet
<b>HEDEF</b>	4 adet	4 adet	4 adet	4 adet
<b>TOPLAM</b>	12 adet	14 adet	8 adet	10 adet

Tablo 5. Örnek kapasite elde edilim sayısı

Yukarıdaki tabloya göre sadece bir örnek kanal dağılım senaryosu ele alındığında bile  $R_1 + R_2$  için olası tüm ikili toplam erişilebilir veri hızı değer sayısı 13440 gibi oldukça yüksek bir değerdir. Bu kadar olası değer içerisinde aktif toplam erişilebilir veri hızı değerleri sayısı bu değerlere göre oldukça azdır ve bu değerlerin çıkartılmasındaki hata olasılığı oldukça yüksek ve elde edilme süreci de oldukça karmaşık bir yapıya sahiptir. Bundan dolayı aşağıda detaylandırılan yeni bir toplam erişilebilir veri hızı bulma algoritması önerilebilir.

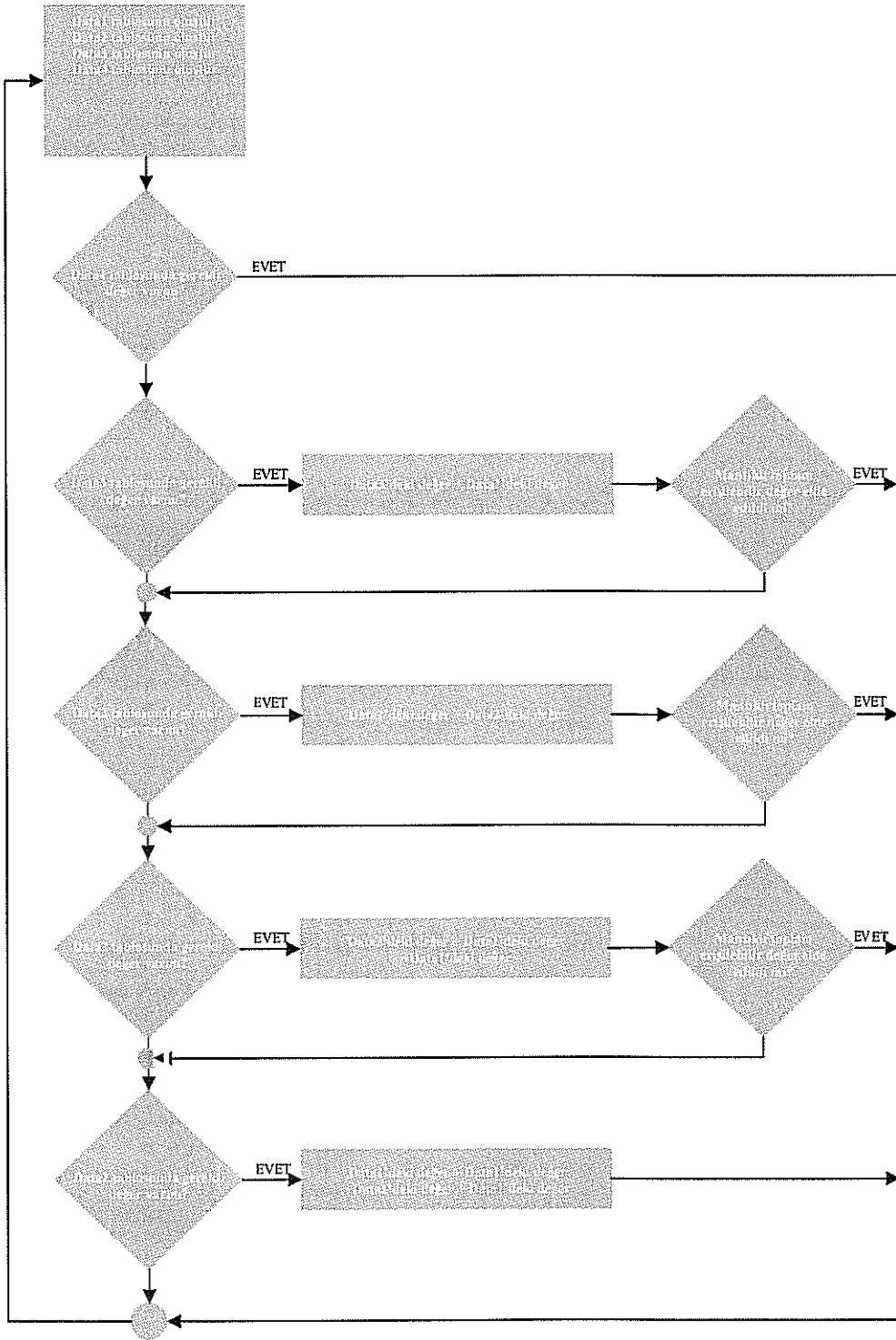
Yeni önerilen algoritma temel olarak tüm olası toplam erişilebilir veri hızı değerleri üzerinden eleme usulüyle sonuca varmak yerine, sadece sonuç odaklı bir yapıya sahiptir. Bu temel mantık aşağıdaki örnek senaryo ile netleştirilebilir.

Simetrik kanal dağılımı için  $R_2 + R_3$  toplam erişilebilir veri hızının elde edilmesi varsayımı altında bu değeri verebilecek  $R_{21} + R_{23} + R_{31} + R_{32}$  kapasite değerlerinin tüme gönderim yada çoklu erişim kapasite değerlerinden gelebileceği daha önceden de belirtilmişti. Buna bağlı olarak algoritma, öncelikle sadece tüme gönderim değerlerinin bulunduğu Data1 tablosu ve sonrasında da sırasıyla ikili, üçlü ve dördü çoklu erişim kapasite değerlerinin bulunduğu Data2, Data3 ve Data4 tablolarını oluşturmaktadır. Algoritmanın tüm olası kanal sıralamalarında doğru bir biçimde çalışabilmesi için, tüm sistem dinamik bir veri tabanı mantığı üzerine dayandırılmıştır. Algoritma bu tabloları oluşturduktan sonra, sonuç değerlerinin tutulacağı veri tabanını oluşturmaya başlamaktadır. Veri tabanının oluşturulması, hiyerarşik bir mantık üzerine dayanmaktadır. Logaritmanın  $\log(1+a+b) < \log(1+a) + \log(1+b)$  özelliğine dayanarak, dördü çoklu erişim kapasitesinin kendini oluşturabilecek bir üçlü ve bir tekli, iki ikili, bir ikili iki tekli veya dört tekli kapasite değerinden daha dar bir sınıra sahip olduğu söylenebilmektedir. Bu durumda hiyerarşik sıra aşağıdaki Şekil 13'teki gibi tanımlanabilir.



Şekil 13. Toplam erişilebilir veri hızı algoritması için hiyerarşik sıralama

Şekil 13'e göre, algoritmanın ilk amacı  $R_2+R_3$  değerini bir dördü çöklü erişim kapasitesinden elde etmeye çalışmaktır. Bunun için algoritma Data4 tablosunu inceler. Eğer gerekli veri hızı değerine ulaşamazsa, ikinci olarak bu değeri bir üçlü birde tekli kapasite değeri ile elde etmeye çalışır. Bunun için de Data3 ve Data1 tablolarından gerekli eşletirmeleri yapmaya çalışacaktır. Bunu yaparken dikkat edilen en önemli unsur, herhangi bir kullanıcıdan alınan bir üçlü çöklü erişim kapasitesinin yanına eşleştirilecek tekli tüme gönderim kapasitesinin aynı kullanıcıdan alınmamasıdır. Örneğin  $R_{21}+R_{23}+R_{31}$  değerinin Kullanıcı 1'den alındığı varsayılırsa  $R_{32}$  Kullanıcı 2 veya Kullanıcı 3 üzerinden tamamlanmaya çalışılacaktır. Böylece başka toplam erişilebilir veri hızı değerleri tarafından kapsananabilecek değerler hiç bir şekilde veri tabanında bulunmayacaktır. Bunun sağlanabilmesi için hangi kapasite değerinin hangi kullanıcıdan alındığı bilgisi ise alfabetik bir kodlama ile yapılmaktadır. Buna benzer bir mantıkla önerilen yeni toplam erişilebilir veri hızı algoritması, tüm hiyerarşik yapıyı dolaşarak sadece mantıklı olan değerlerden oluşan bir veri tabanı oluşturmaktadır. Şekil 14'teki akış diyagramı önerilen yeni algoritmayı özetleyebilir.



Şekil 14. Yeni toplam erişilebilir veri hızı algoritması akış diyagramı

#### 4.2.2.1 Toplam Erişilebilir Veri Hızı Değerleri:

Aşağıda, simetrik senaryo için, hem kullanıcı hem de hedef tarafı için elde edilen tüm gönderim ve çoklu erişim kapasite değerlerinden oluşturulmuş olası ikili ve üçlü kapasite değerleri tanımlanmıştır. Üçüncü dönem gelişme raporunda da belirtildiği gibi proje boyunca toplam erişilebilir veri hızı değerlerinin elde edilmesi en zorlu aşamalardan biriydi. Elde edilmelerinde sahip oldukları karmaşıklık yüzünden üçüncü ve dördüncü dönem gelişme raporunda bu değerlerin bir algoritma ile bulunması önerilmişti. Aşağıda tanımlanan tüm değerler Bölüm 4.2.2'de açıklanan iyileştirilmiş toplam erişilebilir veri hızı bulma algoritması ile elde edilmiştir.

