

İşbirlikli Kablosuz Haberleşmede Dik Frekans Bölmeli Çoklama (OFDM)-Tabanlı Özkaynak Tahsisi

Proje No: 108E208

Proje Ekibi:

Tolga Girici (TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi)

Onur Kaya (Işık Üniversitesi)

Ayşe Melda Yüksel (TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi)

EYLÜL 2011

ANKARA

ÖNSÖZ

Bu proje TÜBİTAK 1001 "Araştırma" Programı Tarafından Desteklenmiştir. Projemizi desteklediklerinden dolayı Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırma Kurumu'na, değerlendirci hakemlere, proje izleyicisine ve projemizi takip eden TÜBİTAK Uzmanlarına teşekkür ederiz.

İçindekiler

ÖNSÖZ	1
Şekil Listesi	4
Tablo Listesi	7
ÖZET	8
ABSTRACT	9
1. GİRİŞ	10
2. İş Paketi 1: OFDMA Tabanlı Çok Röleli Çok kullanıcılı İşbirlikli Sistemlerde Hizmet Kalitesi Tabanlı Özkaynak Tahsisi	13
2.1. Giriş ve Genel Bilgiler	13
2.2. Gereç ve Yöntem	14
2.3. OFDMA-Tabanlı İşbirlikli Sistemlerde Enerji Verimli Kaynak Tahsisi (İş Paketi 1.2)	15
2.3.1. Sistem Modeli	16
2.3.2. Benzetim Sonuçları	20
2.4. SC-FDMA Tabanlı Yukarı Gönderim Sistemler için Kaynak Tahsisi (İş Paketi 1.2)	20
2.5. OFDMA Tabanlı Aşağı Gönderim Sistemlerde Hafıza Paylaşımı (İş Paketi 1.3)	26
2.5.1. Sistem Modeli	26
2.5.2. Benzetim Sonuçları	27
2.6. OFDMA-Tabanlı Çoğa Gönderim Sistemlerde Kaynak Tahsisi (İş Paketi 1.4)	28
2.6.1. Sistem Modeli	29
2.6.2. Benzetim sonuçları	30
2.6.3. Bir kaynak tahsis yönteminin başarımlı analizi (İŞ PAKETİ 1.3)	30
2.7. OFDMA-Tabanlı Röleli Çoğa Gönderim ve Ortak Bilgi Birikimi (İş Paketi 1.4)	32
2.7.1. Sistem Modeli ve Problem Tanımı	33
3. İş Paketi 2: Dik Frekans Bölmeli Çoklu Erişim (OFDMA) Kanallarında Karşılıklı İşbirliği Stratejileri, En İyi Güç ve Alt Taşıyıcı Tahsisi	35
3.1. Giriş ve Genel Bilgiler	35
3.2. Sistem Modeli	45
3.3. İş Paketleri 2.2: İşbirlikçi OFDMA için Kodlama Teknikleri ve Veri Hızları	46
3.3.1. 2-Kullanımlı İşbirlikçi OFDMA Sistemde Kullanıcı Mesajlarının oluşturulması	46

3.3.2.	Altkanal içi işbirlikçi kodlama	47
3.3.3.	Altkanallar arası işbirlikçi kodlama	49
3.4.	İş Paketi 2.3: İşbirlikçi kodlama kullanan sistem için güç eniyilemesi	64
3.4.1.	İzdüşümlü Subgradient Metodu Kullanarak Erişilebilir Veri Hızı Enbüyüklenme	67
3.4.2.	Iterative Achievable Rate Maximization Based on KKT Conditions	68
3.4.3.	Benzetim Sonuçları	75
3.4.3.1.	Erişebilir Veri Hızları	75
3.4.3.2.	Güç Tahsisi	78
3.5.	İş Paketi 2.4:Sabit alt-taşıyıcı tahsisi kullanan işbirlikçi OFDMA sistemi için güç kontrolü, alt-taşıyıcı ve güçlerin birlikte eniyilenmesi.	81
3.6.	İş Paketi 2.5: Çok kullanıcı sistemlerde işbirlikçi ortak seçimi	85
3.6.1.	Sistem Modeli	86
3.6.2.	1-B Doğrusal Dizilimde En İyi Ortak Seçimi	88
3.6.3.	2-B Düzlemde En İyi Ortak Seçimi	89
3.6.3.1.	Kanal Durumundan Bağımsız Kaba Kuvvetle Güç Kontrolü	90
3.6.3.2.	Kanal Durumuna Göre Güç Kontrollü Benzetim	93
3.7.	Sonuçlar	99
4.	İş Paketi 3: Dik Frekans Bölmeli Girişim Kanallarında En İyi Güç ve Alt Taşıyıcı Tahsisi	100
4.1.	Projenin bütünüyle ilgili bilimsel ve teknik gelişmeler	100
4.2.	İş Paketi 3.2	100
4.3.	İş Paketi 3.3	101
4.4.	Gelecek Çalışmalar	103
5.	SONUÇ	104
5.1.	İş Paketi 1	104
5.1.1.	Kazanımlar	104
5.1.2.	Öneriler	104
5.2.	İş Paketi 2	105
5.3.	İş Paketi 3	106
5.3.1.	Kazanımlar	106
5.3.2.	Öneriler	106
	Kaynakça	107

Şekil Listesi

- Şekil 2.1. İletim yöntemleri ve onlara karşılık gelen çerçeve yapıları. (a)Non-Cooperative Relaying with Time Optimization (NCR-TO) (b) Cooperative Relaying (Çöz-İlet (DF) veya Yükselt-İlet (AF)) without Time Optimization (c)Decode and Forward Relaying with Time Optimization (DF-TO) 17
- Şekil 2.2. Önerilen 4 yöntemin enerji harcama başarımlarının röle uzaklığı ile ilişkisi.Hedef kesinti ihtimali 0.01. 16 Kullanıcı ve veri hızı gereksinimi 10Mbps. AF ve DF yöntemleri zaman eniyilemesine gerek duymadıkları için hem daha basittirler hem de işbirlikli olmayan sisteme göre daha iyi başarımları vardır. AF (Yükselt ilet sistemi) hatayı yaymadığı için daha başarılıdır. 21
- Şekil 2.3. Enerji harcaması ile kullanıcı sayısının ilişkisi.Toplam veri hızı gereksinimi 10Mbps. Kaynak röle uzaklığı 1400 metre. Kullanıcı sayısı arttıkça enerji harcaması düşmektedir (çoklu kullanıcı çeşitlemesi). AF yöntemi yine en iyi başarıma sahiptir. 22
- Şekil 2.4. Sadece elastik (veri trafiği) kullanıcılar.Önerilen algoritma optimale sadece 10% uzak.. 25
- Şekil 2.5. 1 ve 3 adet elastik olmayan kullanıcı. 26
- Şekil 2.6. Analitik ifadelerin benzetim sonuçlarıyla uyumu. Toplam hafıza artırılarak değişik uzaklıktaki kullanıcılar için toplam veri hızı grafiği çıkarılmıştır. Bütün durumlarda analitik ve benzetim sonuçları arasında 1%'den az fark vardır. 28
- Şekil 2.7. Kullanıcı sayısı - Çoğa gönderim hızı grafiği 31
- Şekil 2.8. Benzetim ve analiz sonuçlarının karşılaştırılması: $N = 64, 128$ altkanal ve $K = 30, 60$ kullanıcı. 32

Şekil 2.9.	Önerilen algoritmaların başarımları. AP-ASA ve EP-ASA aralarındaki başarımları röle istasyonu ve kullanıcı sayıları arttıkça OP-ASA'ya yakınlamaktadır.	34
Şekil 3.1.	Gauss gürültülü ve sönmölenen işbirlikçi OFDMA kanalı (BAKIM & Kaya, 2011a).	45
Şekil 3.2.	Rayleigh dağılımlı sönmölemeli kanallar için erişilebilir data hızı bölgeleri.	77
Şekil 3.3.	Rayleigh dağılımlı sönmölemeli kanallar için erişilebilir data hızı bölgeleri.	78
Şekil 3.4.	$s_{10}^{(1)}$ ve $s_{20}^{(1)}$ en az ($s_{10}^{(1)} = s_{20}^{(1)} = 0.025$), sabit ve sürekli $s_{12}^{(1)}$ ve $s_{21}^{(1)}$ 'den az iken, güç tahsisinin sonuçları.	79
Şekil 3.5.	$s_{10}^{(1)}$ ve $s_{20}^{(1)}$ en yüksek ($s_{10}^{(1)} = s_{20}^{(1)} = 0.25$), sabit ve sürekli $s_{12}^{(1)}$ ve $s_{21}^{(1)}$ 'den az iken, güç tahsisinin sonuçları.	80
Şekil 3.6.	$s_{10}^{(1)} = s_{20}^{(1)} = 0.15$, sabit ve sürekli $s_{12}^{(1)}$ ve $s_{21}^{(1)}$ 'den az iken, güç tahsisinin sonuçları.	81
Şekil 3.7.	$s_{10}^{(1)} = 0.125$, $s_{20}^{(1)} = 0.175$, sabit ve sürekli $s_{12}^{(1)}$ ve $s_{21}^{(1)}$ 'den az iken, güç tahsisinin sonuçları.	82
Şekil 3.8.	$s_{12}^{(1)}$ ve $s_{21}^{(1)}$ en az (<i>i.e.</i> $s_{12}^{(1)} = s_{21}^{(1)} = 0.26$), sabit ve sürekli $s_{10}^{(1)}$ and $s_{20}^{(1)}$ 'den yüksek iken, güç tahsisinin sonuçları.	83
Şekil 3.9.	$s_{12}^{(1)}$ ve $s_{21}^{(1)}$ en yüksek (<i>i.e.</i> $s_{12}^{(1)} = s_{21}^{(1)} = 0.35$), sabit ve sürekli $s_{10}^{(1)}$ and $s_{20}^{(1)}$ 'den yüksek iken, güç tahsisinin sonuçları.	84
Şekil 3.10.	4 kullanıcılı, doğrusal dizilimli OFDMA sistemi.	88
Şekil 3.11.	2-B düzlemde işbirlikçi ortak seçimi.	90
Şekil 3.12.	4-kullanıcılı OFDMA sistemi çizgesi.	95

Şekil 3.13. 4-kullanıcılı OFDMA sistemi denk çizgesi 95

Şekil 3.14. En verimli eşleşme ve diğer algoritmaların sonuçları. 97

Tablo Listesi

Tablo 3.1.	Kullanıcı Koordinatları	91
Tablo 3.2.	2B Benzetim Sonuçları (R=500)	91
Tablo 3.3.	En İyi Gruplama(1-2 / 3-4) Güç Dağılım Tablosu	91
Tablo 3.4.	Kullanıcı Koordinatları	92
Tablo 3.5.	2B Benzetim Sonuçları (R=500)	92
Tablo 3.6.	En İyi Gruplama(1-4 / 2-3) Güç Dağılım Tablosu	92
Tablo 3.7.	Farklı algoritmaların veri hızları	98
Tablo 3.8.	Algoritmaların verimlilik istatistikleri	98

ÖZET

Projenin konusu Dik Frekans Bölmeli Çoklama (OFDM) kullanan işbirlikli kablosuz çoklu erişim sistemlerinde öz kaynak (güç, altkanal ve röle) tahsisidir. Adanmış röle istasyonları ve/veya diğer kullanıcılar kaynağın ilettiği sinyali tekrarlayarak alıcıdaki veri kalitesini artırmaya yardımcı olabilirler. Böyle bir senaryoda yukarıda bahsedilen özkaynak tahsisi rölesiz duruma göre daha karmaşıktır. Proje bu araştırma alanındaki boşluğu doldurmayı hedeflemiştir. Proje üç ana iş paketine bölünmüştür.

İlk kısımda bir baz istasyonundan çok sayıda alıcıya röle yoluyla yapılan (aşağı gönderim, downlink) iletim ele alınmıştır. Bu kapsamda belli bir kesinti (outage) ihtimalini sağlayan enerji-verimli kaynak tahsisi yapılmıştır. Daha sonra SC-FDMA, OFDMA'nın bir alternatifi olarak farkedilmiş ve bu tekniğin kendine özgü kısıtları dikkate alınarak rölesiz durum için eniyi kaynak tahsisi problemi ele alınmıştır. Proje sırasında ayrıca OFDMA tabanlı teke gönderim ve çoğa gönderim durumları için belli kaynak tahsislerine karşılık gelen asimptotik başarımlar analizleri yapılmıştır. Son olarak işbirlikli röleli çoğa gönderim için güç ve altkanal tahsisi problemi incelenmiştir. Bu iş paketinde kaynak tahsisinde eniyileme tabanlı bir yaklaşım izlenmiştir. Yapılan başarımlar analizlerinde ise olasılık kuramı kullanılmıştır.

İkinci iş paketinde iki ve daha fazla kullanıcının karşılıklı röleleme ve işbirliği yaparak verilerini bir merkeze ilettikleri (yukarı gönderim, uplink) senaryo incelenmiştir. Bu durumda erişilebilir veri hızının analizi yapılmıştır. Bu iş paketinde ayrıca iki ve daha fazla OFDMA kullanıcısı olan durumda en iyi kodlama/kod çözme stratejileri geliştirilmiştir, çok sayıda kullanıcı bulunan sistemlerde en iyi partner seçimi problemi çözülmüştür. Bu konuda çözüm için enformasyon-kuramsal bir yaklaşım izlenmiştir.

Son iş paketinde ise bir OFDMA altkanalının birden fazla kullanıcı tarafından kullanıldığı girişimli kanal ele alınmıştır. Girişim kanalında rölenin ulaşılabilir veri hızını artırdığı gözlemlenmiştir. Son iş paketinde röleli ve OFDMA kullanılan bir girişim kanalında erişilebilir kapasitenin bulunması amaçlanmıştır ve bu konuda ileriki çalışmalarda yol gösterici olabilecek bulgular elde edilmiştir. Problemin çözümünde enformasyon-kuramsal ve eniyileme-tabanlı bir yaklaşım izlenmiştir.

ABSTRACT

In this project resource allocation (power, subchannel, relay etc.) in Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM)-based cooperative multiple access systems is studied. When a source node transmits, dedicated relay stations or ordinary neighbor nodes can relay the signal and improve the data quality at the destination. In such a scenario resource allocation is more complex than the non-relayed case. This project aimed to fill the literature gap in this area. The project is divided into three main work packages.

In the first part downlink cooperative-relayed transmission in a cellular system was addressed. In this context energy efficient resource allocation in the presence of a target outage probability was address. Secondly, resource allocation for a SC-FDMA based noncooperative downlink system was studied. Thirdly, asymptotic performance analysis of some downlink, multiuser unicast and multicast resource allocation schemes were performed. Lastly, optimal resource allocation in an OFDMA-based multiuser, multirelay multicast system was addressed. In the resource allocation problems an optimization approach is followed , while in the performance analyses, a probability theoretical approach is followed.

In the second work package an uplink system , where two or more wireless terminals transmit their data to a center, using cooperation and relaying. For such systems achievable rate was analyzed. In this work package optimal coding/decoding strategies are also developed. An information theoretic approach was followed in these works.

In the last work package systems, where an OFDMA subchannel is used by multiple nodes simultaneously was addressed. In such interference channels it was observed that relays can significantly improve the performance. In this work package in was aimed to find expressions for the achievable rates in OFDMA based interference channels. Some preliminary results were found , that would lead to important future works. In this part, information-theoretic and optimization approaches were taken.

1. GİRİŞ

Projenin konusu Dik Frekans Bölmeli Çoklama (OFDM) kullanan işbirlikli kablosuz çoklu erişim sistemlerinde öz kaynak tahsisidir. OFDM’de geniş-bant bir kanal, çok sayıda dar-bant ve birbirine dik alt taşıyıcıya bölünür. Bu sayede girişim ve çok yönlü sönmülmeden kaynaklanan problemlere karşı direnç sağlanır. OFDM bu özellikleri nedeniyle WiMAX gibi yeni nesil kablosuz iletişim sistemlerinin temelini oluşturmaktadır. Çoklu erişim ortamında taşıyıcıların kullanıcılara paylaştırılması ile OFDM bir çoklu erişim tekniği olarak da kullanılabilir (OFDMA). Farklı frekanslarda olmaları nedeniyle alt taşıyıcılardaki sinyaller farklı sönmülendir. Bu durum alt taşıyıcıların kullanıcılara, eldeki toplam gücün de alt taşıyıcılara akılcı bir şekilde tahsis edilmesini gerektirir. Alt taşıyıcı ve güç tahsisi literatürde yoğun olarak çalışılmış bir konudur. Problem sadece toplam veri kapasitesini eniyilemekten ibaret değildir. Özellikle kentsel alan ağlarında kullanıcı veri hızlarının adil olması ve belli kullanıcıların gecikme ve veri hızı kısıtlarının sağlanması da problemin olası parçalarıdır.

Kablosuz ortamda sinyallerin yayılma özelliği bazı işbirliği fırsatlarını beraberinde getirir. Bu durumda kaynağın ilettiği sinyali duyan diğer cihazlar alıcısındaki veri kalitesini artırmaya yardımcı olabilirler. IEEE 802.16j standardı kentsel kablosuz erişim sistemlerinde kapsama alanı ve veri hızını artırmak amacıyla röle istasyonlarının kullanımı için gerekli bir takım kuralları belirlemektedir. Bu standartta ayrıca baz istasyonu ve röle istasyonuna işbirliği yapma fırsatı da verilmektedir. Böyle bir senaryoda yukarıda bahsedilen bütün hizmet kalitesi, adillik, güç kısıtı, alt taşıyıcı sönmülendirme katsayıları gibi parametrelere röle istasyonu güç kısıtı ve rölenin aynı anda veri iletim alamaması gibi kısıtlar da eklenir. Hatta kullanıcı röle eslemesinin kanala uyarlamalı olarak değiştiği, işbirliği stratejilerinin (yükselt-ilet, çöz-ilet, sıkıştır-ilet vb.) kanal, röle ve kullanıcıya göre değiştiği senaryolar da gelecekte mümkün olabilir. Literatürde bu problemi bu kapsamda çözen çalışma yoktur. İş paketi-1 bu alandaki boşlukları doldurmayı hedefledi. Bu problemlerin çözümünde eniyileme-tabanlı ve bilgi-kuramsal yaklaşımlar izlenmiştir. Önerilen algoritmaların, protokollerin başarımları, benzetim çalışmalarıyla test edilmiştir. Diğer yandan bazı kanal tahsis algoritmalarının veri hızı başarımları analitik tekniklerle incelenmiştir ve bu analitik sonuçların doğruluğu yine benzetim yoluyla test edilmiştir. İş Paketi 1 kapsamında yapılan çalışmaları ve elde edilen bulguları Bölüm 2 ’de inceleyebilirsiniz.

İşbirlikli iletişim için adanmış röle istasyonları şart değildir. Sıradan kablosuz cihazlar da hem kendi ürettikleri paketleri iletim, hem de başka iletimler için işbirliğine gide-

bilirler. Böyle bir işbirliği yukarı gönderim (uplink) hücrel iletişiminde, sensör ağlarında, kablosuz yerel alan ağlarında, taktik alan ağlarında kullanılabilir. Üstelik sadece iki değil, ikiden fazla kullanıcının da aynı anda işbirliğine girmesi mümkündür. OFDMA kullanımında alt taşıyıcıların sinyalleri dikleştirdiği göz önünde bulundurulduğunda erişilebilir toplam hızı eniyileyen alt taşıyıcı ve güç dağılımları henüz çözülmüş problemler değildir ve bu projede bu konuda önemli bulgular elde edilmiştir. İki veya daha fazla kullanıcı işbirlikli OFDM sistemlerinde erişilebilir veri hızı bölgesi çıkarılmıştır. Bu projede ayrıca iki ve daha fazla kullanıcı durumunda OFDMA için en iyi kodlama/kod çözme stratejileri de geliştirilmiştir. Bu konuda çözüm için enformasyon-kuramsal bir yaklaşım izlenmiştir. Çok kullanıcı sistemlerde en iyi işbirlikçi ortak seçimini gerçekleştiren algoritmalar tasarlanmıştır. Bu konudaki bulgular Bölüm 3'te bulunabilir.