$$R_1 \leq \min\{(15), (5) + (8), (23) + (6), (23) + (8), (30)\} \quad (84)$$

$$R_2 \leq \min\{(21), (2) + (25), (2) + (10), (9) + (25), (30)\} \quad (85)$$

$$R_3 \leq \min\{(13), (3) + (7), (24) + (4), (24) + (7), (30)\} \quad (86)$$

$$\begin{aligned} R_1 + R_2 \leq \min\{ & [(5) + (19) + (25), \\ & (5) + (20) + (2), \\ & (15) + (10) + (2), \\ & (15) + (25) + (2), \\ & (5) + (8) + (2) + (25), \\ & (15) + (21), \\ & (15) + (9) + (25), \\ & (23) + (6) + (2) + (10), \\ & (23) + (6) + (21), \\ & (23) + (22), \\ & (23) + (2) + (20), \\ & (26) + (6) + (2), \\ & (26) + (6) + (9), \\ & (26) + (8) + (2), \\ & (26) + (19), \\ & (5) + (22)] \} \quad (87) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_1 + R_3 \leq & \min\{[(5)+(8) + (13), \\
& (5) + (8) + (24) + (4), \\
& (15) + (13), \\
& (15) + (24) + (4), \\
& (18) + (3), \\
& (18) + (24), \\
& (16) + (8) + (3), \\
& (16) + (8) + (24), \\
& (23) + (17) + (3), \\
& (23) + (6) + (13), \\
& (23) + (8) + (13), \\
& (23) + (8) + (3) + (7), \\
& (27) + (8) + (4), \\
& (27) + (17), \\
& (27) + (8) + (4), \\
& (6) + (4) + (27)]\}
\end{aligned}
\tag{88}$$

$$\begin{aligned}
R_2 + R_3 \leq & \min\{(2)+(10) + (24) + (7), \\
& (2) + (28) + (7), \\
& (11) + (10) + (7), \\
& (11) + (25) + (7), \\
& (14) + (10), \\
& (14) + (25), \\
& (12) + (10) + (24), \\
& (12) + (28), \\
& (9) + (7) + (25) + (3), \\
& (9) + (25) + (13), \\
& (9) + (28) + (4), \\
& (9) + (28) + (7), \\
& (21) + (13), \\
& (21) + (3) + (7), \\
& (21) + (24) + (4), \\
& (21) + (24) + (7)]\}
\end{aligned}
\tag{89}$$

$$\begin{aligned}
R_1 + R_2 + R_3 \leq & \min\{(5) + (20) + (14), (16) + (20) + (11), \\
& (5) + (20) + (12) + (24), (16) + (20) + (2) + (24), \\
& (5) + (8) + (14) + (25), (16) + (8) + (11) + (25), \\
& (5) + (8) + (12) + (28), (16) + (8) + (2) + (28), \\
& (5) + (22) + (13), (16) + (22) + (3), \\
& (5) + (22) + (24) + (4), (16) + (22) + (24), \\
& (5) + (19) + (25) + (13), (16) + (19) + (25) + (3), \\
& (5) + (19) + (28) + (4), (16) + (19) + (28), \\
& (15) + (14) + (10), (18) + (11) + (10), \\
& (15) + (12) + (10) + (24), (18) + (2) + (10) + (24), \\
& (15) + (14) + (25), (18) + (11) + (25), \\
& (15) + (12) + (28), (18) + (2) + (28), \\
& (15) + (21) + (13), (18) + (21) + (3), \\
& (15) + (21) + (4) + (24), (18) + (21) + (24), \\
& (15) + (13) + (9) + (25), (18) + (9) + (25) + (3), \\
& (15) + (4) + (9) + (28), (18) + (9) + (28), \\
& (23) + (14) + (20), (23) + (11) + (20) + (7), \\
& (27) + (12) + (20), (27) + (2) + (20) + (7), \\
& (26) + (14) + (8), (26) + (11) + (8) + (7), \\
& (29) + (11) + (8), (29) + (8) + (3) + (7), \\
& (23) + (13) + (22), (23) + (3) + (22) + (7), \\
& (27) + (4) + (22), (27) + (7) + (22), \\
& (26) + (13) + (19), (26) + (19) + (3) + (7), \\
& (29) + (19) + (4), (29) + (19) + (7), \\
& (23) + (6) + (14) + (10), (23) + (17) + (11) + (10), \\
& (27) + (12) + (6) + (10), (27) + (17) + (2) + (10), \\
& (26) + (14) + (6), (26) + (11) + (17), \\
& (29) + (12) + (6), (29) + (2) + (17), \\
& (23) + (13) + (21) + (6), (23) + (3) + (21) + (17), \\
& (27) + (21) + (6) + (4), (27) + (21) + (17), \\
& (26) + (6) + (9) + (13), (26) + (17) + (9) + (3), \\
& (29) + (6) + (9) + (4), (29) + (17) + (9)\} \tag{90}
\end{aligned}$$

Bu toplam veri hızları, örnek teşkil etmesi açısından, denklem (54)'e uygun olarak tasarlanan simetrik kodlama yapısı için elde edilmiş olup, diğer simetrik kanal durumunda yeniden elde edilmesi gerekmektedir. Ancak, önerilen algoritma sayesinde bunun yapılması kayda değer biçimde kolaylaşmıştır.

#### 4.2.3. Erişilebilir Veri Hızı Bölgelerinin Benzetimi, ve Sonuçların Karşılaştırılması

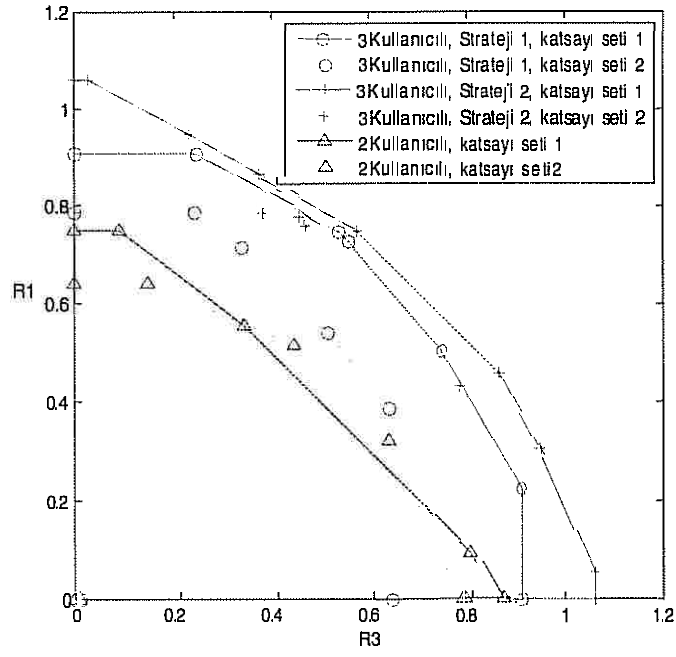
Bu bölümde Şekil 15, Şekil 16 ve Şekil 17’de sırasıyla simetrik kanal dağılımı için kodlama stratejisinin, asimetrik kanal dağılımı için geliştirilen kodlama stratejisine göre kıyaslamalı benzetim sonuçları ve erişilebilir veri hızı bölgesinin üç boyutlu görüntüsü bulunmaktadır. Şekil 15 ve Şekil 16’da tanımlanan düzgün dağılımlı kanal katsayı kümeleri sırasıyla Tablo 6’da verilmiştir. Katsayı kümesi 1 ve katsayı kümesi 2, simetrik işbirliği stratejisinin en iyi performansı göstereceği kümeler olup, katsayı kümesi 3 ve katsayı kümesi 4 ise asimetrik işbirliği stratejisinin en iyi performansı göstermesi beklenen dağılımlardır.

LİNKLER	KATSAYI KÜMESİ 1	KATSAYI KÜMESİ 2
$S_{10}, S_{20}, S_{30}$	{0.1:0.2:0.9}	{0.5:0.05:0.7}
$S_{13}, S_{21}, S_{32}$	{1.1:0.2:1.9}	{0.8:0.05:1}
$S_{12}, S_{23}, S_{31}$	{2.1:0.2:2.9}	{1.1:0.05:1.3}
LİNKLER	KATSAYI KÜMESİ 3	KATSAYI KÜMESİ 4
$S_{10}, S_{20}, S_{30}$	{0.1:0.2:0.9}	{0.5:0.05:0.7}
$S_{13}, S_{23}, S_{31}$	{1.1:0.2:1.9}	{0.8:0.05:1}
$S_{12}, S_{21}, S_{32}$	{2.1:0.2:2.9}	{1.1:0.05:1.3}

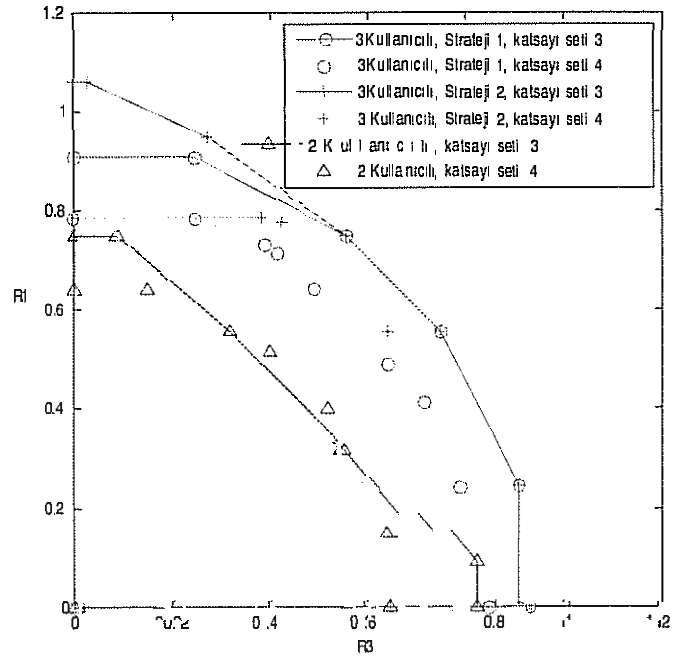
Tablo 6. Katsayı kümesi tablosu

Her iki kodlama stratejisi çapraz karşılaştırmalı benzetim metoduyla karşılaştırılmıştır. Şekil 15’ten de anlaşılacağı gibi simetrik kodlama stratejisi, Kanal Kümesi 1 ve Kanal Kümesi 2 dağılımları için diğer durumlar için geliştirilen asimetrik kodlama stratejisine göre belirgin bir biçimde daha iyi bir performans göstermiştir. Buradan itibaren, asimetrik işbirliği stratejisine kodlama stratejisi 1, simetrik olana kodlama stratejisi 2 diyelim. Burada dikkati çeken en önemli unsur, önerdiğimiz üç kullanıcı yardımcılaşmalı haberleşme modelinin Kodlama Stratejisi 1 ve Katsayı Kümesi 2 altında, iki kullanıcı modele göre belli noktalarda daha kötü bir performans vermesidir. Bunun gerçekleşmesindeki en büyük neden, Kodlama Stratejisi 1’in simetrik kanal dağılımında, Kullanıcı 2’yi, kötü kanal katsayılarına sahip olmasına rağmen bütün mesajları çözmeye zorlamasıdır.