Literatürde OFDM-tabanlı kaynak tahsisinde genelde bir kanal tek bir kullanıcıya tahsis edilmiştir. Bu merkezi bir kontrol mekanizması gerektirir. Özellikle dağıtık sistemlerde bu mümkün değildir ve aynı kanalı birden fazla kişi paylaşır. Girişimin çok güçlü olmadığı durum için bugüne kadar yapılan çalışmalar sınırlıdır, fakat son dönemde umut verici gelişmeler olmuştur. Girişim kanalında rölenin ulaşılabilir veri hızını artırdığı gözlemlenmiştir. Bu projede röleli ve OFDMA kullanılan bir girişim kanalında erişilebilir kapasitenin bulunması hedeflenmiştir. Bu büyük problemin çözümünde yol gösterici olabilecek ön sonuçlar bulunmuştur. İki alıcılı röleli girişim kanalında veri hızını enbüyükleyen kaynak aktarımı problemi çözülmüştür. Ayrıca güç kısıtı altında röleli girişim kanalındaki kesintiyi en küçükleyen güç tahsisi bulunmuştur. Bu konudaki bulguları Bölüm 4'te bulabilirsiniz.

Projenin temel katkıları arasında hem kuramsal katkılar hem de pratiğe yönelik katkılar vardır. Bir taraftan güncel teknolojilerle (ör. IEEE 802.16j, LTE) alakalı çözümler önerilirken, diğer yandan karşılıklı ve çoklu işbirliği, röleli girişim kanalları konusunda kuramsal sonuçlara varmıştır. Proje ekibi üç araştırmacıdan oluşmuştur. Proje bu üç araştırmacı arasında, adanmış röleli sistemlerde hizmet kalitesi tabanlı öz kaynak tahsisi, çok kullanıcı çoklu işbirlikli sistemlerde kapasite bölgeleri ve buna erişen öz kaynak tahsisi ve çok kanallı girişimli kanalların kuramsal analizi ve öz kaynak tahsisi olarak üç parçaya bölünmüştür.

Projemizde bir adet tam zamanlı doktora öğrencisi (bir sene boyunca), bir adet tam zamanlı yüksek lisans öğrencisi (iki sene boyunca) ve 1 adet yarı zamanlı doktora öğrencisi (bir buçuk sene boyunca) çalışmıştır. Öğrenci bulmakta zorlansak ve bazı hedeflerimizde istenen noktalar ulaşmasak da proje kapsamında genel toplamda 9 adet yayınlanan, 1

adet gönderilen konferans bildirisi ve 1 adet kabul edilen, 4 adet gönderilen dergi makalesi projenin oldukça verimli geçtiğini ve faydalı olduğunu göstermektedir. Proje kapsamında bir doktora tezi tamamlanmıştır, ayrıca iki bursiyer de yüksek lisans derecelerini alacaktır.

Bundan sonraki rapor bölümlerinde her bir iş paketi kapsamında gerçekleşen çalışmaları ve elde edilen bulguları anlatacağız.

2. İş Paketi 1: OFDMA Tabanlı Çok Röleli Çok kullanıcıli İşbirlikli Sistemlerde Hizmet Kalitesi Tabanlı Özkaynak Tahsisi

2.1. Giriş ve Genel Bilgiler

Bu iş paketinde bir baz istasyonundan çok sayıda kullanıcıya yapılan OFDMA tabanlı iletim üzerinde çalışılmıştır. Bu iş paketi proje önerisinde 5 adet alt iş paketine ayrılmıştı. Öncelikle bu alt iş paketlerinde neler yapıldığını kısaca özetleyelim:

- I.P. 1.1 Yüksek Lisans (Y.L.) öğrencisi bulunması ve eğitimi: Mayıs 2009'da (Proje başladıktan 2 ay sonra) Fatma İrem Sökmen adlı yüksek lisans öğrencisi tam zamanlı bursiyer olarak başladı. Kendisinin bursiyerliği Nisan 2011 sonunda endüstride iş bulmasıyla son buldu. Bu proje kapsamında beraber yaptığımız çalışmalarla Yüksek Lisans Tezini tamamladı.

- I.P. 1.2 Çok kullanıcıli bir sistem için hizmet kalitesi tabanlı adil güç, alt taşıyıcı ve zaman tahsis algoritmaları

İlk olarak bir kaynak , bir röle ve çok alıcılı bir sistem ele alındı. Baz istasyonu sadece kanalların ortalama değerlerini bilmekteydi. Bu durumda belli bir kesinti ihtimalini (Outage Prob.) geçmeyecek şekilde minimum güçle iletim yapmak için her kullanıcıya tahsis edilecek kanal sayısı ve iletim gücü miktarı eniyilendi. Bu çalışma sonucu (SÖKMEN & Girici, 2010b) konferans bildirisi çıktı ve 10 kadar MAC Track bildirisi içinde en iyi bildiri ödülü aldı.

Proje sürecinde yaptığımız okumalar sonucunda OFDM'in bir alternatifi olan Tek Taşıyıcıli FDMA (SC-FDMA) tekniğini farkettilik. Bu teknikten yüksek başarımlı sağlanabilmesi için birtakım kaynak tahsis kısıtlarına uyulması gerektiğini öğrendik ve bu kısıtları içeren ve değişik başarımlı kriterlerini amaçlayan (minimum güç harcanması, veri hızı kısıtlarına uygulanması, toplam veri hızının enbüyüklenmesi gibi) problemler kurarak çözdük. Sonuç olarak bu çalışma (SÖKMEN & Girici, 2010c) bildirisinde yayınlandı.

- I.P. 1.3 Belli röle stratejileri ve alt kanal tahsis algoritmaları için veri hızı ve kuyruk-kuramsal analiz.

Haberleşme Kuramında genellikle iki yaklaşım vardır 1) Bir haberleşme sisteminde en yüksek başarımlı sağlayan tekniği bulmak (eniyileme) 2) Belli bir tekniğin başarımlı analizini matematiksel olarak yapmak. Bu iş paketinde bu ikinci yaklaşım izlendi. Sıra İstatistiği (Order Statistics) ve Uç Değer Kuramı (Extreme Value Theory) gibi teknikler kullanılarak bir baz istasyonunun çok sayıda kullanıcıya iletim yaptığı işbirliksiz durumların analizi

yapıldı. Bu kapsamda (GİRİCİ et al., 2010) ve (SÖKMEN & Girici, 2011) bildirimleri yayınlandı. Bu konularda henüz işbirlikli sistem analizine geçilemedi.

- I.P. 1.4 İşbirlikli Çoğa Gönderim

Burada bir baz istasyonundan çok sayıda kullanıcıya röleler yardımıyla yayın yapılan durum incelenmiştir. Baz istasyonu ve röleler oransız kodlar kullanmaktadır. Bu durumda toplam enerji harcamasını enküçükleyen altkanal ve güç tahsisi işlemiştir. Yapılan çalışmalar bir dergi makalesi haline getirilerek (GİRİCİ, 2011) değerlendirmeye gönderilmiştir. Bu konuda proje bittikten sonra da çalışmaya devam edilecektir.

- I.P. 1.5 Kanala ve trafige uyarlamalı röle ve işbirliği stratejisi seçimi algoritması:

Bu kısımda kaynak tahsis problemini en geniş kapsamda ele almayı amaçlamıştık, ancak, önceki iş paketlerinden dolayı zamanın yeterli olmaması, yeterli ilginçlikte bir problem bulunamaması veya bulunanların zamanında çözülememesi gibi nedenlerle bir sonuç alamadık.

2.2. Gereç ve Yöntem

Daha evvel bahsettiğimiz gibi, bu projede genel olarak iki tür yaklaşımımız vardır 1) Eniyileme 2) Matematiksel Başarım Analizi. Kaynak tahsis problemleri doğal olarak eniyileme problemleri olarak formüle edilir. Bu problemler genellikle doğrusal programlama, koveks programlama veya tamsayı programlama problemleri olarak modellenilebilir. Bizim problemlerimizin büyük bir kısmı konveks ve tamsayı programlamadır. Konveks programlama için Lagrange çarpanları ve Kuhn-Tucker şartları kullanılabilir. Eğer kısıtlar eşitlik olarak sağlanmayabiliyorsa Kuhn Tucker şartlarını kullanmak zorlaşır. Bu durumda Interior Point (İç nokta) yöntemleri kullanılabilir. MATLAB’da bu metodu uygulayan bir fonksiyon olsa da kullanmaya kalktığımızda kısıtları sağlamayan çözümler önerdiği görülmüştür, bu nedenle bu yöntemleri MATLAB’da kendimiz kodladık.

OFDM’de genelde bir kanal bir kullanıcıya veya röleye ya verilir ya da verilmez. Dolayısıyla burada karar değişkeni bir ikili tamsayıdır (0,1). Belli özel durumlar dışında bu türdeki problemleri çözmek çok zordur. MATLAB’daki bintprog fonksiyonu bu konuda işimize yaramaktadır. Çalışma tarzını genellikle bulduğumuz algoritmaları eniyi çözümlerle benzetimler yoluyla karşılaştırmak olmuştur

Başarım analizi yaptığımız durumlarda olasılık ve istatistik kuramına ihtiyacımız oldu. Belli bir sayıdaki düğümden en iyi kanal sahip olanın kanal kazancı, veya belli sayıda düğümden en kötü L. kanal değerine sahip olanın kanal kazancı gibi değerleri Sıra İstatis-

tiği (Order Statistics) ve Uç Değer Teoremi (Extreme Value Theorem) kullanarak analiz ettik ve ortalama, değışinti gibi özelliklerini bulduk. Bulduğumuz sonuçların doğruluğunu benzetimlerle test ettik.

Proje boyunca bir Yüksek Lisans Öğrencisi yetiştirdiğimiz için pedagojik açıdan basitten karmaşığa gitmek gerekiyordu. Örneğin, tek röleli sistem, 3 düğümlü sistem, işbiriksiz sistem gibi basit hallerden başladık. Sonradan bunları karmaşığa doğru götürme şansımız pek olmadı. Yürütücü olarak kişisel gayretle daha karmaşık bir sistemi üzerinde bir makale yazıldı.

Raporun bu bölümünün geri kalanında proje **bulgularından** *yayın bazında* bahsedeceğiz.

2.3. OFDMA-Tabanlı İşbirlikli Sistemlerde Enerji Verimli Kaynak Tahsisi (İş Paketi 1.2)

Bu çalışmada bir kaynaktan çok sayıda alıcıya , bir röle yardımıyla yapılan iletimi işledik. Röleler kapsama alanını, veri hızını ve enerji verimliliğini geliştirmek amacıyla konuşlandırılmaktadır. Rölenin uzaktaki düğümler için kaynaktan gelen sinyalleri güçlendirmesinin yanısıra alıcılar hem kaynaktan hem de röleden gelen sinyalleri birleştirerek sinyal/gürültü oranını artırılar (PABST et al., 2004). Bu çalışmada Yükselt-İlet (AF) ve Çöz-İlet (DF) (LANEMAN et al., 2004) teknikleri dikkate alınmıştır. Birinci teknikte röle aldığı sinyali güçlendirerek iletir (bu sırada gürültü de güçlenir). İkincide ise röle duyduğu mesajı önce çözer, sonra tekrar kodlayıp gönderir (Buralda hata yayılımı olabilir). Röleler maliyeti azatmak amacıyla basit olmalıdırlar ve bu nedenle aynı anda alım ve iletim yapamazlar. Bu nedenle iletim süresi ikiye ayrılır. Birinci altçerçevede kaynak ve ikinci alt çerçevede röle(ler) iletim yapar. Alıcılar iki zaman diliminde yapılan iletimi de duyabilirler. Kaynak ve rölenin sinyallerinin birleştirilebilmesi için iki zaman diliminin eşit ve gönderilen sinyallerin aynı kipleme ve kodlama ile kodlanmış olması gerekir (LANEMAN et al., 2004).

OFDMA Tabanlı kaynak tahsisi konusunda daha evvel yapılan çalışmalardan (SÖKMEN & Girici, 2010b) bildirimizde bahsedilmiştir. Bu çalışmalarda genelde veri hızını maksimize etmek amaçlanmıştır. Ayrıca kanal durumunun tamamen bilindiği gibi çok da gerçekçi olmayan bir varsayım yapılmıştır. Özellikle rölelerin de olduğu durumda, rölelerden kullanıcılara olan kanal durumu da baz istasyonuna iletilmelidir, ki bu daha fazla veri yükü yaratır. Anlık kanal durumunun aksine ortalama kanal durumu çok daha

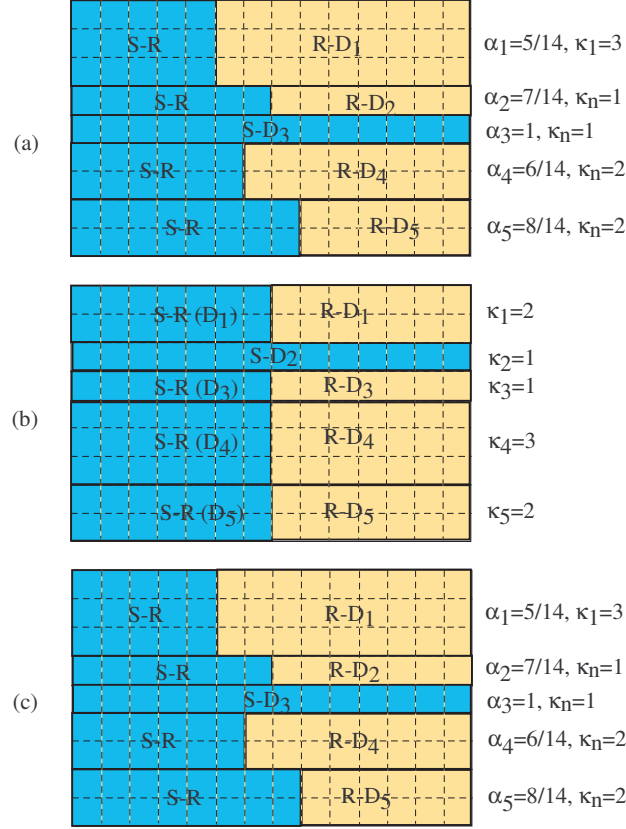
yavaş değişir ve bunun kaynak tarafından bilinmesi daha makuldür. Bu durumda kaynakta sadece yavaş değişen yol kaybı ve gölgelemeden kaynaklanan kanal durumu bilgisi olacaktır ve her altkanalda ve zamanda değişen Rayleigh sönümlenmesi bilgisi olmayacaktır. Bu nedenle bütün altkanallardaki kanal zayıflaması kaynaktan bakıldığında eşit değerde olacaktır. Kaynak tahsisi problemi bu durumda basitleşmektedir. Yalnız bu durumda kaynak tahsisi kararları bir belirsizlik altında verilmektedir. Verilen bir iletim gücü ve kipleme/kodlama için bir kesinti ihtimali tanımlanmaktadır. Bu ihtimal anlık SNR değerinin hatasız alım için gereken değer altına düşme ihtimalidir (LANEMAN et al., 2004).

2.3.1. Sistem Modeli

Sistem modeli şöyle özetlenebilir. Toplam K adet kanal olsun ve her kullanıcı için kesinti ihtimalinin P_{out} 'u aşmaması hedeflensin. n numaralı kullanıcıya aktarılan kanal sayısı κ_n olsun ve bu kanallardan herhangi birinde kesinti olması kullanıcı açısından kesinti anlamına gelsin. Bu durumda kanal kesinti ihtimalinin $P_{out}^{s,n} = 1 - (1 - P_{out}^{1/\kappa_n})$ 'i aşmaması gerekir. g_n^{SD} , g_n^{SR} , g_n^{RD} n numaralı kullanıcı için kaynak-alıcı, kaynak-röle ve röle-alıcı kanallarının değişmeyen kısımlarıdır, ve kaynak bu bilgilere sahiptir. $h_{n,k}^{SD}$, h_k^{SR} , $h_{n,k}^{RD}$ ise aynı kanallardaki k numaralı altkanalın sönümlenme bilgisidir, ve üssel dağılımlıdır. Kaynak bu bilgiye sahip değildir.

Dikkate aldığımız iletim yöntemleri aşağıdakilerdir (Şekil 2.1):

- a) Non-Cooperative Relaying with Time Optimization (NCR-TO): İlk altçerçevede kaynak, ikinci alt çerçevede ise röle iletim yapar. Burada alıcının kaynak ve röleden gelen sinyalleri birleştirme gibi bir fonksiyonu yoktur. Kanal kazançlarına göre kaynak ve rölenin süreleri uyarlanabilir. Başarı sağlanması için hem röle hem de kullanıcının sinyali doğru çözmesi gerekir. Burada şunu not etmeliyiz, her altkanal için farklı altçerçeve süreleri olması gerçekte mümkün olmayabilir veya zor olabilir. Fakat burada amacımız zamanı eniyileyerek ulaşılabilecek başarımlar konusunda bir üst limit bulmaktır. Benzetimler sonucunda zaman eniyilemesi yapılmayan AF ve DF yöntemlerinin daha iyi sonuç verdiğini göreceğiz. Konveks optimizasyon teknikleri kullanarak (yani kesinti ihtimali ifadesinin kaynak ve röle enerjilerine göre türevi alınarak) en az enerji harcamasını aşağıdaki gibi



Şekil 2.1. İletim yöntemleri ve onlara karşılık gelen çerçeve yapıları. (a) Non-Cooperative Relaying with Time Optimization (NCR-TO) (b) Cooperative Relaying (Çöz-İlet (DF) veya Yükselt-İlet (AF)) without Time Optimization (c) Decode and Forward Relaying with Time Optimization (DF-TO)

bulduk (SÖKMEN & Girici, 2010b)

$$e_n^{relay}(\kappa_n, \alpha_n) = e_n^{SR}(\kappa_n, \alpha_n) + e_n^{RD}(\kappa_n, \alpha_n) = \frac{\left(\sqrt{\frac{e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n)}{g_n^{SR}}} + \sqrt{\frac{e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n)}{g_n^{RD}}} \right)^2}{-\ln(1 - P_{out}^s(\kappa_n))} \quad (2.1)$$

$$e_n^{SR}(\kappa_n, \alpha_n) = \frac{\frac{e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n)}{g_n^{SR}} + \sqrt{\frac{e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n)e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n)}{g_n^{SR}g_n^{RD}}}}{-\ln(1 - P_{out}^s(\kappa_n))} \quad (2.2)$$

$$e_n^{RD}(\kappa_n, \alpha_n) = \frac{\frac{e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n)}{g_n^{RD}} + \sqrt{\frac{e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n)e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n)}{g_n^{SR}g_n^{RD}}}}{-\ln(1 - P_{out}^s(\kappa_n))} \quad (2.3)$$

Burada gerekli olan bazı tanımlar şöyledir: $e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n) = \alpha_n T_f \kappa_n N_0 W_s \left(2^{\frac{R_n}{\kappa_n W_s T_f \alpha_n}} - 1 \right)$,

$e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n) = (1 - \alpha_n)T_f\kappa_n N_o W_s \left(2^{\frac{R_n}{\kappa_n W_s T_f (1 - \alpha_n)}} - 1 \right)$ Buradaki α_n , 0 ile 1 arasındadır ve kaynağın T_f süreli çerçevenin ne kadarını kullandığını belirler (Röle de $1 - \alpha_n$ kadarını kullanır). α_n değeri optimize edilmelidir.

- b) Decode and Forward based Relaying (DF): Burada alıcı birinci periyotta kaynağın, ikinci periyotta ise rölenin ilettiği sinyalleri birleştirebilir. Bu nedenle birinci ve ikinci altçerçeve eşit uzunlukta olmalıdır. Başarı sağlanması için hem röle hem de kullanıcının sinyali doğru çözmesi gerekir. Burada optimal enerji harcaması aşağıdaki iki denklemin çözümüdür.

$$(1 + e_n^{RD} \frac{2g_n^{SD} g_n^{RD}}{e_n^0(\kappa_n) g^{SR}}) e_n^{RD} = e_n^{SR} \quad (2.4)$$

$$P_{out}^s(\kappa_n) \frac{2g_n^{SD} g_n^{RD}}{e_n^0(\kappa_n) g^{SR}} (e_n^{RD})^3 + P_{out}^s(\kappa_n) (e_n^{RD})^2 - \frac{e_n^0(\kappa_n)}{g^{SR}} e_n^{RD} - \frac{(e_n^0(\kappa_n))^2}{2g_n^{SD} g_n^{RD}} = 0 \quad (2.5)$$

- c) Amplify and Forward Based Relaying (AF): Burada DF'den farklı olarak röle aldığı sinyali çözmeden iletir. Başarı için sadece kullanıcının sinyali doğru çözmesi yeterlidir. Yapılan analiz sonucunda aşağıdaki minimum enerji harcaması değerleri bulunmuştur ($e_n^0(\kappa_n) = 0.5T_f\kappa_n N_o W_s \left(2^{\frac{2R_n}{W_s T_f \kappa_n}} - 1 \right)$)

$$e_n^{RD} = \frac{1}{g_n^{RD}} \sqrt{\frac{g^{SR} e_n^0(\kappa_n)^2}{2g_n^{SD} P_{out}^s(\kappa_n)}} \times \sqrt{\frac{1}{16} \left(\sqrt{1 + \frac{8g_n^{RD}}{g^{SR}}} - 1 \right) \left(\sqrt{1 + \frac{8g_n^{RD}}{g^{SR}}} + 3 \right)} \quad (2.6)$$

$$e_n^{SR} = \frac{1}{g^{SR}} \sqrt{\frac{g^{SR} e_n^0(\kappa_n)^2}{2g_n^{SD} P_{out}^s(\kappa_n)}} \times \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \frac{8g_n^{RD}}{g^{SR}}} + 3}{\sqrt{1 + \frac{8g_n^{RD}}{g^{SR}}} - 1}} \quad (2.7)$$

- d) Decode and Forward with Time Optimization (DF-TO): Birinci periyotta kaynak iletir fakat alıcı sinyali çözmez. İkinci periyotta röle ve kaynak eşzamanlı olarak iletim yapar ve alıcı bu iki sinyali birleştirir. Böylece bu iki periyodun süreleri kanala uyarlanabilir. Minimum enerji harcaması yaklaşık olarak aşağıdaki iki denklemin çözümüdür ($e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n) = \alpha_n T_f \kappa_n N_o W_s \left(2^{\frac{R_n}{W_s T_f \kappa_n \alpha_n}} - 1 \right)$ ve $e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n) = (1 - \alpha_n) T_f \kappa_n N_o W_s \left(2^{\frac{R_n}{W_s T_f \kappa_n (1 - \alpha_n)}} - 1 \right)$).

$$e_n^{SR} = \sqrt{\frac{2e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n)g_n^{SD}g_n^{RD}}{(e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n))^2g^{SR}}}(e_n^{RD})^{3/2} \quad (2.8)$$

$$P_{out}^s(\kappa_n)e_n^{SR}(e_n^{RD})^2 = \frac{e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n)(e_n^{RD})^2}{g^{SR}} + \frac{(e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n))^2e_n^{SR}}{2g_n^{SD}g_n^{RD}} \quad (2.9)$$

Yukarıda bulunan bütün denklemler yaklaşık değerlerdir, ancak bu değerler hedefimiz olan düşük kesinti ihtimali durumunda gerçeğe çok yakındır. Ayrıca bazı durumlarda direkt iletim röleli iletimden daha başarılıdır, bu durumda direkt iletim seçilir. Detaylar (SÖKMEN & Girici, 2010b)'da bulunabilir.

Yukarıdaki analizde κ_n değerlerinin (yani n numaralı kullanıcıya ayrılmış kanal sayısının) verildiği kabul edilmiştir. Aşağıda bu değerlerin nasıl bulunacağı ile ilgili bir çözüm önerdik. Bu algoritmaya göre öncelikle her kullanıcıya birer altkanal verilir. Daha sonra bir kanal daha aldığında enerji harcamasını en fazla düşürecek kullanıcıya bir kanal daha verilir. Aşağıda ayrıca optimal kanal tahsisi çözümü de verilmiştir.

Eniyi Kanal Tahsisi: Kullanıcı n için şu fiyat fonksiyonunu tanımlayalım $\mathbf{c}_n = [e_n^*(1), e_n^*(2), \dots, e_n^*(K)]$, ve burada $e_n^*(k)$ ise kullanıcı n 'ye k adet altkanal aktarıldığındaki gereken en az enerji harcaması olsun. Bu enerji değerleri (SÖKMEN & Girici, 2010b) makalesindeki analizler ile bulunur. Böylece genel fiyat vektörünü $\mathbf{c} = [\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_N]$ şeklinde NK uzunluklu bir vektör olarak tanımlayalım. Kullanıcı n için kanal tahsis vektörü şöyle tanımlanır: $\mathbf{x}_n = [x_{n,1}, x_{n,2}, \dots, x_{n,K}]$, ki burada $x_{n,k}$ 'nin 1 olması için n 'ye k adet altkanal aktarılması gerekir, yoksa 0 olur. \mathbf{x}_n vektörünün aynı sadece bir hanesi 1 olabilir. Genel tahsis vektörü $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N]$ olarak tanımlanır. Eniyilemenin amacı $\mathbf{c}\mathbf{x}^T$ değerini enbüyüklemektir. İki temel kısıt vardır 1) Toplam tahsis edilen kanal sayısı K 'dan küçüğeşit olmalı, 2) Her kullanıcı için 1'den K 'ya kadar bir altkanal sayısı seçilme-lidir. Ayrıca $\mathbf{1}_K$, ve $\mathbf{0}_K$ sırasıyla birler ve sıfırlardan oluşan K uzunluklu vektörler olsun. Problem şu şekilde tanımlanır.

$$\max_{\mathbf{x}} \mathbf{c}\mathbf{x}^T \quad (2.10)$$

s.t.

$$[1, 2, \dots, K, 1, 2, \dots, K, \dots, 1, 2, \dots, K] \mathbf{x}^T \leq K \quad (2.11)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1}_K & \mathbf{0}_K & \cdots & \mathbf{0}_K \\ \mathbf{0}_K & \mathbf{1}_K & \mathbf{0}_K & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \mathbf{0}_K & \cdots & \mathbf{0}_K & \mathbf{1}_K \end{bmatrix} \mathbf{x}^T = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

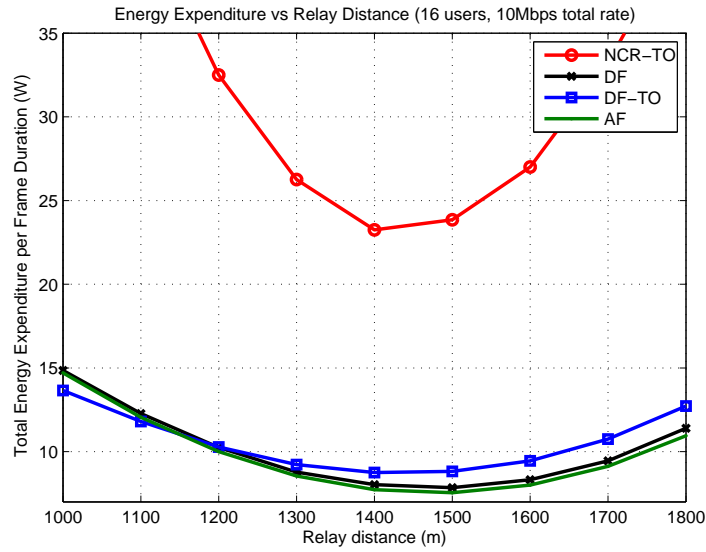
Eşitsizlik (2.11) toplam altkanal sayısının K değerini geçmemesini sağlar (Sol tarafta NK uzunluklu bir vektör var). Matris (2.12) ise N satır ve NK sütuna sahiptir. Her kullanıcı için sadece bir rakam (altkanal sayısı) seçilmesini sağlar. Sonuç olarak bu problem standart bir ikili tamsayı programlama problemidir ve MATLAB `binprog` fonksiyonu ile çözülür. Bizim amacımız daha önce önerdiğimiz (her seferinde enerji harcamasını en fazla azaltan tahsis) başarımını test etmektir. İki yöntemin başarımı neredeyse aynıdır.

2.3.2. Benzetim Sonuçları

Yapılan benzetimler (SÖKMEN & Girici, 2010a) sonucunda AF yönteminin DF ile beraber en iyi yöntem olduğu ve işbirlikli çeşitlemenin başarımı ciddi şekilde arttırdığı anlaşılmıştır. Zaman eniyilemeli ama işbiriksiz olan yöntem başarısız olmuştur. Başarım karakteristiği 2.2 ve 2.3 Şekillerinde görülebilir.

2.4. SC-FDMA Tabanlı Yukarı Gönderim Sistemler için Kaynak Tahsisi (İş Paketi 1.2)

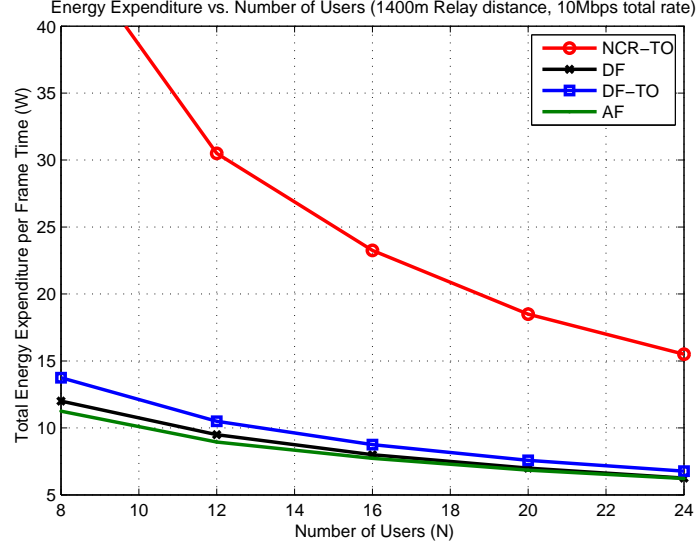
Günümüz literatüründe çok kullanıcı ve çok kanallı iletişim sistemlerinde kanal tahsisi problemi genellikle OFDM varsayımı ile ele alınmaktadır. OFDM WiMax, LTE gibi yeni nesil kablosuz erişim sistemlerinin fiziksel katman teknolojisidir (EKSTRÖM et al., 2006). Fakat yakın dönemde en az OFDM kadar üzerinde düşünülen bir teknoloji de tek taşıyıcı frekans bölümlü çoklu erişim (SC-FDMA) teknolojisidir. OFDM'de alt kanallar paralel olarak iletilirken SC-FDMA'de seri olarak iletilir. Tek Taşıyıcı Frekans Bölmeli Çoklu Erişim (Single Carrier Frequency Division Multiple Access) OFDMA'den farklı olarak semboller öncelikle DFT kullanılarak frekans alanında N altkanala yayılırlar. Daha sonra bu N altkanal bilgisi M altkanal içerisinde ($M > N$) bir yere yerleştirilir. Daha sonra bu M taşıyıcılık frekans alanı sinyaline IDFT uygulanarak zaman alanına çevrilir ve her zaman diliminde bir zaman alanı sembolü gönderilir (seri iletim) SC-FDMA ile OFDM benzer veri hızı performansına ve karmaşıklığa sahiptir, fakat seri iletim sayesinde tepe-ortalama güç oranı (peak to average power ratio - PAPR) problemine daha az maruz



Şekil 2.2. Önerilen 4 yöntemin enerji harcama başarımlarının röle uzaklığı ile ilişkisi. Hedef kesinti ihtimali 0.01. 16 Kullanıcı ve veri hızı gereksinimi 10Mbps. AF ve DF yöntemleri zaman eniyilemesine gerek duymadıkları için hem daha basittirler hem de işbirlikli olmayan sisteme göre daha iyi başarımları vardır. AF (Yükselt ilet sistemi) hatayı yaymadığı için daha başarılıdır.

kalır. Diğer yandan SC-FDMA alıcılarında yüksek frekans yüzünden ciddi bir semboller arası girişim (Intersymbol Interference - ISI) problemi vardır; bu da frekans alanında eşitleme (equalization) ile çözülür. SC-FDMA sayesinde mobil vericilerde PAPR problemi çözmek için gereken karmaşık yapılara gerek kalmaz, ISI problemi ise baz istasyonunda çözülebilir. Kısacası, bu teknik uplink'te yani mobil cihazlardan baz istasyonuna olan iletimde faydalıdır ve nitekim LTE'de tercih edilmektedir.

Bu çalışma kapsamında PAPR ve ISI gibi fiziksel katman kavramlarından ziyade kaynak tahsisi, hizmet kalitesi gibi ortama erişim ve ağ katmanı kavramları ile ilgilenmekteyiz. SC-FDMA, kaynak tahsisi açısından iki önemli kısıtlama getirir, 1) Bir altkanal sadece bir kullanıcıya tahsis edilebilir (Bu OFDMA'de de vardır) 2) Bir kullanıcıya birden fazla alt kanal verilirse bunlar frekans alanında yan yana olan kanallar olmalıdır (WONG et al., 2009). Ayrıca kullanıcılardan baz istasyonuna (uplink) iletimde her kullanıcının ayrı güç kısıtı vardır. Çevre hücrelere girişimin sınırlandırılması için toplam güç kısıtı ve PAPR'ı azaltmak için kullanıcı kanalı başına eşit güç sınırlaması getirilebilir. Bu konuda (WONG et al., 2009) makalesinde ağırlıklı toplam veri hızını eniyileyen bir kaynak tahsis tekniği bulunmuştur.



Şekil 2.3. Enerji harcaması ile kullanıcı sayısının ilişkisi. Toplam veri hızı gereksinimi 10Mbps. Kaynak röle uzaklığı 1400 metre. Kullanıcı sayısı arttıkça enerji harcaması düşmektedir (çoklu kullanıcı çeşitlemesi). AF yöntemi yine en iyi başarıma sahiptir.

Bir k kullanıcıya \mathcal{K}_m alt kanal kümesi verilirse aşağıdaki veri hızına sahip olur.

$$R_{m,\mathcal{K}_m} = w_m \sum_{k \in \mathcal{K}_m} W_s \log_2 \left(1 + \min \left(\frac{P^u}{|\mathcal{K}_m|}, P^s \right) \frac{h_{m,k}}{N_o W_s} \right), k \in \mathcal{K}_m \quad (2.13)$$

Burada P^u kullanıcı güç kısıtı, P^s alt kanal güç kısıtı, W_s altkanal bant genişliği, N_o gürültü gücünün izgesel yoğunluğu ve $h_{m,k}$ ise k kullanıcısının m kanalındaki kanal kazancıdır.

Yukarıda bahsedilen N taşıyıcılık gruba chunk adı verilir. Yani toplamda $KN/N=K$ adet chunk vardır. OFDMA’de bir kullanıcıya K adet chunk’tan 2^K değişik tahsis yapılabilecekken SC-FDMA’de bu sayı $C = \frac{1}{2}K^2 + \frac{1}{2}K + 1$ olur. Mesela $K=4$ için aşağıdaki matris tanımlanabilir (Bu matris bütün kullanıcılar için aynıdır).

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \forall m \in \mathcal{M}$$

Bu matris bütün kanal tahsis örüntülerini içerir. MC boyutlu bir kaynak tahsis vektörü $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_M]^T$ ($\mathbf{x}_m = [x_{m,1}, \dots, x_{m,C}]^T$) şeklinde tanımlanır. Bu vektörün bir elemanının 1 olması, ona karşılık gelen kanalın ona karşılık gelen kullanıcıya tahsis edildiğini

ifade eder. \mathbf{x} vektörü ile aynı boyda olan bir \mathbf{r} vektörü tanımlanır ve bu vektörde de karşılık gelen kanal tahsisi durumunda ağırlıklı veri hızının ne olacağı ifade edilir.

Eniyileme problemi şöyle tanımlanmıştır:

$$\max_x \mathbf{r}^T \mathbf{x} \quad (2.14)$$

Kısıtlar

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{1}_{M+K}, x_j \in \{0, 1\}, \forall j \quad (2.15)$$

şeklinde. Burada $\mathbf{1}_{M+K}$, $M + K$ -uzunluklu bir sütun vektörüdür. \mathbf{A} matrisi aşağıdaki gibidir:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \dots & \mathbf{A}_M \\ \mathbf{1}_C^T & \dots & \mathbf{0}_C^T \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_C^T & \dots & \mathbf{1}_C^T \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Burada $\mathbf{1}_C^T$ 1'lerden oluşan C uzunluklu bir satır vektörüdür. Yukarıdaki kısıtlara uyulduğu zaman her kanal en fazla bir kullanıcıya verilir ve bir kullanıcı kanal tahsis örüntülerinden mutlaka ve sadece birini seçer. Bu problem MATLAB'daki bintprog fonksiyonu ile çözülebilir (WONG et al., 2009).

Bu dönem yaptığımız çalışmada bu problem formülasyonunu değişik problemlere uyguladık ve bu problemler için eniyiye çok yakın performanslı algoritmalar bulduk. Yaptığımız çalışma European Wireless 2010 konferansında sunuldu. Çalışmada aşağıdaki problemler işlendi:

- a) Hız kısıtlarının minimum kanal ile sağlanması: Burada amaç eldeki kanalların en azını kullanarak kullanıcıların hız kısıtlarının sağlanmasıdır. Burada orijinal problemdeki \mathbf{r} vektörünün yerine kanal masrafını ifade eden \mathbf{s} tanımlanır. Bir örüntü bir kullanıcının hız

kısıtını karşılayamıyorsa sonsuz masraf yazılır. Hız kısıtı karşılanıyorsa o zaman o örüntüdeki kanal sayısı (A_m matrisinin ilgili sütunundaki 1'lerin sayısı) kadar masraf yazılır.

- b) Hız kısıtlarının minimum güç ile sağlanması: Burada da kullanıcıların hız kısıtlarının minimum ağırlıklı toplam güçle sağlanması amaçlanır. Burada da bir \mathbf{e} vektörü oluşturulur. Burada bir örüntüye karşılık gelen güç kullanıcı gücünden azsa ve o örüntüdeki kanal başına düşen güç maksimum kanal gücünden azsa, o zaman bu güç miktarı o kullanıcı ve örüntü için masraf olarak yazılır. Aksi halde masraf olarak sonsuz yazılır.
- c) Kuyruk uzunluklarını dikkate alan kaynak tahsisi: Burada amaç kuyruk uzunlukları ile ağırlıklandırılmış veri hızlarının toplamının eniyelenmesi amaçlanır. Bu problem orijinal ağırlıklı veri hızı toplamı problemine benzer. Tek farkı bir örüntü ile gönderilebilecek veri hızının kuyruk uzunluğu ile sınırlı olmasıdır.

Yukarıdaki problemlerin her biri bintprog ile çözülür. Ancak bu fonksiyon tipik kullanıcı ve kanal sayıları için çok yavaş çalışır. Bu nedenle daha hızlı çalışan algoritmalar şarttır. İki tür algoritma önerilmiştir. Birincisinde kanallar teker teker tahsis edilir. Bitişik tahsis kısıtı nedeniyle her kullanıcı için feasible (mümkün) olan kanalların listesi tutulur. Bir kullanıcıya belli bir aralıktaki alt kanallar tahsis edilmişse ondan sonra sadece bu aralığın sağ ve solundaki kanallar verilebilir. Her seferinde masrafı en çok azaltan veya kazancı en çok artıran kaynak-kullanıcı çiftinde tahsis yapılır. İkinci algoritma alternatifinde ise kanallar bloklar halinde tahsis edilir. Bir kullanıcıya yukarıdaki A matrisindeki bir örüntü tahsis edildiğinde onunla kesişen bütün örüntüler artık gözardı edilir. Bütün kullanıcılar için bütün örüntülerin masrafları veya kazançları hesaplanır. Herkesin masrafları (kazaçları) büyükten küçüğe sıralanır. En büyük masrafa (kazanca) sahip kullanıcıya ona karşılık gelen örüntü tahsis edilir ve o örüntü ile kesişen örüntüler bütün kullanıcılar için gözardı edilir. Bu çalışmalar konusunda daha ayrıntılı bilgiyi ve literatür analizini (SÖKMEN & Girici, 2010c) makalemizden edinebilirsiniz.