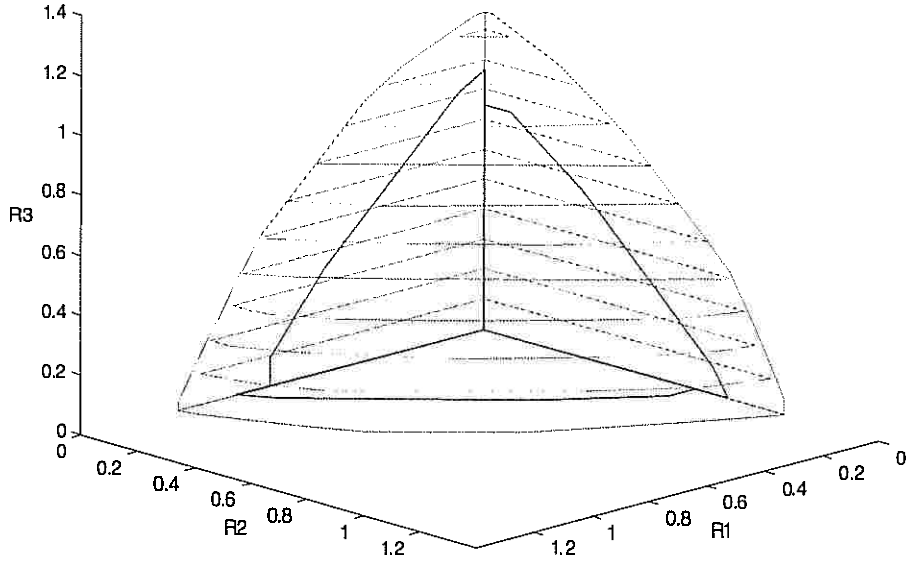
Bununla beraber Şekil 16’da Kodlama Stratejisi 2’nin Kanal Kümesi 3 ve Kanal Kümesi 4 dağılımlarındaki (bunlar asimetrik kanal sıralamalarını meydana getirecek durumlardır) benzetim performansı gösterilmiştir. Şekil 16’dan da anlaşılacağı gibi belli noktalarda, Kodlama Stratejisi 2, kendisinin kullanılmayacağı kanal kümelerinde bile beklenmedik bir biçimde Kodlama Stratejisi 1’e göre daha iyi bir performans göstermiştir. Bunun sebebi olarak daha önceki nedene benzer bir biçimde Kodlama Stratejisi 1’in kullanıcılar arası kanal katsayılarının birbirlerine göre daha ayırık bir biçimde dağıldığı Katsayı Kümesi 3 için Kullanıcı 2’ye tüm mesajları çözdüren bir politika izlemesidir.



Şekil 15. Katsayı Kümesi 1&2 için kodlama stratejileri performansı



Şekil 16. Katsayı Kümesi 3&4 için kodlama stratejileri performansı



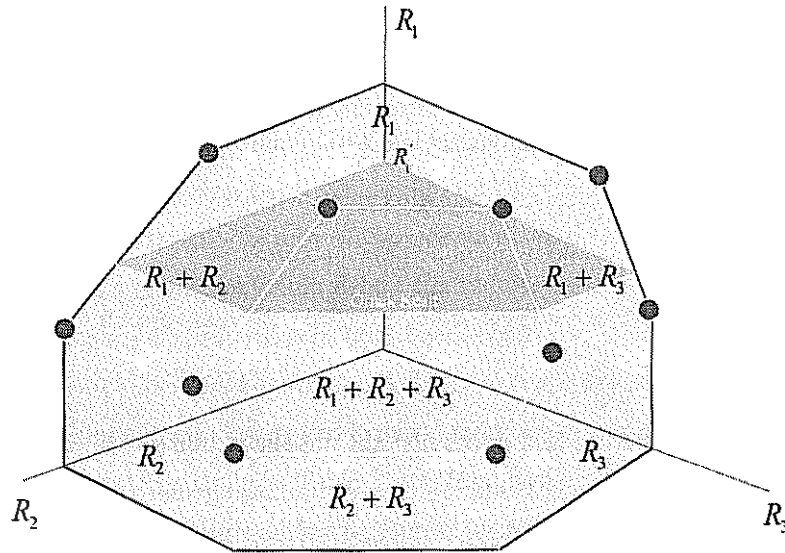
Şekil 17. Simetrik kodlama için üç boyutlu erişilebilir veri hızı

Şekil 17'de ise simetrik kodlama için üç boyutlu erişilebilir veri hızı değerleri görülmektedir. Ayrıca, bu şekilde, siyah çizgi ile tanımlanan kısımlar iki kullanıcı modelinin oluşturabileceği hız alanları hakkında bilgi vermektedir. Şekil 17'den de anlaşılacağı gibi önerdiğimiz üç kullanıcı yardımcılaşmalı haberleşme modeli, iki kullanıcı modeline göre belirgin bir biçimde daha iyi performans göstermektedir. Üç boyutlu kapasite bölgesinin benzetim ile oluşturulması, ÇEK için bilgi kuramsal kapasite bölgesinin köşe koordinatlarının kullanımını gerektiren karmaşık bir işlem olup, kullanılan yaklaşım aşağıda açıklanmıştır.

#### 4.2.4. Benzetim sonuçlarının çiziminde uygulanan yöntem

Bölüm 4.2.2'de bahsedilen toplam erişilebilir veri hızı bulma algoritması daha önceden de bahsedildiği gibi, proje boyunca elde edilmesi çok büyük bir önem içeren ve elle yapıldığı zaman gerek yüksek karmaşıklık gerekse düşük doğruluk ile elde edilebilen ikili ve üçlü kapasite değerlerinin bulunmasında büyük bir rol oynamıştır. Bölüm 4.2.2'de açıklanan bu toplam erişilebilir veri hızı bulma algoritması ile tüm tüme gönderim ve çoklu erişim kapasite değerlerinde elde edilen bu veri hızı değerleri, önerdiğimiz üç kullanıcı modelinin erişilebilir veri hızı değerlerinin sağlamış olduğu artışı daha iyi bir biçimde göstermek amacıyla, aşağıda detaylandırılan üç boyutlu bir benzetim sonucu için kullanılmıştır. Şekil 18'de de gösterildiği gibi, her bir güç dağılım stratejisi için toplam erişilebilir veri hızı değeri,  $0 \leq R_1' \leq R_1$  varsayımı altında farklı noktalardan  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_1 + R_2$ ,  $R_1 + R_3$ ,  $R_2 + R_3$  ve  $R_1 + R_2 + R_3$  değerleri tarafından sınırlandırılmaktadır. Üç boyutlu görüntünün elde

edilme süreci gene Şekil 18'de verilen örnek beşgen kesit ile daha iyi özetlenebilir. Şekil 18'de  $R_1'$  olarak ifade edilen anlık  $R_1$  değerinde, tüm olası kanal katsayıları ve sabit bir güç kümesi dağılımı göz önünde bulundurulduğunda örnek beşgen kesitin köşe noktaları şekilde de görüldüğü gibi sırasıyla  $R_1 + R_2$ ,  $R_1 + R_2 + R_3$  ve  $R_1 + R_3$  tarafından sınırlanmış bir dış bükeydir. Bu sınırlandırma noktaları ve dış bükeyin alacağı şekil  $R_1'$  'in aldığı anlık değerlere göre değişmektedir. Daha sonra, sabitlenen bir  $R_1'$  değeri için her güç kontrol politikasınca elde edilen farklı köşe noktaları üzerinden alınan dışbükey zarf ile, üç boyutlu erişilebilir hız bölgesinin kesitleri oluşturulmuştur. Bu yöntemle simetrik kanal dağılımı (54) için gerçekleştirilen üç boyutlu erişilebilir veri hızı benzetim sonucu Bölüm 4.2.3'te gösterildiği gibidir.



Şekil 18. Üç boyutlu benzetim sonucu çizim yöntemi

### 4.3. Kanala Uyarlanabilen İşbirliği Stratejileri ve Rayleigh Sönünlenme için Benzetimler

Bu noktaya kadar, üç kullanıcılu işbirlikçi haberleşme modeli için, iki özel kanal durumuna uygun kodlama ve kodçözme stratejileri önerilmiştir. Bu stratejilerin temel özelliği, anlık kanal durum bilgisini kullanarak, hangi kullanıcıların, ne şekilde işbirliği yapacaklarına karar verebilen bir nitelikte olmalarıdır. Dikkatlice bakıldığında, herhangi bir anda, her kullanıcıya doğru gelen kanalların göreceli kaliteleri sıralandığında, kullanıcıların kodçözme kabiliyetlerini belirleyecek sekiz adet olası durum ortaya çıktığı gözlemlenebilir. Bu durumlar, Tablo 7'de özetlenmiştir.

	KANAL KATSAYILARIN OLASI DAĞILIMLARI	YÜKSEK SEVİYEDE ÇÖZÜMLEME KAPASİTELİ KULLANICI	ORTA SEVİYEDE ÇÖZÜMLEME KAPASİTELİ KULLANICI	DÜŞÜK SEVİYEDE ÇÖZÜMLEME KAPASİTELİ KULLANICI
DURUM 1	$s_{12} > s_{13}, s_{21} > s_{23}, s_{31} > s_{32}$	KULLANICI 1	KULLANICI2	KULLANICI3
DURUM2	$s_{12} > s_{13}, s_{21} > s_{23}, s_{32} > s_{31}$	KULLANICI2	KULLANICI 1	KULLANICI 3
DURUM3	$s_{12} > s_{13}, s_{23} > s_{21}, s_{31} > s_{32}$	-		
DURUM4	$s_{12} > s_{13}, s_{23} > s_{21}, s_{32} > s_{31}$	KULLANICI2	KULLANICI3	KULLANICI 1
DURUM5	$s_{13} > s_{12}, s_{21} > s_{23}, s_{31} > s_{32}$	KULLANICI 1	KULLANICI 3	KULLANICI2
DURUM6	$s_{13} > s_{12}, s_{21} > s_{23}, s_{32} > s_{31}$	-		
DURUM 7	$s_{13} > s_{12}, s_{23} > s_{21}, s_{31} > s_{32}$	KULLANICI 3	KULLANICI 1	KULLANICI 2
DURUM 8	$s_{13} > s_{12}, s_{23} > s_{21}, s_{32} > s_{31}$	KULLANICI 3	KULLANICI2	KULLANICI 1

**Tablo 7.** Olası kanal dağılımları ve karşılık gelen durumlar

Tablo 7’den görülebileceği gibi, olası kanal sıralamaları kullanıcıların kodçözme yeteneklerine göre iki grupta toplanabilir: Tüm kullanıcıların simetrik kodçözme gücüne sahip olduğu durumlar 3 ve 6, ve bazı kullanıcıların kodçözme yeteneklerinin daha fazla olduğu kalan durumlar. Bu iki grup için, iki farklı tür kodlama stratejisi geliştirilmesi daha önce önerilmiştir.

Bu bölümde amaç, bu stratejilerin ulaştığı veri hızlarını farklı kanal sıralamalarında baştan türetmektir. Önerilen kodlama ve kodçözme stratejisi Tablo 7’deki tüm durumlar için teker teker uyarlanarak, her durumdaki erişilebilir veri hızları elde edilmiştir. Bunlar bir araya getirildiğinde, Rayleigh, Rician v.b. kanallara uyarlamalı bir kodlama tekniği ortaya çıkmıştır. Elde edilen veri hızı ifadeleri, fazla tekrarı engellemek için burada sıralanmamıştır. Ancak, her kullanıcıdaki kısıtların sayısı ve şekillerinin ele alınan duruma göre değişeceği açıktır.

Önerilen kodlama ve kodçözme stratejilerini özetlemek, ve önceki bölümlerdeki bulguları da toplamak amacıyla, bu stratejiler Bölüm 4.3.1’de detaylandırılmıştır.

#### 4.3.1 Kanala Uyarlamalı Kodlama ve Kodçözme Stratejileri

KODLAMA STRATEJİSİ (DURUM 1 & DURUM 2 & DURUM 4 & DURUM 5 & DURUM 7 & DURUM 8)	KODLAMA STRATEJİSİ2 (DURUM 3 & DURUM 6)
<ul style="list-style-type: none"> <li>Ortak işbirliği kod sözcüğü <math>U</math> ’yu oluştur</li> <li>Yüksek seviyeli çözümlene kapasiteli</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ortak işbirliği kod sözcüğü <math>U</math> ’yu oluştur</li> <li>Her bir kullanıcı için ikişer adet ikili</li> </ul>

<p>kullanıcı <math>j</math> ile orta seviyeli çözümleme kapasiteli kullanıcı <math>i</math> için bir adet <b>ikili işbirliği kod</b> sözcüğü (<math>U_i</math>) oluştur.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Yüksek seviyeli çözümleme kapasiteli kullanıcı <math>j</math> ile düşük seviyeli çözümleme kapasiteli kullanıcı <math>k</math> için bir adet <b>İkili işbirliği kod</b> sözcüğü (<math>U_k</math>) oluştur.</li> <li>• Her bir kullanıcı için <b>ortak işbirliği kod</b> sözcüğü ve <b>ikili işbirliği kod</b> sözcüğü'ne bağlı olarak ikişer adet <b>kullanıcılar arası kod</b> sözcüğü (<math>X_{ij}, X_{ik}, X_{ji}, X_{jk}, X_{ki}, X_{kj}</math>) oluştur.</li> <li>• Her bir kullanıcı için <b>ortak işbirliği kod</b> sözcüğü, <b>İkili işbirliği kod</b> sözcüğü ve <b>Kullanıcılar arası kod</b> sözcüğü'ne bağlı olarak birer adet <b>toplam kod</b> sözcüğü (<math>X_i, X_j, X_k</math>) oluştur.</li> </ul>	<p><b>işbirliği kod</b> sözcüğü oluştur. (<math>U_i, U_j, U_k</math>)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Her bir kullanıcı için <b>ortak işbirliği kod</b> sözcüğü ve <b>ikili işbirliği kod</b> sözcükleri'ne bağlı olarak ikişer adet <b>kullanıcılar arası kod</b> sözcüğü (<math>X_{ij}, X_{ik}, X_{ji}, X_{jk}, X_{ki}, X_{kj}</math>) oluştur.</li> <li>• Her bir kullanıcı için <b>ortak işbirliği kod</b> sözcüğü, <b>İkili işbirliği kod</b> sözcüğü ve <b>kullanıcılar arası kod</b> sözcüğü'ne bağlı olarak birer adet <b>toplam kod</b> sözcüğü (<math>X_i, X_j, X_k</math>) oluştur.</li> </ul>
---	--

**Tablo 8.** Kodlama Stratejisi tablosu

Tablo 8'de, daha önceki raporlarda özel durumlar göz önüne alınarak geliştirilen iki temel kodlama stratejisi genellenmektedir. Burada her bir kullanıcı  $i, j, k$  indisleri ile tanımlanmıştır. Kodlama Stratejisi 1 ile, özellikle bir kullanıcının sahip olduğu kuvvetli alış linklerinden dolayı tüm mesajları çözebilecek yetenekte olmasına dayanarak, ortak ve ikili işbirliği sinyalleri oluşturulup hedef tarafta evre uyum toplamları elde edilmesi amaçlanmıştır. Fakat tüm olası kanal katsayı dağılımları düşünüldüğünde her bir kullanıcıya yönelik iki kullanıcılar-arası linkten birinin iyi, birinin kötü olduğu durumlar da oluşmaktadır. Bu durumlar için yine Tablo 8'de tanımlanmış olan Kodlama Stratejisi 2 geliştirilmiştir. Bu kodlama stratejisinde, tüm kullanıcılar eşit sayıda mesaj çözebilme yeteneğine sahip olduklarından, ortak işbirliği sinyalinin yanı sıra ikili işbirliği sinyallerinin daha çok sayıda olacağı ve bu işbirliği sinyallerinin daha etkin bir biçimde kullanılabilmesi öngörülmüştür. Bu her iki kodlama stratejisi göz önünde bulundurulduğu zaman önerilen üç kullanıcıly yardımcı haberleşme modeli, kanal durumuna bağlı olarak maksimum erişilebilir veri hızı değerlerini elde etmek için uyarlamalı şekilde kullanılabilir. Tablo 8'deki sekiz olası durum göz önünde bulundurulduğu zaman, uygulanması önerilen uyarlamalı kodlama stratejisi, önerdiğimiz modelin Rayleigh dağılımlı bir kanal yapısında da uygulanmasına olanak sağlamaktadır.

Olası durumların daha iyi açıklanabilmesi için Tablo 8'deki her bir durumdaki kullanıcı, yüksek/orta/düşük çözümleme kapasiteli olarak tanımlanmaktadır. Yüksek seviyeli çözümleme

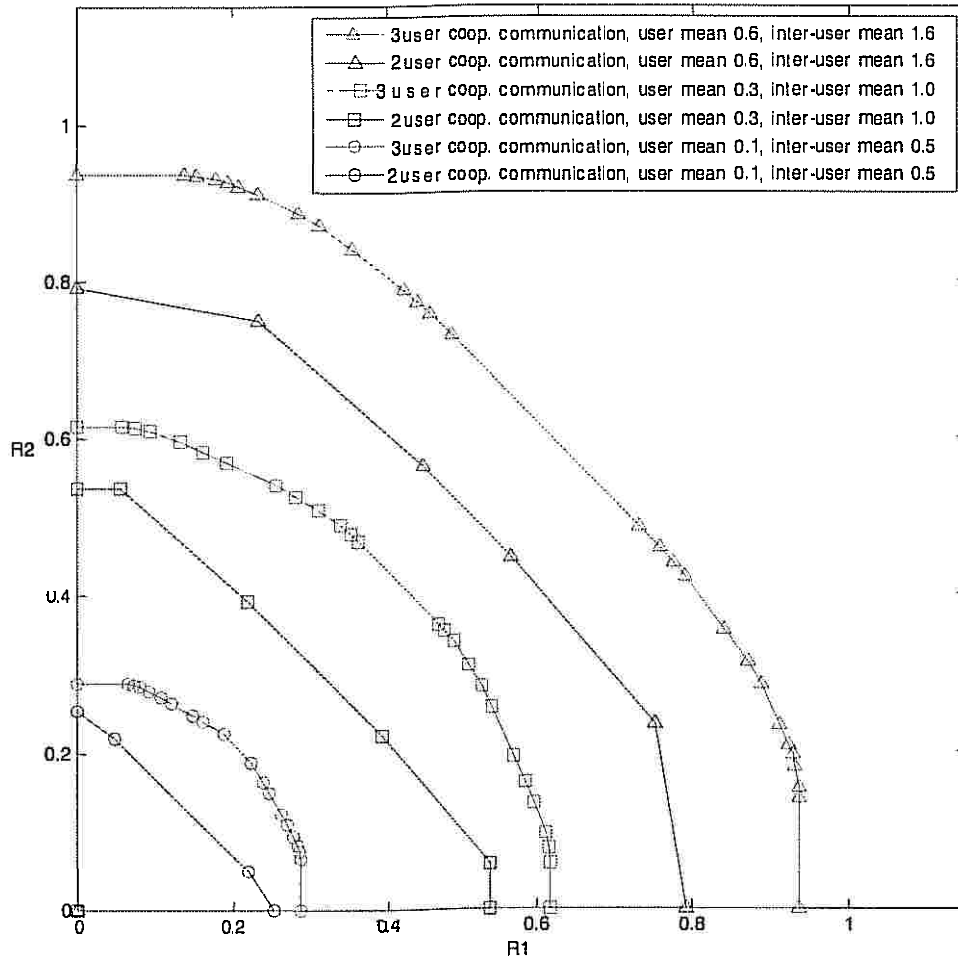
kapasiteli kullanıcı ortamdaki tüm mesajları hatasız bir biçimde çözebilme yeteneğine sahipken, düşük seviyeli çözümlenme kapasiteli kullanıcı sadece diğer kullanıcılar tarafından kendisine yollanan mesajları hatasız bir biçimde çözebilmektedir. Orta seviyeli çözümlenme kapasiteli kullanıcı ise düşük seviyeli kullanıcıya göre sadece fazladan bir mesaj çözebilme kabiliyetine sahiptir. Durum 1, Durum 2, Durum 4, Durum 5, Durum 7 ve Durum 8 yukarıda açıklanan yapıyı kapsamaktadır. Bu durumlar için önerilen kodlama stratejisi Durum 2'nin örnek senaryo seçilmesi ile, elde edilen tüme gönderim ve çoklu erişim kapasiteleri ile bunlardan elde edilen toplam erişilebilir veri hızı formülleri ve benzetim sonuçları Bölüm 4.1'de detaylandırılmıştır.