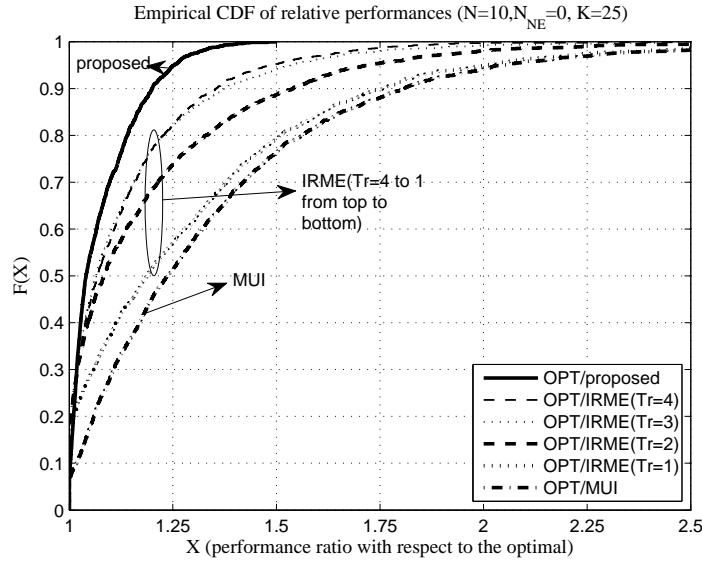
Bu bildiriye yayınladıktan sonra (WONG et al., 2009)'daki çözüme alternatif bir çözüm üreten Improved Recursive Maximum Expansion (IRME)(LIU et al., 2010) adında bir çalışmaya rastladık. (LIU et al., 2010) çalışmasında güç tahsisi dikkate alınmamıştır. Bu algoritmada öncelikle her kullanıcı-altkanal çifti için şu şekilde bir ölçek hesaplanmıştır:

$$w(n)W_s \log_2 \left(1 + P^s \frac{h_{m,k}}{N_o W_s} \right)$$

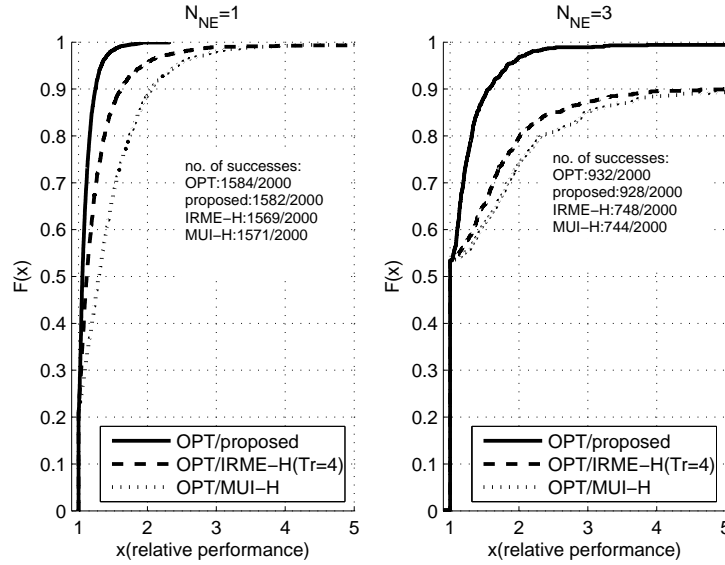
Bu şekilde $N \times K$ 'lık bir matris oluşturulur. En büyük değere sahip kullanıcı-altkanal çiftine o altkanal aktarılır. Daha sonra bu kullanıcının alt kanal kümesi sağ ve sol tarafa doğru

genişletilir. Bu genişletme şu şekilde yapılır: Bir altkanal için kullanıcı ölçüleri yukarıdan aşağıya sıralanır. O altkanalı alması mümkün olmayan (bitişiklik kısıtına uymayan) kullanıcılar sıralamaya dahil edilmez. Kullanıcının ölçü Tr 'nci sırada veya daha iyi ise altkanal o kullanıcıya verilir. Daha fazla genişletilemediği noktada elde kalan altkanallar ve kullanıcılar için en yüksek ölçüye sahip altkanal-kullanıcı çiftine aktarım yapılır ve bu sefer de o kullanıcı için genişletme işlemi yapılır. Bu işlem altkanallar bitene kadar devam eder. Eşik değeri $Tr = 1$ olduğunda bu algoritma yukarıda açıklanan Wong ve ark.'nın (WONG et al., 2009) algoritmasına benzer.

Bu çalışmayı daha sonra devam ettirerek (WONG et al., 2009) ve (LIU et al., 2010)'daki toplam veri hızını eniyileyen algoritmalarından daha iyi bir algoritma bulduk. Bu algoritmamızda bu gözlemler dikkate alınarak öncelikle bütün altkanallar (2.13) ölçütünü enbüyükleyen kullanıcıya verilir. Daha sonra en sağ ve en soldaki altkanallardan başlanarak $\sum_m R_{m,K_m}$ ağırlıklı toplam veri hızını en çok artıran kullanıcıya yeniden aktarım yapılır. Bu aktarımlar yapılırken bitişiklik kısıtına dikkat edilir. Bu algoritmanın bir avantajı, IRME algoritmasındaki gibi bir Tr eşik değerine ihtiyaç duymamasıdır. Şekil 2.4 sadece veri trafiği talep eden kullanıcılar vardır. Önerilen algoritmanın en iyisi olduğu görülüyor.



Şekil 2.4. Sadece elastik (veri trafiği) kullanıcılar. Önerilen algoritma optimale sadece 10% uzak..



Şekil 2.5. 1 ve 3 adet elastik olmayan kullanıcı.

2.5. OFDMA Tabanlı Aşağı Gönderim Sistemlerde Hafıza Paylaşımı (İş Paketi 1.3)

Kalifiye öğrenci bulamamamız ve yeterli zaman bulamamak gibi nedenlerle bu iş paketinde istediğimiz tarzda bir iş yapamadık. Ancak yine de, işbirlikli olmasa da bir OFDMA tabanlı sistemin analizini yapabildik (GİRİCİ et al., 2010). Bu çalışmada bir kaynaktan çok sayıdaki alıcıya iletim yapılan bir sistemi işledik. Burada kanalın kapasitesi kanaldan aktarılmak istenen trafik hacminden küçüktür ve bu nedenle amaç bu trafiğin maksimum kısmını aktarabilmektir. Kaynakta belli bir paket hafıza kapasitesi (buffer) vardır. Amaç bu hafıza kapasitesini kullanıcılar arasında paylaşmaktır. Yani her kullanıcının trafiği ayrı bir hafıza bölgesinde tutulur. Yeni bir paket geldiğinde hafıza doluyorsa paket kaybolur. Eğer bu paylaşım yapılmazsa, yani herkesin trafiği ortak bir hafızada tutulursa trafiği yüksek olan kullanıcının paketleri hafızayı tamamen kaplayacak ve toplam iletilebilecek veri hızı düşecektir (OZEL, 2009). Eniyi biçimde bu hafızayı paylaşırabilmek için sistemin kuyruk-kuramsal analizini yapmak ve hafıza miktarı ile iletilebilen veri hızı arasında bir ilişki kurmak gerekir.

2.5.1. Sistem Modeli

Kaynaktan i kullanıcıya olan k numaralı OFDM kanalındaki SNR değeri $\gamma_{i,k} = \gamma_i^0 h_{i,k}$ olarak ifade edilir. Burada γ_i^0 ortalama SNR ve $h_{i,k}$ ise 1 ortalamalı üssel dağılımlı bir rasgele değişkendir. Kaynak her alt kanal için $\arg \max_i \left\{ \frac{\gamma_{i,k}}{\gamma_i^0} = h_{i,k} \right\}$ kullanıcıyı, yani

normalize SNR değeri en yüksek olan kullanıcıyı seçmektedir. Bu seçim tarzı adillik ve toplam veri hızı arasında bir denge kurar.

Sistemi bir M/G/1 kuyruk modeli ile modelleyebiliriz. i numaralı kullanıcıya m_i paketlik hafıza bölgesi ayrılırsa paket kaybolma oranı aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$P_d(\lambda, \mu, m_i) = \frac{\lambda(\mu - \lambda) \exp\left(-2\frac{(\mu-\lambda)(m_i-1)}{\lambda A^2 + \mu S^2}\right)}{\mu^2 - \lambda^2 \exp\left(-2\frac{(\mu-\lambda)(m_i-1)}{\lambda A^2 + \mu S^2}\right)}, \forall i \quad (2.17)$$

Burada, $S = \frac{Var[T]}{E[T]^2}$ 'dir ve T paket iletim zamanıdır. $A = \frac{Var[T_a]}{E[T_a]^2}$ 'dir ve T_a ardışık paket feliş zamanları arasındaki farktır. Bu zaman farkı üssel dağılımlı olduğundan $A = 1$ 'dir. En iyi kullanıcının veri hızını bulmak için extreme value theory (uç değer kuramını) kullandık. Paket iletim zamanının istatistiğini hesaplamak için ise (SIEGMUND, 1969) çalışmasında bahsedilen stopping time kavramı kullanılmıştır ve bir paketin tamamının iletilme süresi durma zamanı olarak modellenip ortalama de değışintisi bulunmuştur. Sonuç olarak yukarıda bahsedilen $E[T]$ ve $Var[T]$ değerleri için aşağıdaki yaklaşık ifadeler bulunmuştur.

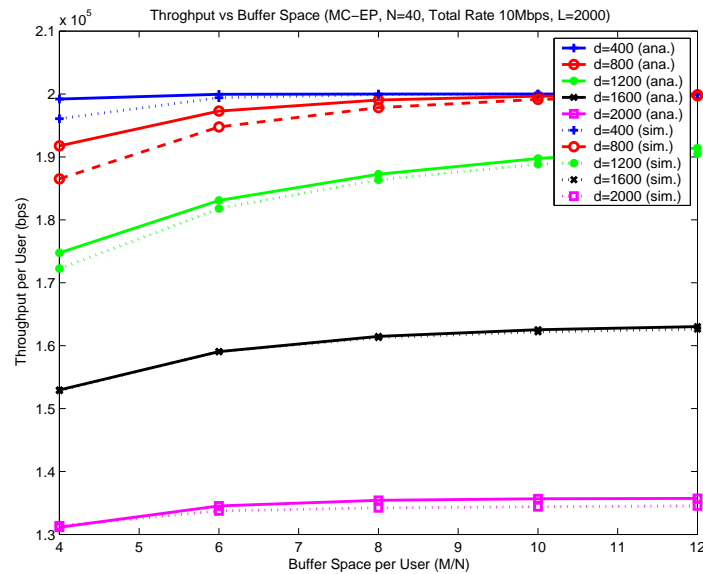
$$E[T] \sim \frac{LN}{WT_s} \frac{1}{a + E_0 b} \quad (2.18)$$

$$Var[T] \sim \frac{L \frac{K}{N} \left(\frac{WT_s}{K}\right)^2 \left(\frac{b^2 \pi^2}{6} + (a + E_0 b)^2 \left(1 - \frac{1}{N}\right)\right)}{\left(\left(\frac{WT_s}{K}\right)^2 b^2 \frac{\pi^2}{6}\right)^3}$$

Burada W bant genişliği, T_s zaman dilimi süresi, L paket uzunluğu, N kullanıcı sayısı, $E_0 = 0.5772\dots$, K altkanal sayısı $a = \log_2(1 + \gamma^0 \ln N)$ ve $b = \log_2\left(\frac{1 + \gamma^0(1 + \ln N)}{1 + \gamma^0 \ln N}\right)$ 'dir.

2.5.2. Benzetim Sonuçları

Şekil 2.6 'da toplam hafıza kapasitesi ile veri hızı arasındaki ilişki incelenmiştir. Bu proje açısından burada önemli olan şey bulduğumuz analitik ifadelerin her durumda benzetim sonuçları ile çok benzer olmasıdır. Daha sonra bu ifadeler kullanılarak yapılan hafıza paylaşımının başarımı cda incelenmiştir. Daha detaylı bilgiler için (GİRİCİ et al., 2010) bildirimizi inceleyebilirsiniz.



Şekil 2.6. Analitik ifadelerin benzetim sonuçlarıyla uyumu. Toplam hafıza artırılarak değişik uzaklıktaki kullanıcılar için toplam veri hızı grafiği çıkarılmıştır. Bütün durumlarda analitik ve benzetim sonuçları arasında 1%'den az fark vardır.

2.6. OFDMA-Tabanlı Çoğa Gönderim Sistemlerde Kaynak Tahsisi (İş Paketi 1.4)

OFDMA tabanlı çoğa gönderim konusunda bir literatür boşluğu görerek planımızda bir değişiklik yaptık ve bu konu üzerinde çalıştık. Özellikle Reed-Solomon gibi silinti (erasure, ör. Reed-Solomon) kodları ve oransız kodların kullanımında çoğa gönderim kapasitesinin çok arttığını, ancak bu konularda yeterli çalışma yapılmadığını gördük.

OFDMA tabanlı çoğa gönderimde normalde iletim hızı her alt kanalda en zayıf kanal kazançlı kullanıcı tarafından belirlenir. Bu da veri hızının kullanıcı sayısı arttıkça çok düşmesine neden olur (SÖKMEN & Girici, 2011). Baz istasyonlarına yakın olan kullanıcılar, kanal durumları çok iyi olmasına rağmen bu yüzden yüksek hızda yayın alamazlar.

(BAKANOGU et al., 2010) çalışmasında ise çok daha akıllıca bir fikirle Reed-Solomon kodlaması kullanılmış ve veri hızı ciddi şekilde artırılmıştır. Biz ise bu çalışmada bu algoritmadan daha iyi bir algoritma önerdik.

2.6.1. Sistem Modeli

Bşr baz istasyonu K adet kullanıcıya iletim yapmaktadır. Bu kullanıcılar G adet gruba ayrılmıştır ve her gruba farklı bir yayın yapılmaktadır. İletimler N adet altkanaldan yapılmaktadır. n altkanalında k kullanıcıya olan kanal kazancı $h_{n,k}$ 'dir. Baz istasyonu toplam gücü P_T 'dir. g grubunun hedef çoğa gönderim veri hızı $R^{g,T}$ 'dir. g grubunun veri hızı R^g 'nin buna mümkün olduğu kadar yakın olması amaçlanmaktadır. Bu amaç aşağıdaki gibi formüle edilebilir.

$$\alpha = \min_g \left\{ \frac{R^g}{R^{g,T}} \right\} \quad (2.19)$$

Karar parametreleri aşağıdaki gibidir

- k alt kanalı hangi gruba verilecek ($\delta_{n,g} = 0, 1?, \forall n, g$)?
- Her altkanalda kaç bit gönderilecek ($c_n = C^1, C^2, \dots, C^M?, \forall n$)?
- Hangi kullanıcılar n kanaldan gönderilen c_n biti çözecekler? ($w_{n,k} = 0, 1?, \forall n, k$)

Yukarıdan anlaşılacağı üzere bir gruptaki her kullanıcı o gruba tahsis edilen her kanalı çözmek zorunda değildir. Burada önemli olan şey çözülen kanallardaki bit toplamının kaç olduğu önemlidir. Grup g 'nin erişebildiği çoğa gönderim veri hızı aşağıdaki gibidir.

$$R^g = \min_{k \in S^g} \sum_{n=1}^N c_n w_{n,k} \delta_{n,g} \quad (2.20)$$

Burada S^g g grubuna tahsis edilen kanalların kümesidir. $R_{sum}^g = \sum_{n=1}^N c_n \delta_{n,g}$ ise g grubuna gönderilen toplam bit sayısıdır. R^g bitlik orijinal veri Reed-Solomon kodlaması ile kodlanarak R_{sum}^g bit haline getirilir. Alıcılar bu gönderilen R_{sum}^g bitin herhangi R^g tanesini çözebilirse orijinal bitleri de çözer. c_n artırılrsa daha az sayıda kullanıcı bunu çözebilir. c_n azaltıldığında ise daha çok kullanıcı bu kanaldan istifade edebilir, ancak bu sefer de herkes az bit elde etmiş olur. Bu nedenle n kanalı c_n gönderildiğinde gereken güç, o kanalın tahsis edildiği ($\delta_{n,g} = 1$ olan) gruptaki, o kanalı çözecek kullanıcılar ($w_{n,k} = 1$ olan) arasından n kötü kanallı olanın ihtiyaç duyduğu güce eşittir. Önerdiğimiz kaynak tahsis

algoritması (Iterative Subchannel and Bit Allocation for Multigroup Multicast (ISBM)) aşağıdaki gibidir

- a) Gücü kanallara eşit olarak dağıt.
- b) Bütün kullanıcıların bütün kanallarda sağlıklı bir şekilde alabileceği en yüksek bit sayısını $(b_{n,k})$ bul.
- c) Bütün kanallara eşit bit yükü: $c = c_1 = \dots = c_N$. Çoğa gönderim hızını en büyük yapan c değerini bul.
- d) Bütün kanalları gruplara tahsis et. Her seferinde en düşük α 'lı grubu seç.
- e) Bu ilk aşamayı tamamladıktan sonra kanallara sırasıyla bak. O kanal hangi gruba verilse ve o kanalda ne kadar bit gönderilse α değeri en büyük olur, bul. Daha fazla iyileşme olmayana kadar bu adımdaki döngüyü devam et.
- f) Bütün kanallardaki bit sayılarını sağlayacak minimum güç seviyesini hesaplayıp artan güçleri topla. Bu gücü kullanarak bazı kanallardaki bit sayılarını artır (RPA). Detayları (SÖKMEN & Girici, 2011) bildirimizden okuyabilirsiniz .

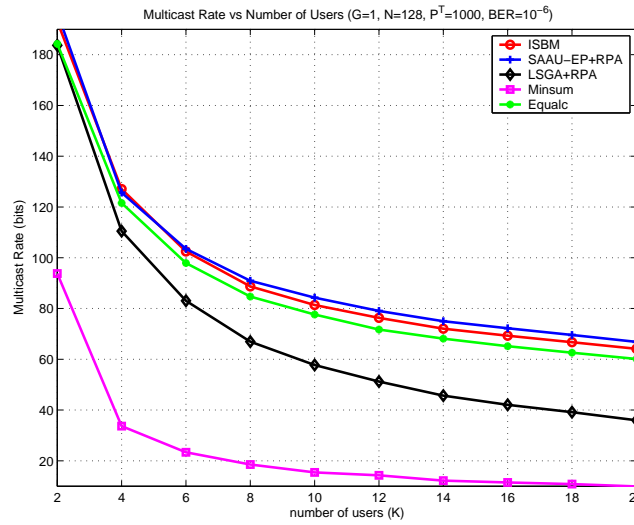
2.6.2. Benzetim sonuçları

Yukarıda önerdiğimiz algoritmayı (BAKANOGLU et al., 2010)'daki algoritmalar ile karşılaştırdık (Şekil 2.7). Karşılaştırma sonucunda algoritmamızın (BAKANOGLU et al., 2010) bildirisindeki SAAU-EP+RPA algoritmasıyla neredeyse aynı başarıma sahip olduğu görülmüştür. Ancak benzetimlerde gördüğümüz kadarıyla bizim algoritmamız bu algoritmadan 3 kadar kadar hızlıdır. Yani sonuç olarak iyi başarımı ve hızlı bir algoritma önermiş olduk. Klasik çoğa gönderim kaynak tahsisi tekniklerinin (Equalc) çok üzerinde bir veri hızı bir veri hızı elde edildiği görülmektedir.

2.6.3. Bir kaynak tahsis yönteminin başarımlı analizi (İŞ PAKETİ 1.3)

Bu bölümde tek bir çoğa gönderim grubu olduğunu varsaydık. Gruptaki herkesin kaynağa uzaklığının aynı olduğunu (yani ortalama SNR aynı) ancak her kullanıcı için her kanalın Rayleigh sönümlenmesinin rasgele ve bağımsız olarak değiştiğini düşündük.