Ayrıca yukarıda sözü edilen olası senaryolar haricinde, Tablo 8'de Durum 3 ve Durum 6 için tüm kullanıcılar eşit çözümlenme kapasitelerine sahip oldukları için kendi aralarında bir sınıflandırılma yapılmamaktadır. Bu durumlar için önerilen kodlama stratejisi altında, Durum 3'ün örnek senaryo seçilmesi ile, elde edilen tüme gönderim ve çoklu erişim kapasiteleri Bölüm 4.2'de detaylandırılmıştır..

#### **4.3.2 Rayleigh Sönümlenme İçin Benzetim Modeli ve Sonuçları**

Projenin bir önemli aşaması da, önerilen kanal uyarlamalı sistemin benzetim modelinin çıkartılmasıdır. Tablo 7'de tanımlanan Durum 2 ve Durum 3 örnek senaryoları için benzetim modelleri çıkartılmış olmasına rağmen, Rayleigh dağılımlı bir kanal yapısı için tüm durumların göz önünde bulundurulduğu bir benzetim modelinin uygulanması gerekmektedir. Özellikle önerilen sistemin benzetim modeli, A. Sendonaris, E. Erkip and B. Aazhang 'in önerdiği (SENDORANIS, ERKIP AAZHANG, 2003) iki kullanıcıly yardımcılamalı haberleşme modeline göre fazladan bir kullanıcı olması ve Tablo 8'de detaylandırılmış olan kodlama stratejilerinin uygulanmasından dolayı oldukça karmaşık bir yapıya sahiptir. Projenin tüm aşamalarında, gerek benzetim modelindeki karmaşıklığın giderilmesi gerekse koşturum zamanının azaltılmasına yönelik olarak bir çok iyileştirilme çalışması yapılmıştır. Özellikle normalize edilmiş kanal katsayıları arasında farkedilen ikili ilişkiler sayesinde, kapasite değerlerinin hesaplanmasında uzun vektörel çarpımlar (tüm direk ve kullanıcılar arası kanallar göz önünde bulundurulduğunda bu değer örneklenmiş kanal katsayı değerinin dokuzuncu dereceden üssü olmaktadır) yerine kısa vektörel çarpımlar (örneklenmiş kanal katsayı değerinin ikinci dereceden üssü olmaktadır) kullanılmıştır. Fakat benzetim modelindeki bahsedilen iyileştirme çalışmasının özellikle Rayleigh dağılımlı bir kanal için uyarlanması, tek bir düzgün dağılımlı kanal durumu için uyarlanmasından çok daha karmaşık bir yapıya sahiptir. Bununla beraber özellikle tüm olası durumların göz önünde bulundurulduğu Rayleigh dağılımlı bir kanal yapısının benzetim modeli için kapasite değerlerinin beklendiğ değerlerinin alınmasındaki en büyük zorluk, kapasite değerlerinin hesaplanmasında kullanılan kanal katsayılarına bağlı vektörlerin, vektör rasgele değişkenlerin birleşik olasılık değerleri ile çarpılması gerekliliğidir. Yukarıda tanımlanan benzer kısa vektörel çarpımların bu

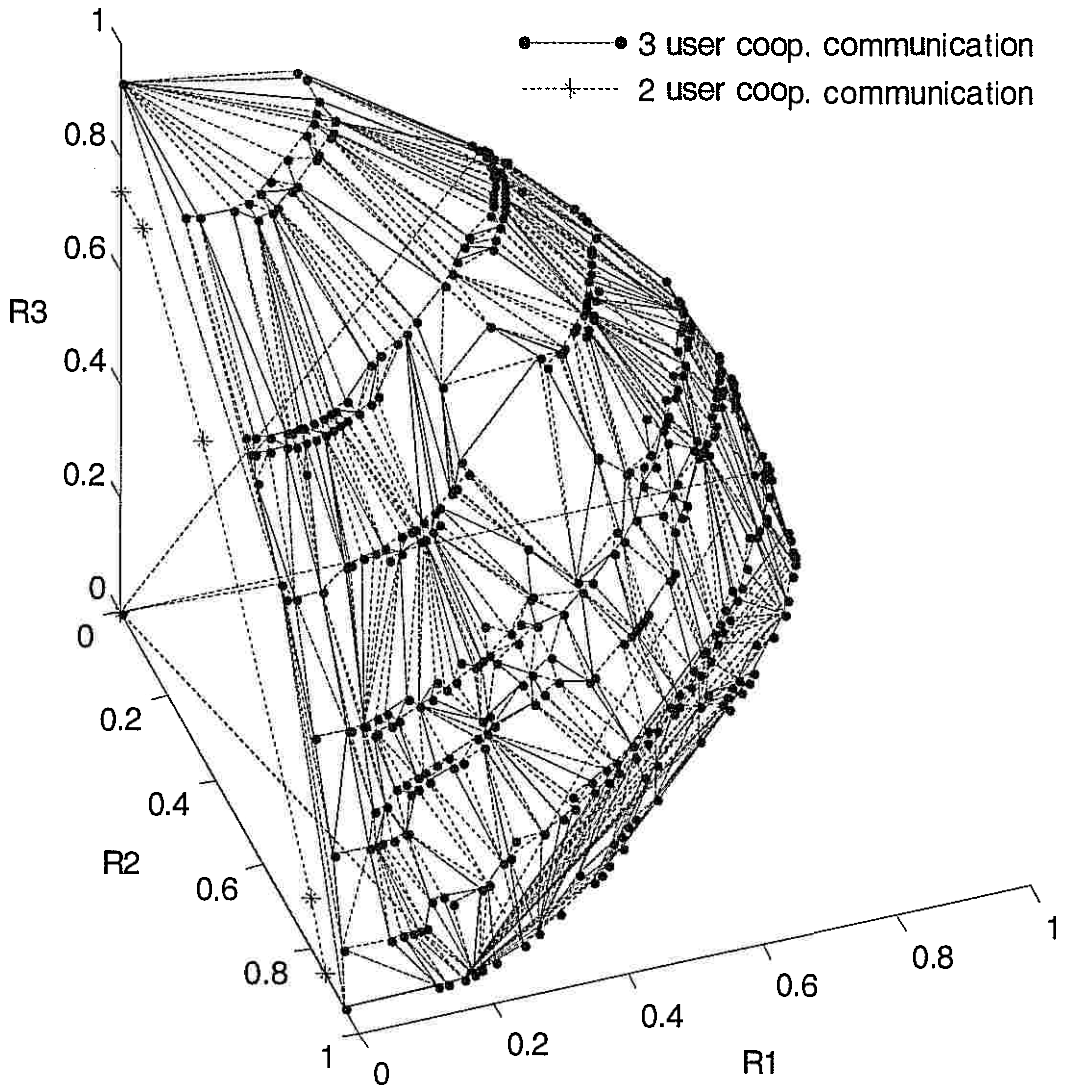
yapıya uyarlanabilmesi için, öncelikle daha önceki çalışmalarda kullanılan ikili kanal katsayıları ilişkilerin, Tablo 8'de tanımlanan her bir durum için birleşik olasılık değerlerinden elde edilmesi gerekmektedir. Buradaki yaklaşım, tüm birleşik olasılık değerlerinin koşullu olasılıklar cinsinden ifade edilmesidir. Bir örnekle netleştirmek gerekirse, Kullanıcı 1'e yönelik olan  $s_{21}$  ve  $s_{31}$  kanal katsayılarının oluşturduğu birleşik olasılık değeri Durum 1 göz önünde bulundurulduğu zaman  $p(s_{21}, s_{31} | \text{Durum 1})$  şeklinde hesaplanmalıdır. Benzer bir biçimde öncelikle bu birleşik koşullu olasılık değeri tüm durumlar için ayrı ayrı hesaplanmaktadır. Bu sayede Rayleigh dağılımlı bir kanal yapısı için kısa vektörsel çarpımlar kullanılıp benzetim modelinde iyileştirme yapılmıştır. Ortaya çıkan erişilebilir veri hızı ifadeleri her durum için alt mesajların hızları cinsinden elde edilmiştir. Bunların tüm durumlar üzerinden ortalamasının alınarak, Rayleigh dağılımlı bir kanal için erişilebilir veri hızı kısıtlarının hesaplanması sonucunda aşağıdaki erişilebilir veri hızı bölgeleri oluşturulmuştur.



Şekil 19. Rayleigh sönümlenme için iki ve üç kullanıcıli işbirliğinin karşılaştırılması.

Şekil 19'da, ikişer ve üçer kullanıcı, farklı parametrelerle sönümlenen üç ayrı Rayleigh dağılımlı kanal için erişilebilir veri hızı bölgesinden birer kesit karşılaştırılmaktadır. Buna göre, kanala uyarlanan üç kullanıcı işbirliğinin, özellikle direk link katsayıları kötüleştikçe, toplam veri hızları bölgelerinde büyük oranda iyileştirme sağladığı görülmektedir. Dolayısıyla, önerdiğimiz işbirliği stratejilerinin yalnızca teorik durumlarda değil, gerçekçi sönümlenme senaryolarında da beklenen performans artışı sağlayabildiği örnekle gösterilmiştir.

Rayleigh sönümlenmeli kanallar için üç boyutlu veri hızı bölgesi de, dışbükey zarf işlemleri sonucunda oluşturulmuş, ikili hız bölgeleri ile kıyaslanacak şekilde Şekil 20'de verilmiştir. Burada da görüldüğü üzere, üç kullanıcı işbirliği her üç kullanıcıya da aynı anda avantaj sağlama imkanına sahip olması açısından, atanmış roller içeren tek taraflı işbirliğine kıyasla tercih edilmelidir.

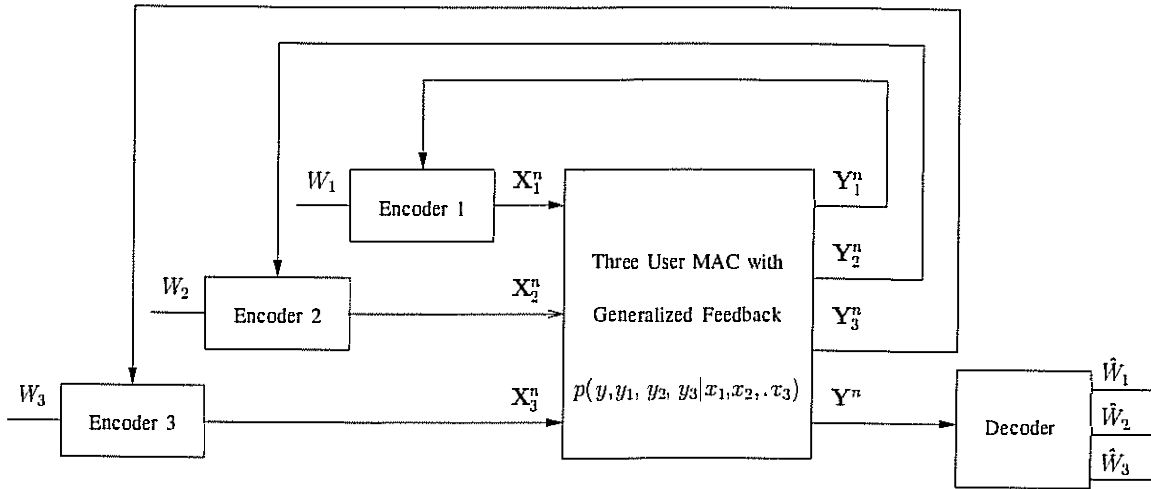


Şekil 20. Rayleigh sönümlenme için üç boyutlu erişilebilir veri hızı bölgesi.

Bu bölümün sonuçları, (EDEMEN, KAYA, MART 2008) ve (EDEMEN, KAYA, ARALIK 2008)'nin sonuçlarını da bir araya getiren kapsamlı bir dergi makalesinde raporlanarak, IEEE Transactions on Information Theory dergisine gönderilmiştir.

#### 4.4. Genellenmiş Geribeslemeli Çoklu Erişim Kanalı (GGÇEK) için Erişilebilir Hızlar

Projede ele alınan üç kullanıcılı kablosuz iletişim kanalı, kanalın yayıcı etkisi nedeniyle işbirliğine imkan tanıyan, genellenmiş geribeslemeli çoklu erişim kanalı modelinin bir özel durumundan ibarettir. Bu projede Gauss gürültülü kanallar için önerdiğimiz kodlama stratejilerini, bilgi kuramından asimptotik eşbölümleme ve tipik dizilere dayalı kodlama ve kodçözme yöntemlerini kullanarak, herhangi bir GGÇEK'e genellemek mümkündür. Literatürde Willems ve Carleial tarafından, iki kullanıcı için ayrı ayrı ele alınan bu model, üç kullanıcı için aşağıdaki şekilde gösterilebilir.



Şekil 21. Üç kullanıcılı GGÇEK

Burada kanal, girdileri çıktılara bağlayan bir koşullu olasılık dağılımı ile modellenmiştir. Proje boyunca tekrarlandığı gibi, kullanıcı sayısı arttıkça,  $X_i$  kod sözcüklerinin kanal çıktıları ve mesajlar cinsinden oluşturulması için pek çok teknik önerilebilir. Bu proje kapsamında elde edilen kodlama ve kodçözme teknikleri, projenin son döneminde Gauss gürültülü kanallardan, yukarıda örneği verilen kanallara genellenmiş, ve bilgi kuramsal açıdan daha teknik bir şekilde incelenmesi ve erişilebilirlik ispatları yapılması ile, sonuçlarımızın yaygın

etkisi artırılmıştır. Bu kodlama yapısı matematiksel olarak oldukça karmaşık olduğundan, ilgili okuyucu, ekte verdiğimiz, IEEE Transactions on Information Theory'ye gönderilen makalenin (EDEMEN, KAYA 2009) 4. bölümüne yönlendirilmektedir.

## 5. Tartışma ve Sonuç

Bu projede, özgün işbirliğine dayalı iletişim teknikleri geliştirilmiştir. Detaylı sonuçlar, her alt problem için Bölüm 3 ve 4'te verilmiştir. Daha geniş bir bakış açısından bakarsak, proje, iki kullanıcılı çoklu erişim kanalları için geriye doğru ve pencere kodçözme modelleri altında, kanala uyarlamalı en iyi güç tahsisi; üç kullanıcılı çoklu erişim kanalları içinse kanala uyarlamalı kodlama ve kodçözme stratejilerinin geliştirilmesi konularına eğilmiştir. Projenin özellikle ikiden fazla kullanıcıyı içeren kısmı, literatürde daha önce hiç değinilmeyen, ve oldukça genel bir probleme ilk yaklaşım olarak görülebilir. Proje sonuçları, ve bilgi ve iletişim kuramı konularında evrensel bilgiye bulunulan katkılar çok kısaca şöyle listelenebilir:

- İşbirlikçi iletişim sistemlerinde, kanal kodlaması ve güç kontrolünün birlikte eniyilenmesi, beklenenden çok daha basit ortama erişim stratejileri ile sonuçlanmakta, ve erişilebilir hızları önemli oranda artırmaktadır. Ortaya çıkan eniyileme problemleri dışbükey yapıya sahip olduğundan, etkili eniyileme metodlarının kullanımına izin verir.
- Pencere kodçözme, güç kontrolü ile birlikte uygulandığında, beklenilenin aksine geriye doğru kodçözmeye göre toplam veri hızı kaybına sebep olmaz, ve gecikme konusunda çok avantaj kazandırır. Bu nedenle, iki kullanıcılı çoklu erişim sistemlerinin sistem faydasma yönelik eniyilenmesinde tercih edilmelidir.
- İki kullanıcılı işbirliği protokollerinin üç kullanıcılı sistemlere genellenmesi, beraberinde pek çok olası işbirliği stratejisi arasından bir seçim getirir. Kanala uyarlamalı bir işbirliği stratejisi kullanılarak, artan sistem karmaşıklığı ve karışımın önüne geçilmesi, ve veri hızlarında yüksek artışlar sağlanması mümkündür.
- İşbirliğine katılan kullanıcı sayısı arttıkça, veri hızı bölgeleri üzerinde özellikle toplam veri hızlarında daha büyük bir artış gözlenmektedir. Bu da, artan çeşitliliğin bir sonucudur. Bu yüzden, karşılıklı işbirliği stratejileri, tek kullanıcı merkezli geleneksel aktarım stratejilerine göre, hem performans, hem de adillik açısından avantaj sağlamaktadır.

Öte yandan, blok Markov kodlama tekniğinin kanala uyarımalı bir biçimde yapılması, erişilebilir veri hızları için elde edilen analitik ifadelerin oldukça karışık olmasını beraberinde getirmektedir. Bu yüzden, benzer yaklaşımların daha fazla kullanıcıya genellenmesi oldukça zorlu olacaktır. Bunun yerine, daha büyük sistemlerin analizi için, ya sistemi başka kriterler kullanarak (buluşsal gruplama mekanizmaları gibi) küçük parçalara ayırmak, ya da kodlama yapısının simetrisinden feragat etmemek açısından daha genel, kanal durumundan bağımsız, ve uyarımalı yapıyı güç tahsisi içerisinde barındıran bir formülasyona gitmek ilerideki çalışmalar için uygun görünen sonuçlardır. Bu sonuçlarda çalışmalarımız başlamış olup, projede sonuçlanmamasına karşın Ek-1'de ön bulgularımız özetlenmiştir.

## KAYNAKLAR

COVER, T. M. and LEUNG, C. S. K. An Achievable Rate Region for the Multiple Access Channel with Feedback. *IEEE Trans. on Info The.*, 27(3):292-298, (May 1981).

COVER, T. M. and THOMAS, J. A., Elements of Information Theory. Wiley Interscience, (1991).

EDEMEN, Ç. and KAYA, O., Achievable Rates for the Three User Cooperative Multiple Access Channel, *IEEE Wireless Communications and Networking Conference, Las Vegas, NV, USA* (March, 2008).

EDEMEN, Ç. and KAYA, O., Channel Adaptive Encoding and Decoding Strategies and Rate Regions for the Three User Cooperative Multiple Access Channel, *IEEE Global Communications Conference, New Orleans, LA, USA* (December, 2008).

EDEMEN, Ç. and KAYA, O., Kablosuz İletişim Ağlarında Kullanıcı Yardımlaşmasına Dayalı Protokollerin Dizaynı, Optimum Kaynak Tahsisi ve İletim Stratejileri, Tübitak R1001 Araştırma Projesi, II. Dönem Gelişme Raporu, (Haziran 2007).

EDEMEN, Ç. and KAYA, O., Kablosuz İletişim Ağlarında Kullanıcı Yardımlaşmasına Dayalı Protokollerin Dizaynı, Optimum Kaynak Tahsisi ve İletim Stratejileri, Tübitak R1001 Araştırma Projesi, III. Dönem Gelişme Raporu, (Ocak 2008).

EDEMEN, Ç. and KAYA, O., Channel Adaptive Encoding and Decoding Strategies and Rate Regions for the Three User Cooperative Multiple Access Channel, *IEEE Transactions on Information Theory*, submitted, 2009.

EDEMEN, Ç. and KAYA, O., Kablosuz İletişim Ağlarında Kullanıcı Yardımlaşmasına Dayalı Protokollerin Dizaynı, Optimum Kaynak Tahsisi ve İletim Stratejileri, Tübitak R1001 Araştırma Projesi, IV. Dönem Gelişme Raporu, (Haziran 2008).

ERKİP, E. Capacity and Power Control for Spatial Diversity. In *Proc. Conference on Information Sciences and Systems*, pp. WA4-28/WA4-31, Princeton University, New Jersey, (March 2000).