Kaynak tahsisi şu şekildedir: Her altkanal için kullanıcıların o kanaldaki kanal kazançları düşükten yükseğe sıralanır. Bu kullanıcılardan $1/r$ incinin erişebileceği veri hızı c_n olarak belirlenir (yani en kötü $1/r-1$ kullanıcı dışındakiler bu mesajı çözebilir, $r < 1$ dir). Yani herhangi bir kullanıcının bir kanalı kullanma ve faydalanma ihtimali



Şekil 2.7. Kullanıcı sayısı - Çoğa gönderim hızı grafiği

$1 - 1/r$ 'dir. r arttıkça kullanıcıların daha fazlası bu kanalı kullanabilir, ancak bu sefer de c_n değeri düşer. Bu durumda (SERFLING, 1980) kitabındaki özellikler kullanılarak c_n değeri Gauss dağılımlı olarak modellenenabilir. Detaylar için (SÖKMEN & Girici, 2011) bildirimizi inceleyebilirsiniz. Çok sayıda kullanıcı ve kanal için toplam çoğa gönderim veri hızının ortalaması aşağıdakiğ gibi yaklaşık olarak ifade edilebilir.

$$\lim_{N, K \rightarrow \infty} E[R] = E[R^k] + \sqrt{Var[R^k]} \operatorname{erf}^{-1} \left(\frac{2}{K} - 1 \right) \quad (2.21)$$

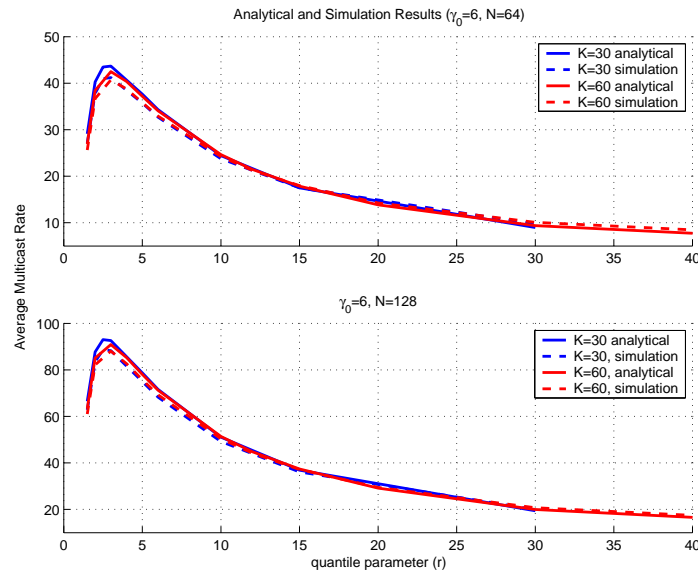
ve buradaki $\operatorname{erf}^{-1}(\cdot)$ bildiğimiz hata fonksiyonudur. Bu ifadedeki beklenen değer ve değişinti ise

$$\lim_{K, N \rightarrow \infty} E[R^k] = K \left(1 - \frac{1}{r} \right) \ln \left(1 - \gamma_0 \ln \left(1 - \frac{1}{r} \right) \right) \quad (2.22)$$

$$\lim_{K, N \rightarrow \infty} Var[R^k] = K \left(1 - \frac{1}{r} \right) \times \left[\frac{\frac{1}{K(r-1)}}{\left(\frac{1}{\gamma_0} - \ln \left(1 - \frac{1}{r} \right) \right)^2} + \frac{1}{r} \left(\ln \left(1 - \gamma_0 \ln \left(1 - \frac{1}{r} \right) \right) \right)^2 \right] \quad (2.23)$$

olarak bulunmuştur.

Şekil 2.8 yukarıda bulunan analitik sonuçlarla benzetim sonuçlarını karşılaştırmaktadır. Burada analitik ve benzetimsel sonuçların hemen hemen aynı olduğu görülmektedir. Analiz ettiğimiz kaynak tahsis yönteminin bir başarısı kullanıcı sayısından bağımsız olmasıdır. Yani aynı r parametresi için bütün kullanıcı sayılarında benzer çoğa gönderim veri hızları elde ediyoruz. Ancak başarımın r parametresine çok bağlı olduğunu ve $r = 3$ için en iyi başarımın elde edildiğini görüyoruz. Altkanal sayısı arttıkça teorik ve pratik sonuçlar birbirine (merkezi limit teoremi sayesinde) yakınlaşmaktadır.



Şekil 2.8. Benzetim ve analiz sonuçlarının karşılaştırılması: $N = 64, 128$ altkanal ve $K = 30, 60$ kullanıcı.

2.7. OFDMA-Tabanlı Röleli Çoğa Gönderim ve Ortak Bilgi Birikimi (İş Paketi 1.4)

Yukarıda bahsettiğimiz çoğa gönderim çalışmasından sonra bir de işbirlikli bir sistem üzerine çalışmaya karar verdik. Bu çalışmada ideal oransız kodların kullanıldığı bir sistem düşündük. Oransız (Rateless) Kodlarda orijinal veri paketleri arasından rasgele bir küme seçilerek XOR işlemi ile toplanır ve gönderilir. Bu işlem sürekli tekrarlanır ve alıcı (kümesi) orijinal paketleri çözene kadar bu sürer. Bu şekilde alıcıların her paketi ayrı ayrı almaları ve geri besleme ile bu durumu bildirmelerine gerek kalmaz. Sadece belli *sayıda* kodlanmış paket almaları yeterlidir ve bunu alıp orijinal paketleri çözdüklerinde geri bildirimde bulunmaları yeterlidir. Bu, özellikle çok kullanıcılı çoğa gönderim türü uygulamalarda işe yarar. OFDM tabanlı sistemlerde ise alıcılar bir altkanalın tamamını çözemeseler bile her altkanaldan bir miktar paket toplayarak sonunda istenen mesajı elde edebilirler. Buna ortak bilgi birikimi (Mutual Information Accumulation) adı verilir. (MOLISCH et al.,

2007). Böylece her kullanıcı her alt kanalda bir miktar bilgi toplar, kendine göre kazancı iyi olan kanallardan daha çok bilgi toplar ve minimum toplam bilgiye sahip kullanıcının eriştiği veri hızı sistemin çoğa gönderim veri hızı olur. Her kullanıcı her altkanaldan bilgi toplayabildiği için klasik kodlama yöntemlerine göre çok daha yüksek veri hızına ulaşmaktadır.

2.7.1. Sistem Modeli ve Problem Tanımı

Bir baz istasyonu N kullanıcıya ve rölelere ilk zaman periyodunda iletim yapmaktadır. M adet röle istasyonu çözdükleri sinyalleri tekrar kodlayıp ikinci zaman diliminde tekrar iletmektedirler. Bir altkanalı sadece bir röle kullanabilir. Rölelerde ve kullanıcılarda biriken veri hızları aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

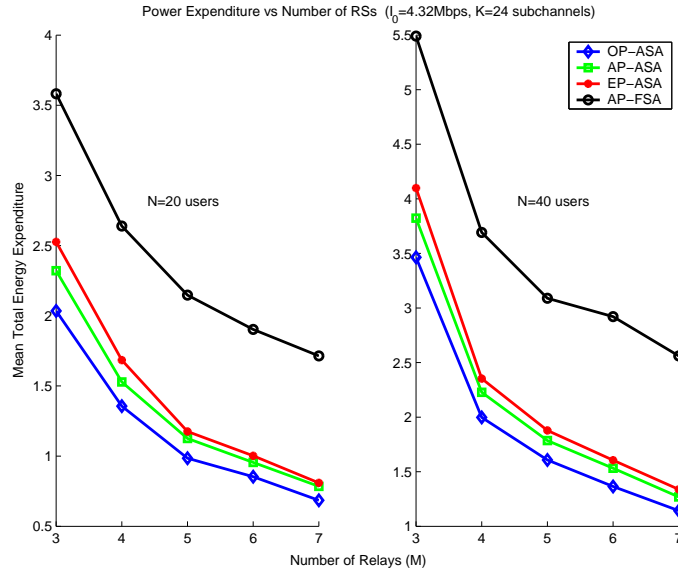
$$R_n^U(\bar{p}^S, \bar{p}^R, \bar{m}) = \sum_k^K (\log(1 + p_k^R g_{k,n,m(k)}^{RD}) + \log(1 + p_k^S g_{k,n}^{SD})), \forall n \in \mathcal{N} \quad (2.24)$$

$$R_m^R(\bar{p}^S) = \sum_k^K \log(1 + p_k^S g_{k,m}^{SR}), \forall m \in \mathcal{M} \quad (2.25)$$

Bu ifadedeki parametrelerin tanımlarını (GİRİCİ, 2011) makalemizden görebilirsiniz. Amacımız \bar{p}^S, \bar{p}^R baz ve röle iletim güçlerinin toplamını minimize etmektir. Burada yapılması gereken bu güçlere ve hangi altkanalın hangi röle tarafından kullanılacağına karar vermektir. Bunu makalede bir eniyileme problemi olarak tanımladık. Eğer röle-altkanal eşleşmesi bize verilirse, güçlerin eniyi tahsisi konveks bir problemdir ve Interior Point yöntemi ile çözülebilir. Bu yöntemi makalede tarif ettik. Altkanal-röle işleşmesi ise tahminimize göre üssel karmaşıklıklı kombinatorik bir problemdir. Bütün M^K olasılığı incelemek gerekir. Bu inceleme süresini kısaltmanın yolları da vardır ve makalede bunlardan da bahsedilmiştir. Yine eniyi çözüm pratikte uygulanmayacak kadar çok zaman almaktadır ve optimale yakın basit kaynak tahsis yöntemleri uygulanmalıdır.

Makalemizde bir kaç basit yöntem önerdik. AP-ASA algoritması kanal güçlerini ve röle eşleşmelerini döngülü açgözlü (greedy) bir algoritma ile yapar. EP-ASA'da ise kullanılan toplam güç kanallara eşit dağıtılır. AP-FSAda ise bir röle-altkanal eşleşmesi baştan belirlenir ve bütün zaman dilimlerinde bu eşleşme kullanılır. Son algoritmanın başarısız

olacağı açıktır, sadece karşılaştırma amaçlı önerilmiştir. OP-OSA eniyi çözümdür. OP-ASAda ise altkanal eşleşmesi önerdiğimiz algoritma ile yapılırken güç tahsisinde Interior Point metodu kullanılır. Yapılan benzetimler sonucunda önerdiğimiz algoritmaların (AP-ASA, EP-ASA), röle, altkanal ve kullanıcı sayısı artarken optimale yaklaştığı görülmüştür (bkz. Şekil 2.9).



Şekil 2.9. Önerilen algoritmaların başarımları. AP-ASA ve EP-ASA aralarındaki başarımları röle istasyonu ve kullanıcı sayıları arttıkça OP-ASA'ya yakınlaşmaktadır.

3. İş Paketi 2: Dik Frekans Bölmeli Çoklu Erişim (OFDMA) Kanallarında Karşılıklı İşbirliği Stratejileri, En İyi Güç ve Alt Taşıyıcı Tahsisi

3.1. Giriş ve Genel Bilgiler

Kablosuz iletişim kanalları, sinyal yayılımı sırasında ortaya çıkan sönümlenme ve çoklu erişim karışımı gibi sorunlar nedeniyle iletişim protokollerinin tasarımını daha meydan okuyucu hale getirmektedir. Ancak, güç, bant genişliği, zaman gibi kaynakların etkin tahsis ve kullanımı ile, yukarıda bahsi geçen sorunlar aşılabilmekte, hatta kanalın zaman ve frekans ile değişken olan yapısı sonucu ortaya çıkan çeşitlilik kavramı, kanal kapasitesini artırıcı şekilde kullanılabilir.

Bir iletişim sisteminde tahsisi dikkatlice yapılması gereken en önemli kaynaklardan biri gönderici gücüdür. Güç kontrolü, kablosuz iletişimin temel problemlerinden olup, bu probleme sağlanması gereken kısıtlara, ve ele alınan performans ölçütlerine göre değişik yaklaşımlar mümkündür. En genel haliyle bakacak olursak, güç kontrolüne iki temel bakış açısı olduğunu söyleyebiliriz. Bunlardan birincisi, servis kalitesi garantisi kısıtına yönelik güç kontrolü olup, amacı kanal ne kadar kötü olursa olsun, onu kompanse edecek şekilde gücü artırarak sağlanan servis kalitesini belli bir seviyenin üzerinde tutmayı amaçlar (ZANDER, 1992; YATES, 1995). Bu tip güç tahsisi, daha çok gerçek zamanlı ses, video gibi gecikmeye duyarlı veri trafiği için kullanılmaktadır. Güç kontrolüne ikinci yaklaşım ise sistemin bilgi kuramsal kapasitesini, daha uzun zaman aralıkları üzerinden eniyilemeyi hedefler, yani ortalama veri hızlarını hedef fonksiyonu olarak kullanır. Bu durumda ortaya çıkan güç kontrolü teknikleri daha çıkarıcı yapıdadır: Örneğin, kötü kanal değerlerinde gücü artırmak yerine azaltarak, ortalama gönderi gücünden tasarruf eder, daha sonra kanal durumu iyileştiğinde daha yüksek güç kullanarak uzun dönemde erişilebilen hızları eniyilerler. Bu tip güç tahsisi ise, veri ya da dosya transferi gibi, toplamda çok daha yüksek hızları gerektiren, ancak gecikme açısından gerçek zamanlı trafik kadar kısıtlı olmayan senaryolar için uygundur. Son dönemde bu tip uygulamalara olan ihtiyacın artması sonucu, güç kontrolüne bilgi kuramsal yaklaşım daha da önem kazanmıştır. Bu projede de, özkaynak tahsisi ergodik sönümlenme varsayımı altında (BIGLIERI et al., 1998), gecikmeye duyarsız trafik için, bilgi kuramsal bir yaklaşımla yapılmıştır.

Sönümlenen kanallarda güç kontrolüne bilgi kuramsal yaklaşım ilk olarak Gold-

smith ve Varaiya tarafından (GOLDSMITH & Varaiya, 1997) getirilmiştir. Buna göre, tek gönderici, tek alıcılı bir sistemde, kanal durumunun gönderici ve alıcı tarafından tam olarak bilindiği durumda en iyi kodlama yapısı, değişen uzunluklarda kod tablolarının zamanda çoklanması ile elde edilmiş, bu yapı da anlık kapasiteye ulaşan güç değerlerinin elde edilmesini sağlamıştır. En iyi güç dağılımının, kanal kalitesi ile doğru orantılı olarak güç tahsisini öngören su-doldurma (waterfilling) stratejisi olduğu ispatlanmıştır. Bu stratejide, iyi kanal değerlerinde çok, kötü değerlerde az güç kullanılmakta, çok kötü kanal sönümlenmelerinde ise hiç güç kullanılmamaktadır. Çok kullanıcıli sistemlere geçildiğinde, sistemin toplam kapasitesini eniyileyen güç dağılımı Knopp ve Humblet tarafından hesaplanmıştır (Knopp & Humblet, 1995). En iyi güç dağılımı, şu çarpıcı sonucu da beraberinde getirmiştir: herhangi bir anda, yalnızca en kuvvetli kanala sahip olan kullanıcı sistemde tek başınaymışçasına su-doldurma yöntemi ile elde edeceği güç değerinde göndermeli, diğerleri ise beklemelidir. Yani, güç eniyilemesi problemi, en iyi ortama erişim tekniğini de otomatik olarak dikte etmektedir. Bu da, güç kontrolünün protokol tasarımıdaki önemine işaret etmektedir. Çok kullanıcıli sistemlerin kapasite bölgesini eniyileme problemi ise Tse ve Hanly tarafından çözülmüştür (TSE & Hanly, 1998). Burada, en iyi kod tablosu seçiminin değişken veri hızlarında kod tablolarının çoklanması yerine, belirlenen bir kod tablosundan seçilen kod sözcüklerinin elemanlarının anlık olarak değişen güç değerleriyle çarpılmasıyla da elde edilebileceği ispatlanmıştır. Böylece, güç kontrolünün kanal durum bilgisinin varlığında kapasiteye erişmek için sadece gerekli değil, aynı zamanda da tek başına yeterli olduğu gösterilmiştir.

Bu projenin konusu olan OFDMA kullanılan çoklu erişim sistemleri, aslında vektör çoklu erişim kanallarının özel bir durumudur. Bu kanallar için en iyi güç dağılımı (YU et al., 2004)'de ele alınmış olup, her bir boyuttaki güç dağılımının kullanıcılar üzerinden seri bir şekilde yapılacak döngüsel su-doldurma ile elde edilebileceği gösterilmiştir. Buna göre, her güç güncellemesi sırasında, biri hariç tüm kullanıcıların, tüm boyutlara ayırdıkları güç değerleri sabitlendiğinde, kalan kullanıcı için yapılacak en iyi özkaynak tahsisinin, kullanıcılar üzerinden döngüsel güncelleme yapıldığında sistem için de en iyi özkaynak tahsisine ulaşacağı bulunmuştur. Benzer sonuçlar, yine vektör çoklu erişim kanallarına bir örnek teşkil eden CDMA sistemleri için de elde edilmiştir (KAYA & Ulukus, 2004, 2006). Ayrıca, gönderinin hangi doğrultuda yapılacağını belirlemesi açısından yine bu projede ele alınacak olan OFDMA sistemindeki alt-taşıyıcı tahsisine denk bir problem olan CDMA imza dizisi seçiminin, güç kontrolü ile birlikte ele alındığı (KAYA & Ulukus, 2003, 2005)'de, güçlerin tek başına eniyilendiği (KAYA & Ulukus, 2004)'e kıyasla çok daha kolay ve uygulanabilir bir birlikte güç-dizi tahsisi stratejisi elde edilmiştir. Buna göre, toplam kodlama kazancı, yani serbestlik derecesi (degree of freedom) N olan bir

CDMA sisteminde, kanal sıralaması bakımından sadece en iyi N kullanıcının, birbirlerine dik boyutlarda göndermesinin sistemin ergodik kapasitesi için en iyi seçim olduğu, ve birlikte en iyi olan stratejilere kullanıcılar üzerinden dağınık bir biçimde gerçekleştirilebilecek bir güç ve dizi güncellemesi ile ulaşılabileceği gösterilmiştir. Bu da, OFDMA sistemlerinde de alt-taşıyıcı ve güçlerin birlikte dağıtıldığı problemlerin beklenenden daha basit ve anlamlı sonuçlar verebileceği doğrultusunda umut vericidir.

OFDMA kullanan sistemler için özkaynak tahsisi temel olarak iki boyutlu bir eniyileme içerir: güç tahsisi ve alt-taşıyıcı tahsisi. Jang ve Lee (JANG & Lee, 2003), güç ve alt-taşıyıcı eniyileme problemini iki aşamaya bölerek çözmüşlerdir. Buna göre, öncelikle her alt-taşıyıcı kendisi üzerinde en iyi kanal katsayısına sahip kullanıcıya atanmalıdır. Daha sonra, problem dik bir yapıya ulaştığından, güç eniyilemesi paralel Gauss dağılımlı kanallarda tek kullanıcı su-doldurma ile çözülebilmektedir. Aslında, gereç ve yöntem bölümünde de tartışılacağı gibi bu iki aşamalı çözüm gerekli değildir, direk olarak güç eniyilemesi probleminin alt-taşıyıcıların sadece bir kullanıcı tarafından kullanılabilmesi kısıtı koyulmadan çözümünü de, aynı sonucu daha basit bir şekilde verecektir. Daha önce bahsedildiği gibi, bu tip bir çözüm ağ açısından optimal olmasına karşın, kullanıcılar için adaletli olmayabilir. Benzer bir problemin orantılı adillik (proportional fairness) kısıtı altında çözümü Shen, Andrews ve Evans tarafından gerçekleştirilmiştir (SHEN et al., 2005). Bu makalede, su-doldurma tipi çözümün karmaşıklığı gözlenip, bunun yerine iki kullanıcı bir sistem için en iyiye yaklaşan doğrusal karmaşıklığa sahip bir algoritma önerilmiştir. Gao ve Cui (GAO & Cui, 2008), toplam hızı eniyilerken, minimum hız garantileri sağlamak amacıyla önce bu kısıtları sağlayacak, daha sonra kalan alt-taşıyıcıları dağıtacak bir yöntemle bütünleşik güç, alt-taşıyıcı ve veri hızı tahsisi problemini ele almışlardır. Kesinti analizleri, adilliği göz önüne almayan su-doldurma tipi algoritmalara kıyasla kesinti olasılığının çok düşük olduğunu göstermiştir. Yine benzer bir problem, veri hızlarının bir fonksiyonu olduğu varsayılan bir fayda fonksiyonunun eniyilemek suretiyle (NG & Sung, 2008)'de çözülmüştür. Burada da, Lagrange teknikleri ve dışbükey eniyileme teorisinde karşımıza sıkça çıkan Karush-Kuhn-Tucker (KKT) koşulları kullanılmış, ve düşük karmaşıklık bir algoritma tasarlanması hedeflenmiştir.

Monahram ve Bhashyam (MOHANRAM & Bhashyam, 2007), OFDMA özkaynak tahsisi problemini, gelen verilerin oluşturdukları kuyruk uzunluklarını ve geliş hızlarını da hesaba katarak, yine alt-taşıyıcı ve güçler üzerinden ardışıl olarak çözmüşlerdir. Wong ve Evans tarafından, aşağı bağlantıda OFDM kullanan bir iletişim sistemi için alt-taşıyıcı ve güç, ve buna bağlı olarak hem sürekli, hem de ayırık hız uyarlaması problemleri, ergodik veri hızlarının ağırlıklı ortalaması amaç fonksiyonu olarak aşınarak ve Lagrange çiftleşliği

teknikleri ile çözülmüş, ve en iyiye yakınsayan algoritmalar bulunmuştur (WONG & Evans, 2008). Pischella ve Belfiore, minimum hız kısıtlaması olan kullanıcılar barındıran çok hücreli bir OFDMA sistemi için, toplam gönderi gücünü en küçükleyen, buluşsal bir yöntem önermişlerdir (PISCHELLA & Belfiore, 2008a). Bu yönteme göre, önce kullanıcı ve alt-taşıyıcı başına hedef sinyal gürültü oranları belirlenip, daha sonra bu oranları sağlayacak güç dağılımı yapılmaktadır.

Bir kablosuz iletişim sisteminde taşınmakta olan trafik, yalnızca gecikme kısıtlı ya da yalnızca gecikme kısıtsız olmak durumunda değildir. Her iki türden veriyi (örneğin, dosya transferleri ve ses birlikte) taşıyan heterojen ağlar da mevcuttur. Bu tip trafiği taşıyan ve OFDMA kullanan bir ağ (TAO et al., 2008)'da ele alınmış, her bir alt-taşıyıcının kullanımı için adayların yalnızca bir gecikme kısıtsız kullanıcı ile, tüm gecikme kısıtlı kullanıcılar olduğu ispatlanmış, ve probleme döngüsel bir çözüm önerilmiştir. OFDMA için aşağı bağlantı kanallarındaki özkaynak tahsisi üzerine çalışmalar da çeşitlendirilebilir. Bunlara iyi bir örnek, civa/su-doldurma tipinde bir çözümle sonuçlan (LOZANO et al., 2008)'dir.

Kablosuz iletişim ağlarında kullanıcı işbirliği fikri son yıllarda çok ön plana çıkmış olmasına karşın, kökleri oldukça eski bilgi kuramsal sonuçlara dayanır. İşbirliğinin en basit formu, ilk olarak van der Meulen (VAN DER MEULEN, 1971) tarafından ele alınan, daha sonra Cover ve El Gamal'in çığır açan makalelerinde (COVER & Gamal, 1979) kapasite ve erişilebilir veri hızı teoremleri ile, kodlama ve kodçözme teknikleri önerdikleri yönlendirici kanalıdır (relay channel). Yönlendirici kanalında bir kaynak, bir yönlendirici, bir alıcı vardır. Burada tek amaç kaynağın mesajını yönlendiricinin de yardımı ile alıcıya aktarmaktır. Literatürde kablosuz kanallarda işbirliğini ele alan çoğu çalışma, bu tipte tek taraflı yönlendirmeyi ele almaktadır. Ancak, böyle stratejiler, yönlendirici olarak görev verilen düğümlerin kendi mesajları da olduğu durumda uygun değildir, zira günümüzde iletişim sistemlerinde aynı anda pek çok kullanıcıya yüksek veri hızlarında hizmet vermek gerekmektedir.

Öte yandan, kablosuz kanalların yayılım özelliği nedeniyle, ağdaki her kullanıcı eş zamanlı olarak ortama eriştiğinde, alıcılarda geleneksel iletişim sistemlerinde çoklu erişim karışımı olarak nitelendirilen problem ortaya çıkmaktadır. Fakat, karışım olarak nitelendirilen sinyaller, aslında kablosuz ortamca bize bedava olarak sağlanan, ve akıllıca tasarlanmış protokollerce işbirliği için kullanılabilir birer ilave bilgidir başka bir şey değildir. Kullanıcılar birbirlerinin mesajlarını kısmen çözebildiğinde, güçlerini birleştirmek suretiyle bir yapay çoklu anten sistemi gibi davranarak ortak kodlama sayesinde çeşitlilik kazanıma ulaşabilir, ve daha yüksek veri hızlarına çıkabilirler. Burada bahsedilen, gerçek

(çok taraflı) işbirliği sistemlerinin temelleri, yine 1980'li yılların başlarında çözülen iki göndericili temel bilgi kuramsal problemlere dayanır (COVER & Leung, 1981; WILLEMS & van der Meulen, 1983; WILLEMS, 1983; WILLEMS & van der Meulen, 1985). Öncelikle, Cover ve Leung (COVER & Leung, 1981), kullanıcıların kanal çıktısına tam erişimi olduğu bir model için erişilebilir veri hızlarını elde etmişlerdir. Hemen sonrasında, Willems ve van der Meulen (WILLEMS & van der Meulen, 1983), göndericilerden yalnızca birine geri besleme olması durumunda da aynı veri hızlarına ulaşabildiğini göstermişlerdir. Yine Willems ve van der Meulen, önce kullanıcıların birbirlerine sonlu kapasiteye sahip bir bağlantıları olduğu ve bu sayede kısmi işbirliği yaptıkları durumda, kanalın kapasitesini bulmuşlardır (WILLEMS, 1983); daha sonra ise kullanıcıların birbirlerinden "kopya çektiği" çeşitli senaryolarda yine kanal kapasitesini elde etmişlerdir (WILLEMS & van der Meulen, 1985). Bu tip kanal modelleri, sınırlı işbirliği imkanı olan daha gerçekçi kanalların erişilebilir veri hızlarına birer üst limit vermeleri açısından önemlidir.

Kablosuz iletişim kanallarının bilgiyi yayıcı özelliğini tam olarak modelleyen iki kullanıcıya çoklu erişim kanalı modeli ise, Carleial (CARLEIAL, 1982) ve sonrasında da Willems ve ark. (WILLEMS et al., 1983) tarafından ele alınan genel geri beslemeli çoklu erişim kanalı modelidir. Bu modele göre, kullanıcılara farklı iki kanal çıktısı geri beslenmektedir, ve bu çıktılar kablosuz kanallarda "kulak misafiri olunan" bilgiyi simgelemektedir. Bu model için Carleial tarafından elde edilen ilk erişilebilir veri hızı bölgesi, Willems ve ark. tarafından blok Markov bindirmeli kodlama ve geriye doğru kodçözme yöntemleri kullanılarak hem daha basitleştirilmiş, hem de büyütülmüştür (WILLEMS et al., 1983). Bu sonuçlar, yakın geçmişte Sendonaris, Erkip ve Aazhang tarafından sönümlenmeli Gauss gürültü dağılımlı bir kanal için uygulanarak, vaadettiği yüksek kazançlar sayesinde işbirlikçi iletişim konusunun çok hareketlenmesini sağlamıştır (SENDONARIS et al., 2003). Bu projede de kullanılacak olan blok Markov kodlama tekniği, ve (SENDONARIS et al., 2003)'un sonuçlarına daha sonra döneceğiz. Eşzamanlı olarak Laneman, Tse ve Wornell tarafından yapılan çalışmalarda da (LANEMAN et al., 2004), zaman bölmeli daha pratik bir işbirliği sisteminin kesinti analizi yapılmıştır.

Özellikle son beş yılda, bahsi geçen çalışmalarla tetiklenen işbirlikçi iletişim üzerine sayısız yayınlar ve gelişmeler kaydedilmiştir. Bunlar arasında kayda değer bir ilerleme yönü, işbirlikçi kullanıcı sayısının ikiden fazla olduğu durumlardır. Ancak bu yöndeki çalışmalar, yine çoğunlukla yalnızca yardım etmeye adanmış yönlendiriciler (dedicated relays), ya da çok sayıda kullanıcıya hizmet eden tek röle gibi sistemlere sınırlı kalmıştır. Bu çalışmalardan belli başlıları çoklu erişim yönlendirici kanallar (Multiple Access Relay Channels) (SANKARANARAYANAN et al., 2004), tek göndericili çok seviyeli yön-

lendirici kanallar (Single Source Multiple Level Relay Channels) (XIE & Kumar, 2004), paralel yönlendirici ağlarıdır (Parallel Relay Networks) (SCHEIN, 2001). Yalnız çok yakın dönemde, çok kullanıcı sistemlerde karşılıklı işbirliğine yer veren ilk çalışmalar yapılmış, ve erişilebilir veri hızları açısından kayda değer artışlar elde edilebileceği gösterilmiştir (EDEMEN & Kaya, 2008). Yönlendirici kanallarla ilgili diğer bilgi kuramsal sonuçları içeren çok iyi bir derleme (KRAMER et al., 2005)'da bulunabilir.

İşbirlikçi iletişim konusunda dikkate alınması gereken bir diğer yön ise, bu sistemlerde kaynak tahsisi, özellikle de güç kontrolüdür. Bu konudaki çok sayıdaki çalışma, yine yönlendiricilerin kendi mesajlarının bulunmadığı durumlar üzerine yoğunlaşmış olup, kodlama ve kodçözme yapılarının daha karmaşık olduğu, çöz-ilet stratejisi kullanan karşılıklı işbirlikçi sistemler konusunda özkaynak tahsisi sonuçları oldukça sınırlıdır. Oysaki, bu konudaki çalışmalar, aynı CDMA ve OFDMA sistemlerinde olduğu gibi, en iyi güç kontrolü uygulandığında hem işbirliği stratejisinin beklenene göre çok daha basitleştiğini, hem de erişilebilir hızların oldukça arttığını göstermektedir (KAYA & Ulukus, 2007). Bunların ışığında, OFDMA ve CDMA gibi çoklu erişim sistemlerinde iş birliğine de yer verildiğinde özkaynak tahsisinin önemli bir problem olduğu sonucuna varabiliriz.

İşbirliğine dayalı OFDM sistemleri üzerine de son yıllarda sayıları artan pek çok çalışma yapılmıştır. Çünkü OFDM, karışımı engelleyen yapısı ile işbirliği sinyallerinin birbirlerine karışmamasını sağlayabilir. OFDM ile işbirliği konularının birlikte ele alındığı ilk çalışmalardan biri (YATAWATTA & Petropulu, 2004)'dır. Bu çalışmada, OFDM, alt taşıyıcıları iki parçaya bölünerek yükselt ve ilet stratejisini birbirine dik boyutlarda uygulamak amacıyla kullanılmış, kullanıcıların ergodik kapasiteleri için üst limitler ile, olası en yüksek çeşitleme derecesi elde edilmiştir. Lin ve Stefanov, işbirlikçi OFDM'ye tamamıyla farklı yaklaşımda bulunmuş, OFDM'nin WIMAX gibi yeni nesil teknolojilerde yer alacağından hareketle, onu sadece bir çoklama yöntemi olarak kullanmış, ve OFDM ile birlikte evrimsel kodlar ile elde edilen kodlamalı işbirliğinin kullanılması sonucunda oluşan ikişerli hata olasılığı performansını ele almışlardır (LIN & Stefanov, 2005).

Bu projenin konuları arasında yer alan işbirlikçi OFDMA için özkaynak tahsisi konusunda, özellikle 802.16j standardının oluşturulması aşamasında işbirliğine de yer verilmesi sayesinde son birkaç yıl içerisinde çok sayıda gelişme olmuştur. 2005 yılında Han ve ark., tek taraflı işbirliğine dayalı, çok düğümlü bir kablosuz ağ için, hangi kullanıcının hangisine yönlendirici olarak atanacağı problemini, bir eşleştirme matrisi ve güç dağılımlarını değişken, veri hızlarını da hedef fonksiyonu olarak seçerek, ve yükselt-ilet stratejisini kullanarak çözmüşlerdir (HAN et al., 2005). Problemin ayrık ve karmaşık yapısı nedeniyle

bütünleşik güç ve eşleştirme matrisi hesaplaması NP zor olarak belirlenmiş, bu nedenle bu matrisin hesaplanması buluşsal ve en iyi olmayan bir yöntemle yapılmıştır. Yine yükselt-ilet tekniği kullanan, zaman bölmeli bir yönlendirici kanalında OFDM kullanıldığında güç dağılımı problemi, kaynak ve röle güçleri üzerinde ayrı ayrı iki, ve toplam bir kısıt olduğu iki durumda çözümlenerek, her alt taşıyıcıya atanması gereken güç (HAMMERSTROM & Wittneben, 2006)'de verilmiştir. Bae ve Cho (BAE & Cho, 2007), aşağı bağlantı için, çoklu atlamalı iletişimle birlikte kullanılacak olan, her kullanıcıya belirli bir özkaynağın ayrıldığını garanti eden, buluşsal bir algoritma önermişlerdir. Çoğu zaman olduğu gibi, burada da alt-taşıyıcıların ayırık kullanıcılara atanması kısıtından yola çıkılarak, sonrasında bu tamsayı-kısıt alt-taşıyıcı paylaşımına izin verecek şekilde esnetilmiştir. Çoklu atlamalı aktarım kullanabilen bir OFDMA sistemi için tek kaynak, çok sayıda aktarıcı, tek alıcı için özkaynak tahsisi problemine bir yaklaşım da (KIM et al., 2008)'de ele alınmıştır. Burada yarı çift yönlü gönderi varsayımı altında, çapraz katman eniyilemesi problemi ağ topolojisi, link hızları, çizelgeleme gibi daha çok ağ katmanı parametreleri göz önüne alınarak Lagrange eniyileme yöntemi ile çözülmüştür. OFDMA kullanan hücresel ağlar baz istasyonlarının işbirliğine dayalı bir protokolda, güç kontrolü teknikleri farklı çizelgeleme metodları için (PISCHELLA & Belfiore, 2008b)'de elde edilmiştir. Burada, işbirliği stratejisi olarak dik olmayan yükselt iletin (NAF) kullanılması öngörülmüştür. Ancak, işbirliği yine tek taraflıdır.

İşbirlikçi OFDMA için kaynak tahsisi ile bütünleşik işbirliği stratejisi tasarımı ilgi çekici bir problemdir, zira alt-taşıyıcıların kanalı dikleştirilmesi, işbirliği protokolünün yapısını belirlemede etkindir. Bu probleme, ücretlendirme ve fayda eniyilemesi tarzında bir yaklaşım Ng ve Yu tarafından verilmiştir (NG & Yu, 2007). Ng ve Yu, fayda fonksiyonu yaklaşımıyla problemi uygulama katmanı ve fiziksel katmanda iki alt probleme indirgeyerek, hem en iyi yönlendiriciyi, hem yükselt-ilet ve çöz-ilet stratejileri arasından en uygununu, hem de her alt-taşıyıcı üzerindeki güç değerlerini eniyileyen çözümler önermişlerdir. Bu çalışma oldukça kapsamlı görünmesine karşın, temel eksikliği yönlendirici seçimi için kaba kuvvet arama yöntemi kullanılması, ve fayda fonksiyonunu da jenerik bir biçimde, belli dışbükeylik varsayımlarını sağlayacak şekilde seçmesidir. Ayrıca, ele alınan problem yine yalnızca tek taraflı yardımlaşmaya izin vermektedir.

Yukarıda kısaca bahsedilen, işbirlikçi kablosuz kanallarda yönlendirici seçimi problemi de başlı başına bir araştırma konusudur. Bu problem OFDMA kullanılmadığı durumda dahi çok çeşitli şekillerde ele alınabilir. Bunlara bir örnek, (LIN et al., 2006)'de kodlamalı işbirliği sistemleri için verilen, çerçeve hata oranı ve ikişerli hata olasılığı parametrelerine bağlı olarak tanımlanan kullanıcı işbirliği kazancına bağlı bir yönlendirici/işbirlikçi

ortak seçimidir. Burada, evrimsel kodlama, ve BPSK kiplemesi kullanılarak, mesafeye bağlı bir işbirliği stratejisi de önerilmiştir. Yine, OFDMA kullanılmayan, basit yükselt-ilet ve çöz-ilet stratejilerinin ele alındığı, fakat bu kez tek taraflı bir işbirliği sistemi için, güç eniyilemesine bağlı ortak seçimi konusu (MAHINTHAN et al., 2008)'de irdelenmiştir. Bu çalışmadaki amaç ise, işbirliğine katılan kaynak ve yönlendirici çiftinin toplam gönderi enerjisini en aza indirmektir.

İşbirlikçi iletişimde ortak seçimi problemi, OFDMA kullanıldığında çok daha fazla esneklik kazanmaktadır, çünkü artık her alt taşıyıcının farklı bir gönderici/yönlendirici çifti için daha avantajlı olma ihtimali ortaya çıktığından, alt taşıyıcı bazında bir ortak seçimi yaklaşımı dahi yapılabilir. Dai, Gui ve Cimini, son dönemde yaptıkları bir seri çalışmada, sırasıyla ikili atlamalı ve çoklu atlamalı OFDMA kullanan işbirlikçi iletişimde seçici yönlendirme problemi ile, ikili atlamalı kanalda alt-taşıyıcı permütasyonu yöntemlerini önermişlerdir (DAI et al., 2007; GUI & Cimini, 2008; GUI et al., 2008). Bu çalışmalar, her alt-taşıyıcının farklı bir işbirliği için kullanılabileceği duruma güzel birer örnek teşkil etmektedir. Ancak, bu çalışmalarda da adanmış kaynak ve yönlendirici çiftleri var olduğu varsayımı yapıldığından, karşılıklı bir işbirliği söz konusu değildir. Tek kaynak, tek alıcı, ve çok sayıda yönlendirici olduğu durumda yükselt ve ilet stratejisi altında yönlendirici ve alt-taşıyıcı tahsisi problemi, (KANEKO et al., 2008)'de de ele alınmış, bu sistem için kesinti olasılığı üst limitlerinin benzetimi yapılarak, "ortalamada en iyi yönlendirici seçimi" tekniğinin, pratik uygulamada en uygun yöntem olduğu sonucuna varılmıştır. Son olarak, tümleşik alt-taşıyıcı eşleştirme ve güç dağılımı konusu, her alt taşıyıcının yalnız bir kullanıcıda kullanılması kısıtı altında (WANG et al., 2008)'de işlenmiştir. Burada, çöz-ilet yapısı kullanan işbirliğinin iki ayağında alt-taşıyıcılar üzerindeki kanal katsayılarının birleştirilerek, eşdeğer bütünsel bir kanal katsayısı elde edilmesi ile, en iyi eşleştirme, düşük karmaşıklıkla bir yöntemle elde edilmiştir.

Sonuç olarak, OFDMA için güç kontrolü ve alt-taşıyıcı dağılımı, işbirlikçi iletişimde güç kontrolü, karşılıklı işbirlikçi iletişimde yönlendirici seçimi, tek taraflı işbirlikçi OFDMA'da özkaynak tahsisi gibi konularda çok yakın zamanlarda yapılmış pek çok çalışma bulunmaktadır. Ancak, (WILLEMS et al., 1983; SENDONARIS et al., 2003) gibi kaynaklarda ele alınan, çöz-ilet stratejisine dayanan karşılıklı işbirliği durumunda, OFDMA kullanıldığında işbirlikçi protokollerin alt-taşıyıcıların sinyalleri dikleştirdiği de göz önüne alınarak yeniden tasarlanması, erişilebilir hızları birlikte eniyileyen alt-taşıyıcı ve güç dağılımlarının bulunması, birden fazla kullanıcı olduğu durumda alt-taşıyıcılar üzerinden karşılıklı işbirlikçi ortak seçimi problemleri ele alınmamıştır. OFDMA'nın getirdiği temel avantajlardan biri, farklı taşıyıcılar üzerinde eş zamanlı olarak gönderi yapılabilmesi olduğundan, bu ortama

erişim tekniğinin, işbirliği stratejilerinin çeşitliliği konusunda yeni imkanlar ortaya çıkaracağı görülmektedir. Bu iş paketinde, bahsi geçen bu problemler üzerine yoğunlaşmış, ve çözümler üretilmiştir.