- HOST-MADSEN, A. and ZHANG, J. Capacity Bounds and Power Allocation for Wireless Relay Channels. *IEEE Trans. on Info. The.*, 51(6):(2020–2040), (June 2005)
- KAYA, O., Window and Backwards Decoding Achieve the Same Sum Rate for the Fading Cooperative Gaussian Multiple Access Channel , *IEEE Globecom, San Francisco, CA*, (November, 2006).
- KAYA, O. and ULUKUS, S., Power Control for Fading Multiple Access Channels with User Cooperation, *IEEE International Conference on Wireless Networks, Communications, and Mobile Computing, Maui, HI*, (June 2005).
- KAYA, O. and ULUKUS, S., Power Control for Fading Cooperative Multiple Access Channels, *IEEE Trans. on Wireless Communications*, to appear, (August 2007).
- LANEMAN, J. N., TSE, D. N. C. and WORNELL G. W. Cooperative Diversity in Wireless Networks: Efficient Protocols and Outage Behavior. *IEEE Trans. on Info. The.*, 50(12): 3062–3080, (December 2004)
- SANKARANARAYANAN, L. , KRAMER, G. and MANDAYAM, B., Capacity Theorems for the Multiple-Access Relay Channel. *42<sup>nd</sup> Allerton Conf. on Communications, Computing and Control*, (September 2004).
- SCHEIN, B., *Distributed Coordination in Network Information Theory*. (PhD thesis), MIT, Cambridge, MA, (August 2001), pp. 64-68.
- SENDONARIS, A., ERKIP, E. and AAZHANG, B., User Cooperation Diversity – Part I: System Description. *IEEE Trans. on Communications*, 51(11): 1927–1938, (November 2003).
- WILLEMS, F. M. J., VANDERMEULEN, E. C., and SCHALKWIJK, J.P. M., An Achievable Rate Region for the Multiple Access Channel with Generalized Feedback, *In Proc. Allerton Conference, Monticello, IL*, (October 1983).
- WILLEMS, F. M. J., VANDERMEULEN, E. C. Partial Feedback for the Discrete Memoryless Multiple Access Channel. *IEEE Trans. on Info. The.*, 29(2):287-290, (March 1983).
- WILLEMS, F. M. J. The Discrete Memoryless Multiple Access Channel with Partially Cooperating Encoders. *IEEE Trans. on Info. The.*, 29(3):441-445, (May 1983).
- WILLEMS, F. M. J., VAN DER MEULEN, E. C. The Discrete Memoryless Multiple Access Channel with Cribbing Encoders *IEEE Trans. on Info. The.*, 31(3):313-327, (May 1985).
- XIE, L. and KUMAR, P.R., An achievable rate for the multiple level relay channel. *IEEE Trans. Inform. Theory*. 51(4): 1348-1358. (April 2005).

## EK-1

### Simetrik Kodlama Yapısı

Kanal durumuna göre değişken olmayan kodlama yapısı ve bu kodlama yapısına bağlı olarak elde edilmiş erişilebilir veri hızı değerleri aşağıda detaylandırılmıştır. Tartışma ve Sonuç Bölümünde belirtildiği gibi bu kodlama yapısı, proje sonrasında yapılması planlanan güç iyileştirme çalışmalarının temelini oluşturmaktadır.

Önerilen simetrik kodlayıcı için  $X_1, X_2, X_3$  sinyalleri;

$$\begin{aligned}
 X_1 &= \sqrt{P_{10}} X_{10} + \sqrt{P_{12}} X_{12} + \sqrt{P_{13}} X_{13} + \sqrt{P_{1XU}} X_{1U} + \sqrt{P_{1U_{12}}} U_{12} + \sqrt{P_{1U_{13}}} U_{13} + \sqrt{P_{1U}} U \\
 X_2 &= \sqrt{P_{20}} X_{20} + \sqrt{P_{21}} X_{21} + \sqrt{P_{23}} X_{23} + \sqrt{P_{2XU}} X_{2U} + \sqrt{P_{2U_{12}}} U_{12} + \sqrt{P_{2U_{23}}} U_{23} + \sqrt{P_{2U}} U \\
 X_3 &= \sqrt{P_{30}} X_{30} + \sqrt{P_{31}} X_{31} + \sqrt{P_{32}} X_{32} + \sqrt{P_{3XU}} X_{3U} + \sqrt{P_{3U_{13}}} U_{13} + \sqrt{P_{3U_{23}}} U_{23} + \sqrt{P_{3U}} U
 \end{aligned}$$

ve bu sinyallerin iletilmesi için gerekli olan güç değerleri ise;

$$P_1 = P_{10} + P_{12} + P_{13} + P_{1XU} + P_{1U_{12}} + P_{1U_{13}} + P_{1U}$$

$$P_2 = P_{20} + P_{21} + P_{23} + P_{2XU} + P_{2U_{12}} + P_{2U_{23}} + P_{2U}$$

$$P_3 = P_{30} + P_{31} + P_{32} + P_{3XU} + P_{3U_{13}} + P_{3U_{23}} + P_{3U}$$

şeklinde tanımlanabilir. Buna ek olarak yukarıda tanımlanan sinyallere göre simetrik kodlamalı Markov kodlayıcı oluşturduğu mesajlar Tablo 9'da özetlenmektedir.

	1. BLOK	2. BLOK
KULLANICI 1	$X_{10}(w_{10}(1), X_{12}, X_{13}, U_{12}, U_{13}, U)$	$X_{10}(w_{10}(2), X_{12}, X_{13}, U_{12}, U_{13}, U)$
	$X_{12}(w_{12}(1), U_{12})$	$X_{12}(w_{12}(2), U_{12}, U)$
	$X_{13}(w_{13}(1), U_{13})$	$X_{13}(w_{13}(2), U_{13}, U)$
	$X_{1U}(w_{1U}(1), U)$	$X_{1U}(w_{1U}(2), U)$
	$U_{12}(w_{12}(0), w_{21}(0), U)$	$U_{12}(w_{12}(1), w_{21}(1), U)$
	$U_{13}(w_{13}(0), w_{31}(0), U)$	$U_{13}(w_{13}(1), w_{31}(1), U)$
	$U(w_{1U}(0), w_{2U}(0), w_{3U}(0))$	$U(w_{1U}(1), w_{2U}(1), w_{3U}(1))$

KULLANICI2	$X_{20}(v_{20}(1), X_{21}^-, X_{23}, U_{12}, U_{23}, U)$ $X_{21}(w_{21}(1), U_{12})$ $X_{23}(w_{23}(1), U_{23})$ $X_{2U}^-(w_{2U}(1), U)$ $U_{12}(v_{12}(0), v_{21}(0), U)$ $U_{23}(w_{23}(0), v_{32}(0), U)$ $U(w_{1U}(0), w_{2U}(0), v_{3U}(0))$	$X_{20}(w_{20}(2), X_{21}^-, X_{23}^-, U_{12}, U_{23}, U)$ $X_{21}(w_{21}(2), U_{12})$ $X_{23}(w_{23}(2), U_{23})$ $X_{2U}^-(w_{2U}(2), U)$ $U_{12}(w_{12}(1), w_{21}(1), U)$ $U_{23}(w_{23}(1), w_{32}(1), U)$ $U(w_{1U}(1), w_{2U}(1), w_{3U}(1))$
KULLANICI3	$X_{30}^-(v_{30}(1), X_{31}, X_{32}, U_{13}, U_{23}, U)$ $X_{31}^-(w_{31}(1), U_{13})$ $X_{32}(w_{32}(1), U_{23})$ $X_{3U}^-(v_{3U}(1), U)$ $U_{13}(w_{13}(0), w_{31}(0), U)$ $U_{23}(w_{23}(0), w_{32}(0), U)$ $U(w_{1U}(0), w_{2U}(0), v_{3U}(0))$	$X_{30}(w_{30}(2), X_{31}^-, X_{32}^-, U_{13}, U_{23}, U)$ $X_{31}^-(w_{31}(2), U_{13})$ $X_{32}(w_{32}(2), U_{23})$ $X_{3U}^-(w_{3U}(2), U)$ $U_{13}(v_{13}(1), w_{31}(1), U)$ $U_{23}(v_{23}(1), v_{32}(1), U)$ $U(w_{1U}(1), w_{2U}(1), w_{3U}(1))$

**Tablo 9:** Üst üste bindirmeli Simetrik kodlamalı blok Markov kodlayıcının 1. ve 2. blok sinyalleri

Tablo 9'daki kodlama yapısı baz alınarak aşağıda her bir kullanıcı için ayrı ayrı tüme gönderim ve çoklu erişim erişilebilir veri hızı değerleri tanımlanmıştır.

$$R_{21} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{21}^2 P_{21}}{\alpha_{21}^2 (P_{20} + P_{23} + P_{2U_n}) + \alpha_{31}^2 (P_{30} + P_{32} + P_{3U_n}) + 2\alpha_{21}\alpha_{31}\sqrt{P_{2U_n}P_{3U_n}} + N_1} \right) \right\}$$

$$R_{2U} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{21}^2 P_{2,UU}}{\alpha_{21}^2 (P_{20} + P_{23} + P_{2U_n}) + \alpha_{31}^2 (P_{30} + P_{32} + P_{3U_n}) + 2\alpha_{21}\alpha_{31}\sqrt{P_{2U_n}P_{3U_n}} + N_1} \right) \right\}$$

$$R_{31} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{31}^2 P_{31}}{\alpha_{21}^2 (P_{20} + P_{23} + P_{2U_n}) + \alpha_{31}^2 (P_{30} + P_{32} + P_{3U_n}) + 2\alpha_{21}\alpha_{31}\sqrt{P_{2U_n}P_{3U_n}} + N_1} \right) \right\}$$

$$R_{3U} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{31}^2 P_{3,UU}}{\alpha_{21}^2 (P_{20} + P_{23} + P_{2U_n}) + \alpha_{31}^2 (P_{30} + P_{32} + P_{3U_n}) + 2\alpha_{21}\alpha_{31}\sqrt{P_{2U_n}P_{3U_n}} + N_1} \right) \right\}$$

$$R_{12} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{12}^2 P_{12}}{\alpha_{12}^2 (P_{20} + P_{13} + P_{1U_n}) + \alpha_{32}^2 (P_{30} + P_{31} + P_{3U_n}) + 2\alpha_{12}\alpha_{32}\sqrt{P_{1U_n}P_{3U_n}} + N_2} \right) \right\}$$

$$R_{1U} < E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{12}^2 P_{1,UU}}{\alpha_{12}^2 (P_{20} + P_{13} + P_{1U_n}) + \alpha_{32}^2 (P_{30} + P_{31} + P_{3U_n}) + 2\alpha_{12}\alpha_{32}\sqrt{P_{1U_n}P_{3U_n}} + N_2} \right) \right\}$$