Bu iş paketinde yapılan çalışmaların temel amacı, OFDMA kullanan sistemler için işbirliği yöntemleri geliştirerek, ergodik erişilebilir veri hızlarını hesaplamak, ve güç ve alt-taşıyıcı gibi kaynakların tahsisi ile bu hızları en üst seviyeye çıkarmaktır. Bu doğrultuda ele aldığımız, birbirleri ile ilintili 4 temel problem, ve elde edilen çıktılar, aşağıda kısaca özetlenmiştir:

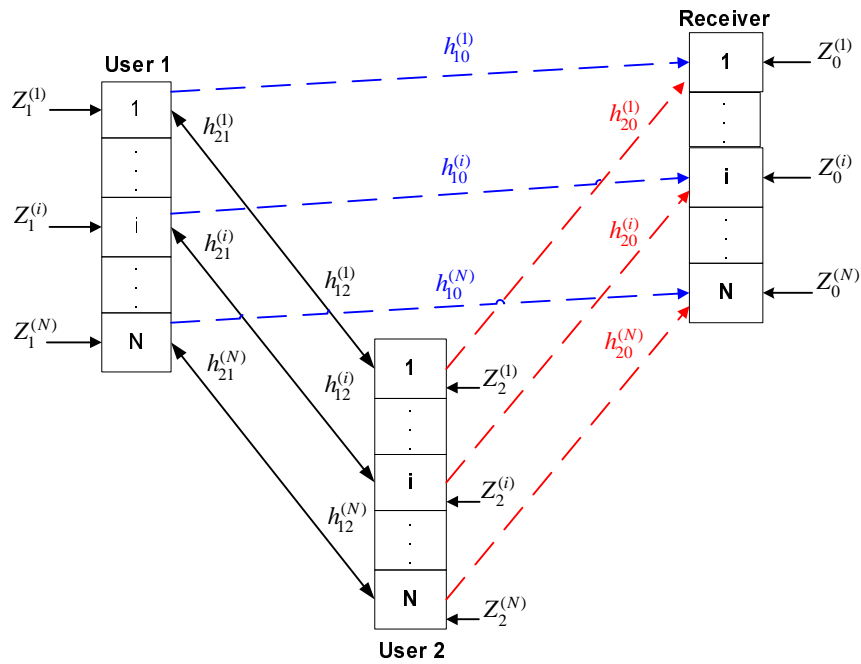
- “İş Paketi 2.2: İşbirlikçi OFDMA için dik olmayan kodlama ve kodçözme yapıları ile veri hızı denklemlerinin oluşturulması” kapsamında, (SENDONARIS et al., 2003)’da belirtilen kodlama/kodçözme yöntemleri, OFDMA kullanılan kanallara, altkanal içi ve altkanallar arası işbirlikçi kodlama adı verilen iki özgün yöntem geliştirilmesi ile genellenmiş, ve karşılık gelen veri hızı kısıtları için ifadeler elde edilmiştir. Bu iş paketinin sonuçları IEEE Globecom 2010 konferansında yayınlanmıştır (BAKIM & Kaya, 2010), ve IEEE Transactions on Wireless Communications dergisinde yayınlanmak üzere kabul edilmiştir (BAKIM & Kaya, 2011a).
- “İş paketi 2.3: Blok Markov işbirlikçi kodlama kullanan sistem için güç eniyilemesi” kapsamında, Karush-Kuhn-Tucker koşulları kullanılarak, en iyi güç dağılımı politikasının sağlanması gereken kısıtlar elde edilmiştir. Erişilebilir veri hızı bölgesi üzerindeki herhangi bir noktanın analitik olarak enbüyüklenmesi probleminde, en iyi güç değerlerinin birbirleri cinsinden kapalı formdaki ifadeleri bulunmuştur. En iyi güç dağılımını elde eden, ve en iyi değere yakınsarlığı kesin ve oldukça hızlı olan bir dögüsel algoritma geliştirilmiştir, ve sonuç olarak elde edilen güç dağılımları irdelenmiştir. Yine alternatif bir çözüm olarak geliştirilmesi öngörülen, ve en iyi güç değerlerini elde eden ‘subgradient’ algoritması da tamamlanmış, ve veri hızını eniyileyen dögüsel algoritmamızın sonuçlarını doğrulamak amacıyla kullanılmıştır. Sonuçta elde edilen eniyilenmiş erişilebilir veri hızı bölgesi, güç kontrolü olmayan duruma göre son derece yüksek bir kazanç olduğunu göstermektedir. Elde edilen sonuçları içeren bir konferans bildirisi Aralık 2011’de Houston, Texas’ta yapılacak olan IEEE Globecom Multicell Cooperation Workshop’una kabul edilmiştir (BAKIM & Kaya, 2011b). Ayrıca daha ayrıntılı sonuçları içeren bir makale, IEEE Transactions on Wireless Communications dergisine gönderilmek üzere hazırlanmıştır (BAKIM & Kaya, 2011c).
- “İş paketi 2.4: Sabit alt-taşıyıcı tahsisi kullanan işbirlikçi OFDMA sistemi için güç kontrolü, alt-taşıyıcı ve güçlerin birlikte eniyilenmesi” konusunda, alt taşıyıcıların kanalların ortalama durumlarına göre baştan tahsis edildiği yarı çift zamanlı bir işbirliği protokolü

geliştirilmiş, erişilebilir veri hızları, altkanallar arası işbirliğinin özel bir durumu olarak formüle edilmiş, ve benzetimleri farklı sönümlenme dağılımları için yapılmıştır. Bu aşamanın sonuçları, İş Paketi 2.2 konusundaki tüm sonuçlarımızla birlikte, IEEE Transactions on Wireless Communications dergisinde yayınlanmak üzere kabul edilen makalemize dahil edilmiştir (BAKIM & Kaya, 2011a).

- “İş paketi 2.5: Çok kullanıcı sistemlerde işbirlikçi ortak seçimi” konusunda, kullanıcılar ve alıcının tek boyutlu (doğrusal) bir dizilimde oldukları durumlar ile iki boyutlu bir düzlemde belli dizilimlerde buldukları durumlar için toplam ortalama veri hızını eniyileyen ortak seçimi, öncelikle kaba kuvvet benzetimler yolu ile, kanala uyarlanmayan güç dağılımları için bulunmuş, ve kullanıcılar arasındaki uzaklığın ve kullanıcı-alıcı uzaklıklarının en verimli iş birliği politikasını büyük ölçüde dikte ettiği gözlemlenmiştir. Daha sonra, en iyi güç dağılımı sonucunda elde edilen veri hızı çiftlerinden de yararlanılarak, herhangi bir sayıda kullanıcıya sahip bir OFDMA sisteminde, en iyi ikişerli grıplama algoritması, çizge kuramından enbüyük ağırlıklı eşleştirme (maximum weighted matching) problemine dönüştürülmüş, ve problemi polinom zamanda çözen optimal algoritma geliştirilmiştir. Bunun yanı sıra, sadece kullanıcılar arası uzaklıklara dayalı buluşsal algoritmalar da önerilmiş, ve bunlardan son derece basit görünen bir tanesinin, en iyiye çok yakın sonuçlar verdiği gösterilmiştir. Bu iş paketinin sonuçları, IEEE WCNC 2012 konferansına bir bildiri olarak gönderilmiştir (BAKŞİ et al., 2011)

Bu iş paketi kapsamında gerçekleştirilen çalışmalar sonucunda, tam zamanlı olarak çalışması nedeniyle projeden desteklenmeyen, fakat iş paketleri 2.2-2.4 üzerinde çalışan doktora öğrencimiz Sezi Bakım’ın doktora tezi başarıyla tamamlanmış (BAKIM, 2011), projenin son bir yılında bursiyer olarak desteklenen Saygın Bakşı’nin yüksek lisans tezinin önemli bir bölümü, iş paketi 2.5’te ele alınan konular çerçevesinde oluşmuştur.

Bu bölümün geri kalanı şöyle düzenlenmiştir. Bölüm 3.2’de, projenin bütününde kullandığımız ana model olan iki kullanıcı OFDMA modeli sunulacaktır. Bölüm 3.3’te iş paketi 2.2 ve iş paketi 2.4 kapsamında elde edilen erişilebilir veri hızlarının denklemleri, ve bunların benzetim sonuçları verilecektir. Bölüm 3.4’te işbirlikçi OFDMA için güç eniyilemesi probleminin çözümü sunulacak, ve en iyi güç dağılımının özellikleri tartışılacaktır. Bölüm 3.6’te işbirlikçi ortak seçimi konusundaki sonuçlarımız anlatılacaktır. Bölüm 3.7’de ise yapılmış olan çalışmaların sonuçları özetlenecektir.



Şekil 3.1. Gauss gürültülü ve sönümlenen işbirlikçi OFDMA kanalı (BAKIM & Kaya, 2011a).

3.2. Sistem Modeli

Tüm iş paketinde ele alınan problemler için temel oluşturan, N adet alt taşıyıcı içeren, Gauss gürültüye ve sönümlenmeye maruz kalan bir OFDMA sistemi için kanal modeli Şekil 1'de gösterilmiş olup, aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$Y_0^{(i)} = h_{10}^{(i)} X_1^{(i)} + h_{20}^{(i)} X_2^{(i)} + Z_0^{(i)}, \quad (3.1)$$

$$Y_1^{(i)} = h_{21}^{(i)} X_2^{(i)} + Z_1^{(i)}, \quad (3.2)$$

$$Y_2^{(i)} = h_{12}^{(i)} X_1^{(i)} + Z_2^{(i)}, \quad (3.3)$$

Burada $X_k^{(i)}$, k numaralı gönderici tarafından i . alt taşıyıcıda oluşturulan kod sözcüğünü, $Z_k^{(i)}$, k numaralı kullanıcıda i . alt taşıyıcıda sinyale eklenen beyaz Gauss gürültüsünü, $h_{kj}^{(i)}$ ise k ile j numaralı kullanıcılar arasındaki i . alt taşıyıcıdaki frekansta sabit sönümlenme değerini temsil etmektedir. $k = \{0, 1, 2\}$ 'den biri olup, $k = 0$ alıcıya karşılık gelmektedir. $i = 1, \dots, N$ ile alt taşıyıcılar gösterilmektedir.

Bazı eniyi güç değerleri, ikinci derece (quadratic) denklemlerin negatif olmayan kökleri olduğundan dolayı, eniyi güç tahsisinde sıkça kullanacağımız bir fonksiyonu şöyle

tanımlayalım:

$$f(a, b, c) = \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)^+ . \quad (3.4)$$

3.3. İş Paketleri 2.2: İşbirlikçi OFDMA için Kodlama Teknikleri ve Veri Hızları

Bölüm 3.2’de verilen sistemde, kanal kodlaması için ele alınabilecek basit bir yöntem, skaler kanallarda kullanılan blok Markov bindirmeli kodlama yönteminin (SENDONARIS et al., 2003) alt taşıyıcılar bazında OFDMA’e uyarlanması ile elde edilebilecek yöntem olmakla birlikte, OFDMA’in beraberinde getirdiği çeşitlilikten tam anlamıyla yararlanmak için, daha özgün yöntemlere ihtiyaç vardır. Aşağıdaki bölümlerde, önce basit bir işbirliği stratejisi önerecek, daha sonra ise altkanallar tarafından sağlanan frekanstaki çeşitlilikten kazanç sağlayan daha kapsamlı işbirliği stratejileri geliştireceğiz. Ancak öncelikle, tüm işbirliği stratejilerine ortak olan mesaj oluşturma aşamasını ele almamız gereklidir.

3.3.1. 2-Kullanıcı İşbirlikçi OFDMA Sistemde Kullanıcı Mesajlarının oluşturulması

Her kullanıcının mesajları, N tane alt taşıyıcı üzerinden gönderilmek üzere, aşağıda anlatıldığı şekilde, $2N$ tane alt mesaja $\left\{ w_{k0}^{(i)}, w_{kj}^{(i)} \right\}_{i=1}^N$ ayrılır.

Kullanıcı 1’in mesajları iki alt mesaja, w_{12} ve w_{10} olarak ayrılır. w_{12} , kullanıcı 2 ve alıcı tarafından alınıp çözülmesi, w_{10} , alıcı tarafından alınıp çözülmesi için gönderilir. Bu mesajlar, ayrıca N alt taşıyıcıda taşınmak üzere N alt mesaja bölünür. Kullanıcı 1’in alt mesajları ve veri hızları şöyledir:

- Alt mesaj $w_{12} = \left\{ w_{12}^{(1)}, \dots, w_{12}^{(N)} \right\}$, kullanıcı 2 ve alıcı tarafından alınıp çözülmek üzere gönderilir. Bu alt mesajlara ait, her bir alt taşıyıcıdaki veri hızları $\left\{ R_{12}^{(1)}, \dots, R_{12}^{(N)} \right\}$ ile verilir.
- Alt mesaj, $w_{10} = \left\{ w_{10}^{(1)}, \dots, w_{10}^{(N)} \right\}$, alıcı tarafından alınıp çözülmek üzere gönderilir. Bu alt mesajlara ait, her bir alt taşıyıcıdaki veri hızları $\left\{ R_{10}^{(1)}, \dots, R_{10}^{(N)} \right\}$ ile verilir.

Benzer şekilde kullanıcı 2'nin mesajları da iki alt mesaja, w_{12} ve w_{10} ayrılır. w_{21} kullanıcı 1 ve alıcı tarafından alınıp çözülmesi, w_{20} alıcı tarafından alınıp çözülmesi için gönderilir. Bu mesajlar, ayrıca N alt taşıyıcıda taşınmak üzere N alt mesaja bölünür. Kullanıcı 2'nin alt mesajları ve veri hızları şöyledir:

- Alt mesaj, $w_{21} = \{w_{21}^{(1)}, \dots, w_{21}^{(N)}\}$, kullanıcı 1 ve alıcı tarafından alınıp çözülmek üzere gönderilir. Bu alt mesajlara ait, her bir alt taşıyıcıdaki veri hızları $\{R_{21}^{(1)}, \dots, R_{21}^{(N)}\}$ ile verilir.
- Alt mesaj, $w_{20} = \{w_{20}^{(1)}, \dots, w_{20}^{(N)}\}$, alıcı tarafından alınıp çözülmek üzere gönderilir. Bu alt mesajlara ait, her bir alt taşıyıcıdaki veri hızları $\{R_{20}^{(1)}, \dots, R_{20}^{(N)}\}$ ile verilir.

Takip eden bölümlerde irdelenen kodlama yöntemleri, bu mesaj oluşturma yapısına göre tasarlanmıştır.

3.3.2. Altkanal içi işbirlikçi kodlama

Bu teknik, (WILLEMS et al., 1983; SENDONARIS et al., 2003; KAYA & Ulukus, 2007) referanslarında skaler kanallar için kullanılan Blok Markov kodlamasının her alt taşıyıcıda bağımsız olarak kullanılacak şekilde direkt olarak genellenmesi ile elde edilmektedir. Buna göre, gönderilen kod sözcükleri $X_k^{(i)}$,

$$X_k^{(i)} = \sqrt{p_{k0}^{(i)}(\mathbf{h})}X_{k0}^{(i)} + \sqrt{p_{kj}^{(i)}(\mathbf{h})}X_{kj}^{(i)} + \sqrt{p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{h})}U_k^{(i)} \quad k, j \in \{1, 2\}, \quad k \neq j \quad (3.5)$$

ile gösterilir. Kullanıcının kod sözcüğünü oluşturan üç bileşen sırasıyla, i . alt taşıyıcıda sadece alıcıda çözülmeye yönelik olarak oluşturulan $X_{k0}^{(i)}$, i . alt taşıyıcıda diğer kullanıcı ile ortak bilgi oluşturmak amacıyla gönderilen $X_{kj}^{(i)}$, ve i . alt taşıyıcıda önceki gönderi bloğunda oluşturulmuş ortak bilgiyi alıcıya ikinci kullanıcı ile birlikte evreyumlu olarak iletmeye yarayan işbirliği sinyali $U^{(i)}$ 'dur. Bu sinyallerinin her biri sistemdeki kanal değerlerinin (\mathbf{h}) birer fonksiyonu olan güç değerleri ile çarpılmakta, ve üst üste bindirilerek gönderilmektedir. Bu vektör modelde, göndericiler b numaralı bloktaki mesajlarını ($b \in \{1, \dots, B\}$) bir önceki bölümde anlatıldığı gibi $w_k(b) = \left\{ \{w_{k0}^{(i)}(b), w_{kj}^{(i)}(b)\} \right\}_{i=1}^N$ olarak parçalara bölmüş olsun. Her i için karşılık gelen mesaj çifti i numaralı alt taşıyıcı üzerinden, (3.5)-(3.8) denklemleri ile verilen kodlamaya tabi tutularak gönderilebilir. OFDMA'nın dik yapısı sayesinde, her alt taşıyıcıdaki gönderi, diğerlerine paralel bir kanaldan gideceğin-

den, gönderiler birbirlerine karışım yaratmayacaktır.

$$X_{k0}^{(i)} \left(w_{k0}^{(i)}(b), w_{kj}^{(i)}(b-1), w_{jk}^{(i)}(b-1) \right), \quad (3.6)$$

$$X_{kj}^{(i)} \left(w_{kj}^{(i)}(b), w_{kj}^{(i)}(b-1), w_{jk}^{(i)}(b-1) \right), \quad (3.7)$$

$$U^{(i)} \left(w_{kj}^{(i)}(b-1), w_{jk}^{(i)}(b-1) \right). \quad (3.8)$$

Kod sözcükleri, aynı zamanda aşağıdaki gibi bir ortalama güç kısıtına tabidir:

$$\sum_i E \left[p_{k0}^{(i)}(\mathbf{h}) + p_{kj}^{(i)}(\mathbf{h}) + p_{uk}^{(i)}(\mathbf{h}) \right] = \sum_i E \left[p_k^{(i)}(\mathbf{h}) \right] \leq \bar{p}_k, \quad k = 1, 2. \quad (3.9)$$

Altkanal içi işbirlikçi kodlama ile erişilebilecek veri hızları, paralel Gauss kanallarında gönderilen bağımsız mesajlara ait veri hızlarının toplanır olduğu gerçeğinden hareketle şöyle bulunur:

$$R_1 < \sum_n E \left[\log \left(1 + \frac{h_{12}^{(n)} p_{12}^{(n)}(\mathbf{h})}{h_{12}^{(n)} p_{10}^{(n)}(\mathbf{h}) + \sigma_2^{(n)2}} \right) + \log \left(1 + \frac{h_{10}^{(n)} p_{10}^{(n)}(\mathbf{h})}{\sigma_0^{(n)2}} \right) \right] \quad (3.10)$$

$$R_2 < \sum_n E \left[\log \left(1 + \frac{h_{21}^{(n)} p_{21}^{(n)}(\mathbf{h})}{h_{21}^{(n)} p_{20}^{(n)}(\mathbf{h}) + \sigma_1^{(n)2}} \right) + \log \left(1 + \frac{h_{20}^{(n)} p_{20}^{(n)}(\mathbf{h})}{\sigma_0^{(n)2}} \right) \right] \quad (3.11)$$

$$R_1 + R_2 < \sum_n \min \left\{ E \left[\log \left(1 + \frac{h_{10}^{(n)} p_{10}^{(n)}(\mathbf{h}) + h_{20}^{(n)} p_{20}^{(n)}(\mathbf{h}) + 2\sqrt{h_{10}^{(n)} h_{20}^{(n)} p_{u1}^{(n)}(\mathbf{h}) p_{u2}^{(n)}(\mathbf{h})}}{\sigma_0^{(n)2}} \right) \right], \right. \\ E \left[\left(1 + \frac{h_{21}^{(n)} p_{21}^{(n)}(\mathbf{h})}{h_{21}^{(n)} p_{20}^{(n)}(\mathbf{h}) + \sigma_1^{(n)2}} \right) + \log \left(1 + \frac{h_{12}^{(n)} p_{12}^{(n)}(\mathbf{h})}{h_{12}^{(n)} p_{10}^{(n)}(\mathbf{h}) + \sigma_2^{(n)2}} \right) \right] \\ \left. + E \left[\log \left(1 + \frac{h_{10}^{(n)} p_{10}^{(n)}(\mathbf{h}) + h_{20}^{(n)} p_{20}^{(n)}(\mathbf{h})}{\sigma_0^{(n)2}} \right) \right] \right\}. \quad (3.12)$$

Yukarıdaki kısıtlardan görüleceği üzere, toplam veri hızı için sağlanması gereken kısıt her alt taşıyıcıda bir minimum işlemi yapılmasını gerektirmektedir, ve OFDMA tarafından sağlanabilecek çeşitleme kazancından tam olarak yararlanılmasına engel olmaktadır. Bu nedenle, her bir alt taşıyıcı üzerinde, kullanıcı-kullanıcı ve kullanıcı alıcı linklerinde

aynı alt mesajların gönderilmesi zorunluluğunu ortadan kaldırmaya yönelik olarak tasarladığımız altkanallar arası işbirlikçi kodlama, bir sonraki bölümde ele alınmaktadır.