$$\begin{aligned}
R_{13} + R_{23} &< E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{13}^2 P_{13} + \alpha_{23}^2 P_{23}}{\alpha_{13}^2 (P_{10} + P_{12} + P_{1U_n}) + \alpha_{23}^2 (P_{20} + P_{21} + P_{2U_n}) + 2\alpha_{13}\alpha_{23}\sqrt{P_{1U_n}P_{2U_n}} + N_3} \right) \right\} \\
R_{13} + R_{2U} &< E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{13}^2 P_{13} + \alpha_{23}^2 P_{2,UU}}{\alpha_{13}^2 (P_{10} + P_{12} + P_{1U_n}) + \alpha_{23}^2 (P_{20} + P_{21} + P_{2U_n}) + 2\alpha_{13}\alpha_{23}\sqrt{P_{1U_n}P_{2U_n}} + N_3} \right) \right\} \\
R_{1U} + R_{23} &< E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{13}^2 P_{1,UU} + \alpha_{23}^2 P_{23}}{\alpha_{13}^2 (P_{10} + P_{12} + P_{1U_n}) + \alpha_{23}^2 (P_{20} + P_{21} + P_{2U_n}) + 2\alpha_{13}\alpha_{23}\sqrt{P_{1U_n}P_{2U_n}} + N_3} \right) \right\} \\
R_{1U} + R_{2U} &< E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{13}^2 P_{1,UU} + \alpha_{23}^2 P_{2,UU}}{\alpha_{13}^2 (P_{10} + P_{12} + P_{1U_n}) + \alpha_{23}^2 (P_{20} + P_{21} + P_{2U_n}) + 2\alpha_{13}\alpha_{23}\sqrt{P_{1U_n}P_{2U_n}} + N_3} \right) \right\} \\
R_{23} + R_{2U} &< E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{23}^2 (P_{2,UU} + P_{2,UU})}{\alpha_{13}^2 (P_{10} + P_{12} + P_{1U_n}) + \alpha_{23}^2 (P_{20} + P_{21} + P_{2U_n}) + 2\alpha_{13}\alpha_{23}\sqrt{P_{1U_n}P_{2U_n}} + N_3} \right) \right\} \\
R_{13} + R_{1U} + R_{23} &< E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{13}^2 (P_{13} + P_{1,UU}) + \alpha_{23}^2 P_{23}}{\alpha_{13}^2 (P_{10} + P_{12} + P_{1U_n}) + \alpha_{23}^2 (P_{20} + P_{21} + P_{2U_n}) + 2\alpha_{13}\alpha_{23}\sqrt{P_{1U_n}P_{2U_n}} + N_3} \right) \right\} \\
R_{13} + R_{1U} + R_{2U} &< E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{13}^2 (P_{13} + P_{1,UU}) + \alpha_{23}^2 P_{2,UU}}{\alpha_{13}^2 (P_{10} + P_{12} + P_{1U_n}) + \alpha_{23}^2 (P_{20} + P_{21} + P_{2U_n}) + 2\alpha_{13}\alpha_{23}\sqrt{P_{1U_n}P_{2U_n}} + N_3} \right) \right\} \\
R_{13} + R_{1U} + R_{23} &< E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{13}^2 (P_{13} + P_{1,UU}) + \alpha_{23}^2 P_{23}}{\alpha_{13}^2 (P_{10} + P_{12} + P_{1U_n}) + \alpha_{23}^2 (P_{20} + P_{21} + P_{2U_n}) + 2\alpha_{13}\alpha_{23}\sqrt{P_{1U_n}P_{2U_n}} + N_3} \right) \right\} \\
R_{13} + R_{23} + R_{2U} &< E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{13}^2 P_{13} + \alpha_{23}^2 (P_{23} + P_{2,UU})}{\alpha_{13}^2 (P_{10} + P_{12} + P_{1U_n}) + \alpha_{23}^2 (P_{20} + P_{21} + P_{2U_n}) + 2\alpha_{13}\alpha_{23}\sqrt{P_{1U_n}P_{2U_n}} + N_3} \right) \right\} \\
R_{1U} + R_{23} + R_{2U} &< E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{13}^2 P_{1,UU} + \alpha_{23}^2 (P_{23} + P_{2,UU})}{\alpha_{13}^2 (P_{10} + P_{12} + P_{1U_n}) + \alpha_{23}^2 (P_{20} + P_{21} + P_{2U_n}) + 2\alpha_{13}\alpha_{23}\sqrt{P_{1U_n}P_{2U_n}} + N_3} \right) \right\} \\
R_{13} + R_{1,UU} + R_{2U} + R_{2U} &< E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{13}^2 (P_{13} + P_{1,UU}) + \alpha_{23}^2 (P_{23} + P_{2,UU})}{\alpha_{13}^2 (P_{10} + P_{12} + P_{1U_n}) + \alpha_{23}^2 (P_{20} + P_{21} + P_{2U_n}) + 2\alpha_{13}\alpha_{23}\sqrt{P_{1U_n}P_{2U_n}} + N_3} \right) \right\}
\end{aligned}$$

Benzer mantıkla hedef için çoklu erişim ve tüme gönderim erişilebilir veri hızı değerleri aşağıda tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned}
R_{12} + R_{21} &< E \left\{ C \left( \frac{+P_{1U_n}) + \alpha_{21}^2 (P_{21} + P_{2U_n}) + 2\alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U_n}P_{2U_n}}}{\alpha_{10}^2 (P_{12})} \right) \right\} \\
R_{13} + R_{31} &< E \left\{ C \left( \frac{+P_{1U_n}) + \alpha_{31}^2 (P_{31} + P_{3U_n}) + 2\alpha_{10}\alpha_{30}\sqrt{P_{1U_n}P_{3U_n}}}{\alpha_{10}^2 (P_{13})} \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{23} + R_{32} &< E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{20}^2 (P_{23} + P_{2U_{20}}) + \alpha_{30}^2 (P_{32} + P_{3U_{30}}) + 2\alpha_{20}\alpha_{30}\sqrt{P_{2U_{20}}P_{3U_{30}}}}{N_0} \right) \right\} \\
R_{1U} + R_{2U} + R_{3U} &< E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{10}^2 P_1 + \alpha_{20}^2 P_2 + \alpha_{30}^2 P_3 + 2\alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U_{10}}P_{2U_{20}}} + 2\alpha_{10}\alpha_{30}\sqrt{P_{1U_{10}}P_{3U_{30}}}}{N_0} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{2\alpha_{20}\alpha_{30}\sqrt{P_{2U_{20}}P_{3U_{30}}} + 2\alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U_{10}}P_{2U_{20}}} + 2\alpha_{10}\alpha_{30}\sqrt{P_{1U_{10}}P_{3U_{30}}} + 2\alpha_{20}\alpha_{30}\sqrt{P_{2U_{20}}P_{3U_{30}}}}{N_0} \right) \right\} \\
R_{12} + R_{13} + R_{21} + R_{31} &< E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{10}^2 (P_{12} + P_{13} + P_{1U_{10}} + P_{1U_{10}}) + \alpha_{20}^2 (P_{21} + P_{2U_{20}}) + \alpha_{30}^2 (P_{31} + P_{3U_{30}})}{N_0} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{2\alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U_{10}}P_{2U_{20}}} + 2\alpha_{10}\alpha_{30}\sqrt{P_{1U_{10}}P_{3U_{30}}}}{N_0} \right) \right\} \\
R_{12} + R_{21} + R_{23} + R_{32} &< E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{10}^2 (P_{12} + P_{1U_{10}}) + \alpha_{20}^2 (P_{21} + P_{23} + P_{2U_{20}} + P_{2U_{20}}) + \alpha_{30}^2 (P_{32} + P_{3U_{30}})}{N_0} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{2\alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U_{10}}P_{2U_{20}}} + 2\alpha_{20}\alpha_{30}\sqrt{P_{2U_{20}}P_{3U_{30}}}}{N_0} \right) \right\} \\
R_{13} + R_{23} + R_{31} + R_{32} &< E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{10}^2 (P_{13} + P_{1U_{10}}) + \alpha_{20}^2 (P_{23} + P_{2U_{20}}) + \alpha_{30}^2 (P_{31} + P_{32} + P_{3U_{30}} + P_{3U_{30}})}{N_0} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{2\alpha_{10}\alpha_{30}\sqrt{P_{1U_{10}}P_{3U_{30}}} + 2\alpha_{20}\alpha_{30}\sqrt{P_{2U_{20}}P_{3U_{30}}}}{N_0} \right) \right\} \\
R_{12} + R_{13} + R_{21} + R_{23} + R_{31} + R_{32} &< E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{10}^2 (P_{12} + P_{13} + P_{1U_{10}} + P_{1U_{10}}) + \alpha_{20}^2 (P_{21} + P_{23} + P_{2U_{20}} + P_{2U_{20}})}{N_0} \right. \right. \\
&\quad + \frac{\alpha_{30}^2 (P_{31} + P_{32} + P_{3U_{30}} + P_{3U_{30}}) + 2\alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U_{10}}P_{2U_{20}}}}{N_0} \\
&\quad \left. \left. + \frac{2\alpha_{10}\alpha_{30}\sqrt{P_{1U_{10}}P_{3U_{30}}} + 2\alpha_{20}\alpha_{30}\sqrt{P_{2U_{20}}P_{3U_{30}}}}{N_0} \right) \right\} \\
R_1 + R_2 + R_3 &< E \left\{ C \left( \frac{\alpha_{10}^2 P_1 + \alpha_{20}^2 P_2 + \alpha_{30}^2 P_3 + 2\alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U_{10}}P_{2U_{20}}} + 2\alpha_{10}\alpha_{30}\sqrt{P_{1U_{10}}P_{3U_{30}}}}{N_0} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{2\alpha_{20}\alpha_{30}\sqrt{P_{2U_{20}}P_{3U_{30}}} + 2\alpha_{10}\alpha_{20}\sqrt{P_{1U_{10}}P_{2U_{20}}} + 2\alpha_{10}\alpha_{30}\sqrt{P_{1U_{10}}P_{3U_{30}}} + 2\alpha_{20}\alpha_{30}\sqrt{P_{2U_{20}}P_{3U_{30}}}}{N_0} \right) \right\}
\end{aligned}$$

Bu kısıtların, toplam veri hızlarına dönüştürülmesi çalışması halen devam etmektedir.