3.3.3. Altkanallar arası işbirlikçi kodlama

Bu bölümde, 2-kullanıcı işbirlikçi OFDMA sistemi için kanal kodlaması aşamasında Bölüm 3.3.1'de oluşturulan kullanıcı alt mesajlarına ilave olarak, kullanıcı mesajlarının işbirliği aşamasında alt taşıyıcılara yeni baştan bölüştürülmesi önerilmektedir. Bu sayede, (3.12) kısıtındaki minimum işleminin toplamın dışına alınabileceği gösterilecektir.

Altkanal içi işbirlikçi kodlama, her bir alt taşıyıcıda alınan $\hat{w}_{kj}^{(i)'}$ işbirlikçi mesajının, yine aynı alt taşıyıcı üzerinden gönderilmesini öngörmektedir (' bir önceki blokta alınan mesajı göstermektedir). Öte yandan, 2-kullanıcı işbirlikçi OFDMA sistemde, herhangi bir alt taşıyıcıda alınan $\hat{w}_{kj}^{(i)'}$ işbirlikçi mesajı, o anki kanal değerlerine göre alınan alt taşıyıcıdan farklı bir alt taşıyıcı üzerinden kısmen ya da tamamen tekrar gönderilebilir. Bunun da ötesinde, kullanıcıların esas amacı \hat{w}'_{kj} mesajını çözmek ve yeniden kodlamak olduğundan, yeniden kodlama aşamasında önceki bloktaki mesaj bölümlenmesine sadık kalınmaksızın, \hat{w}'_{kj} farklı veri hızlarına sahip yeni alt mesajlara bölünebilir. Bu durumda, kullanıcı 1'in yeniden düzenlenmiş işbirlikçi mesajları ve veri hızları şöyle olacaktır:

- Alt mesaj w'_{12} ; $w'_{12} = \{v_{12}^{(1)}, \dots, v_{12}^{(N)}\}$ şeklinde alt mesajlara bölünür ve bu alt mesajlar alıcı tarafından alınıp çözülmek üzere gönderilir. Bu alt mesajlara ait, her bir alt taşıyıcıdaki veri hızlarını $\{R'_{12}^{(1)}, \dots, R'_{12}^{(N)}\}$ ile gösterebiliriz.

Kullanıcı 2'ye ait yeniden düzenlenmiş işbirlikçi mesajlar ve veri hızları şöyle olacaktır:

- Alt mesaj w'_{21} ; $w'_{21} = \{v_{21}^{(1)}, \dots, v_{21}^{(N)}\}$, şeklinde alt mesajlara bölünür ve bu alt mesajlar alıcı tarafından alınıp çözülmek üzere gönderilir. Bu alt mesajlara ait, her bir alt taşıyıcıdaki veri hızlarını $\{R'_{21}^{(1)}, \dots, R'_{21}^{(N)}\}$ ile gösterebiliriz.

Bundan böyle, her iki durumda, kullanıcıların kendilerine ait olmayıp da kodçözme ile buldukları mesajları, ve bunların yeniden kodlanmış halleri sırasıyla \hat{w}'_{kj} ve $\hat{v}_{kj}^{(i)}$ ile gösterilecektir. Aynı zamanda, yeni işbirliği mesajlarının ($v_{kj}^{(i)}$), önceki blokta alınan işbirlikçi mesajlar, $w_{kj}^{(i)'}$, ile eşlenmesini sağlayan bir tablonun hem her iki kullanıcıda, hem de alıcıda mevcut olacağı varsayılmaktadır.

Bu noktada dikkat edilmesi gereken husus, $\{w_{kj}^{(i)}\}_{i=1}^N$ ve $\{v_{kj}^{(i)}\}_{i=1}^N$, aynı mesajın (w_{kj}) yalnızca farklı tanzimleri olduğu için, her iki mesaj kümesinin toplam veri hızları aynı olması gerektirir:

$$\begin{aligned} 2^{nR_{12}} &= 2^{nR_{12}^{(1)} + \dots + nR_{12}^{(N)}} = 2^{nR'_{12}^{(1)} + \dots + nR'_{12}^{(N)}} , \\ 2^{nR_{21}} &= 2^{nR_{21}^{(1)} + \dots + nR_{21}^{(N)}} = 2^{nR'_{21}^{(1)} + \dots + nR'_{21}^{(N)}} . \end{aligned}$$

Kod Sözcüklerinin Üretimi:

Kullandığımız kod sözcüğü üretim yöntemi, temel olarak WILLEMS et al. (1983)'e dayanmaktadır. Buradaki özgün yaklaşım, kodların üretiminin işbirlikçi OFDMA sistemine uyarlanması ve mesajların, birbirine dik N alt taşıyıcıda gönderilmek üzere N alt mesaja bölünmesidir. Kod sözcükleri şöyle oluşturulmaktadır:

- $2^{n(R'_{12}^{(i)} + R'_{21}^{(i)})}$ adet birbirinden bağımsız, eş dağılımlı $u^{(i)}$ üretelim (her iki kullanıcı tarafından i . alt taşıyıcıda, önceki bloğa ait belirsizliği kaldırmak için gönderilen ortak sözcük). Bunları, $v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}$ mesaj çiftlerine, $u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)})$ kuralı ile atayalım.
- Her $u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)})$ için, $2^{nR_{12}^{(i)}}$ adet birbirinden bağımsız, eş dağılımlı $x_{12}^{(i)}$ üretelim (kullanıcı 1'den, kullanıcı 2'ye ve alıcıya i . alt taşıyıcı üzerinden işbirliği oluşturmak için gönderilmek üzere). Bunları, $w_{12}^{(i)}$ mesajlarına, $x_{12}^{(i)}(w_{12}^{(i)}, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}))$ kuralı ile atayalım.
- Her $u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)})$ için, $2^{nR_{21}^{(i)}}$ adet birbirinden bağımsız, eş dağılımlı $x_{21}^{(i)}$ üretelim (kullanıcı 2'den, kullanıcı 1'e ve alıcıya i . alt taşıyıcı üzerinden işbirliği oluşturmak için gönderilmek üzere). Bunları, $w_{21}^{(i)}$ mesajlarına, $x_{21}^{(i)}(w_{21}^{(i)}, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}))$ kuralı ile atayalım.
- Her $u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)})$ ve $x_{12}^{(i)}(w_{12}^{(i)}, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}))$ için, $2^{nR_{10}^{(i)}}$ adet birbirinden bağımsız, eş dağılımlı $x_{10}^{(i)}$ üretelim (kullanıcı 1 tarafından alıcıya i . alt taşıyıcı üzerinden yeni bilgi olarak gönderilmek üzere). Bunları, $w_{10}^{(i)}$ mesajlarına, $x_{10}^{(i)}(w_{10}^{(i)}, w_{12}^{(i)}, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}))$ kuralı ile atayalım.
- Her $u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)})$ ve $x_{21}^{(i)}(w_{21}^{(i)}, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}))$ için, $2^{nR_{20}^{(i)}}$ adet birbirinden bağımsız, eş dağılımlı $x_{20}^{(i)}$ üretelim (kullanıcı 1 tarafından alıcıya i . alt taşıyıcı üzerinden yeni bilgi olarak gönderilmek üzere). Bunları, $w_{20}^{(i)}$ mesajlarına, $x_{20}^{(i)}(w_{20}^{(i)}, w_{21}^{(i)}, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}))$ kuralı ile atayalım.

Oluşturulan kod sözcüğü kitabı, kullanıcılara gelen mesajları kodlamak için aşağıda anlatıldığı gibi kullanılmaktadır.

Kodlama:

Blok Markov bindirmeli kodlama, altkanal içi işbirlikçi kodlamada olduğu gibi yapılmaktadır:

$$X_k^{(i)} = \sqrt{p_{k0}^{(i)}(\mathbf{h})}X_{k0}^{(i)} + \sqrt{p_{kj}^{(i)}(\mathbf{h})}X_{kj}^{(i)} + \sqrt{p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{h})}U_k^{(i)} \quad (3.13)$$

Burada, $k, j \in \{1, 2\}$, $k \neq j$ kullanıcıları göstermektedir. $X_{k0}^{(i)}$, i . alt taşıyıcıda sadece alıcıda çözülmeye yönelik olarak oluşturulan yeni mesajı, $X_{kj}^{(i)}$, i . alt taşıyıcıda diğer kullanıcı ile ortak bilgi oluşturmak amacıyla gönderilen mesajı, ve $U_k^{(i)}$, i . alt taşıyıcıda önceki gönderi bloğunda oluşturulmuş ortak bilgiyi alıcıya ikinci kullanıcı ile birlikte evreyuymulu olarak iletmeye yarayan işbirliği sinyalinin göstermektedir.

Altkanal içi bindirmeli kodlamadan farklı olarak, kod sözcüklerinin mesajlara atanmasında yeni mesajlar $v_{jk}^{(i)}$ kullanılır. Buna göre, kod sözcüğü bileşenleri, mesajlara şu şekilde atanır:

$$\begin{aligned} X_{k0}^{(i)} & \left(w_{k0}^{(i)}(b), v_{kj}^{(i)}(b-1), v_{jk}^{(i)}(b-1) \right) \\ X_{kj}^{(i)} & \left(w_{kj}^{(i)}(b), v_{kj}^{(i)}(b-1), v_{jk}^{(i)}(b-1) \right) \\ U^{(i)} & \left(v_{kj}^{(i)}(b-1), v_{jk}^{(i)}(b-1) \right) \end{aligned}$$

Blok Markov bindirmeli kodlama yöntemini kullanarak her bir blokta gönderilecek mesajları aşağıdaki gibi oluşturuyoruz.

1. blokta ortak mesaj henüz oluşmadığından bu mesaj çifti $\{1, 1\}$ 'e eşitlenir, ve kodlama buna göre yapılır:

$$x_{10}^{(i)}[1] = x_{10}^{(i)}(w_{10}^{(i)}[1], w_{12}^{(i)}[1], u^{(i)}(1, 1)) \quad (3.14)$$

$$x_{12}^{(i)}[1] = x_{12}^{(i)}(w_{12}^{(i)}[1], u^{(i)}(1, 1)) \quad (3.15)$$

$$u_1^{(i)}[1] = u^{(i)}(1, 1) \quad (3.16)$$

$$x_{20}^{(i)}[1] = x_{20}^{(i)}(w_{20}^{(i)}[1], w_{21}^{(i)}[1], u^{(i)}(1, 1)) \quad (3.17)$$

$$x_{21}^{(i)}[1] = x_{21}^{(i)}(w_{21}^{(i)}[1], u^{(i)}(1, 1)) \quad (3.18)$$

$$u_2^{(i)}[1] = u^{(i)}(1, 1) \quad (3.19)$$

b . blokta, $b = 2, 3, \dots, B$; 1. kullanıcı, $v_{21}^{(i)}[b-1]$ mesajı için $\hat{v}_{21}^{(i)}[b-1]$ şeklinde bir çözülmüş mesaja sahiptir ve 2. kullanıcı, $v_{12}^{(i)}[b-1]$ mesajı için $\hat{v}_{12}^{(i)}[b-1]$ şeklinde bir çözülmüş mesaja sahiptir. Buna göre, kodlama şöyle yapılır:

$$x_{10}^{(i)}[b] = x_{10}^{(i)}(w_{10}^{(i)}[b], w_{12}^{(i)}[b], u^{(i)}(v_{12}^{(i)}[b-1], \hat{v}_{21}^{(i)}[b-1])) \quad (3.20)$$

$$x_{12}^{(i)}[b] = x_{12}^{(i)}(w_{12}^{(i)}[b], u^{(i)}(v_{12}^{(i)}[b-1], \hat{v}_{21}^{(i)}[b-1])) \quad (3.21)$$

$$u_1^{(i)}[b] = u^{(i)}(v_{12}^{(i)}[b-1], \hat{v}_{21}^{(i)}[b-1]) \quad (3.22)$$

$$x_{20}^{(i)}[b] = x_{20}^{(i)}(w_{20}^{(i)}[b], w_{21}^{(i)}[b], u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[b-1], v_{21}^{(i)}[b-1])) \quad (3.23)$$

$$x_{21}^{(i)}[b] = x_{21}^{(i)}(w_{21}^{(i)}[b], u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[b-1], v_{21}^{(i)}[b-1])) \quad (3.24)$$

$$u_2^{(i)}[1] = u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[b-1], v_{21}^{(i)}[b-1]) \quad (3.25)$$

B . blokta $w_{10}^{(i)}[b], w_{12}^{(i)}[b], w_{20}^{(i)}[b], w_{21}^{(i)}[b] = (1, 1, 1, 1)$ olarak seçilir, yani yeni bilgi gönderilmez.

Kodçözme:

Kodçözme için, kullanıcılar her blok sonunda birlikte tipiklik testi (joint typicality check) kullanır, alıcı ise gönderilen mesajları bulmak için geriye dönük kodçözme yöntemini kullanır. Buna göre, alıcı son blok olan B . blokta, $\hat{v}_{21}^{(i)}[B-1]$ ve $\hat{v}_{12}^{(i)}[B-1]$ mesajlarını, yine birlikte tipiklik testi kullanarak seçer. Gönderilen kod sözcükleri, ve kanal dağılımının oluşturması beklenen alınan diziler için tipik küme A_ϵ olsun. Bu durumda, alıcıda, son bloktaki kodçözme, aşağıdaki kuralı sağlayan mesajların aranması yoluyla yapılır.

$$\begin{aligned} & \left\{ \left(u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[B-1], \hat{v}_{21}^{(i)}[B-1]), x_{12}^{(i)}(1, u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[B-1], \hat{v}_{21}^{(i)}[B-1])), \right. \right. \\ & x_{21}^{(i)}(1, u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[B-1], \hat{v}_{21}^{(i)}[B-1])), \\ & x_{10}^{(i)}(1, 1, u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[B-1], \hat{v}_{21}^{(i)}[B-1])), \\ & \left. x_{20}^{(i)}(1, 1, u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[B-1], \hat{v}_{21}^{(i)}[B-1])), y^{(i)}[B] \right) \\ & \in A_\epsilon(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, Y^{(i)}) \quad \forall i, i = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (3.26)$$

$B-1$. blokta, alıcı, çözülmüş olan $\hat{v}_{21}^{(i)}[B-1]$ ve $\hat{v}_{12}^{(i)}[B-1]$ mesajlarına sahiptir. Bu bilgiyi

kullanarak $\hat{v}_{21}^{(i)}[B-2]$, $\hat{v}_{12}^{(i)}[B-2]$, $\hat{w}_{10}^{(i)}[B-1]$ ve $\hat{w}_{20}^{(i)}[B-1]$ mesajlarını bulmaya çalışır.

$$\begin{aligned} & \left\{ \left(u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[B-2], \hat{v}_{21}^{(i)}[B-2]), x_{12}^{(i)}(\hat{w}_{12}^{(i)}[B-1], u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[B-2], \hat{v}_{21}^{(i)}[B-2])), \right. \right. \\ & x_{21}^{(i)}(\hat{w}_{21}^{(i)}[B-1], u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[B-2], \hat{v}_{21}^{(i)}[B-2])), \\ & x_{10}^{(i)}(\hat{w}_{10}^{(i)}[B-1], \hat{w}_{12}^{(i)}[B-1], u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[B-2], \hat{v}_{21}^{(i)}[B-2])), y^{(i)}[B] \\ & \left. x_{20}^{(i)}(\hat{w}_{20}^{(i)}[B-1], \hat{w}_{21}^{(i)}[B-1], u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[B-2], \hat{v}_{21}^{(i)}[B-2])), y^{(i)}[B] \right) \\ & \in A_\varepsilon(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, Y^{(i)}) \quad \forall i, i = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (3.27)$$

Aynı şekilde, b. blokta, $b = 2, 3, \dots, B-2$, alıcı, çözülmüş olan $\hat{v}_{21}^{(i)}[b]$ ve $\hat{v}_{12}^{(i)}[b]$ mesajlarına sahiptir. Bu bilgiyi kullanarak, $\hat{v}_{21}^{(i)}[b-1]$, $\hat{v}_{12}^{(i)}[b-1]$, $\hat{w}_{10}^{(i)}[b]$ ve $\hat{w}_{20}^{(i)}[b]$ mesajlarını bulmaya çalışır.

$$\begin{aligned} & \left\{ \left(u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[b-1], \hat{v}_{21}^{(i)}[b-1]), x_{12}^{(i)}(\hat{w}_{12}^{(i)}[b], u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[b-1], \hat{v}_{21}^{(i)}[b-1])), \right. \right. \\ & x_{21}^{(i)}(\hat{w}_{21}^{(i)}[b], u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[b-1], \hat{v}_{21}^{(i)}[b-1])), \\ & x_{10}^{(i)}(\hat{w}_{10}^{(i)}[b], \hat{w}_{12}^{(i)}[b], u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[b-1], \hat{v}_{21}^{(i)}[b-1])), y^{(i)}[b] \\ & \left. x_{20}^{(i)}(\hat{w}_{20}^{(i)}[b], \hat{w}_{21}^{(i)}[b], u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[b-1], \hat{v}_{21}^{(i)}[b-1])), y^{(i)}[b] \right) \\ & \in A_\varepsilon(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, Y^{(i)}) \quad \forall i, i = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (3.28)$$

Bu işlem her zaman 1. blokta çok basittir, çünkü 1. blokta işbirlikçi mesajlar 1'e eşittir, $(v_{12}^{(i)}[1], v_{21}^{(i)}[1]) = (1, 1)$ (3.14)-(3.15). Yeniden oluşturulmuş olan işbirlikçi mesajlar $(\hat{v}_{kj}^{(i)})$, kullanıcılarda ve alıcıda mevcut bulunan eşleme tablosu aracılığıyla işbirlikçi mesajlara $(\hat{w}_{kj}^{(i)'})$ dönüştürülür.

Hata Olasılığı Hesaplaması:

Kodçözme adımında, eğer çözülen mesajlar ile asıl mesajlar birbirine eşit değilse, yani herhangi bir alt mesaj için $\{\hat{w}_{k0}^{(i)} \neq w_{k0}^{(i)}\}$ ya da, $\{\hat{w}_{kj}^{(i)} \neq w_{kj}^{(i)}\}$ ise, bir hata oluşmuştur. Ortalama hata olasılığı aşağıdaki şekilde hesaplanır (burada, alıcının $\hat{v}_{kj}^{(i)}$ mesajlarını

bilmesi durumunda, karşılık gelen $\hat{w}_{kj}^{(i)}$ mesajlarını da bileceğine dikkat ediniz):

$$\overline{P_e^B} = \overline{Pr} \left\{ \bigcup_{i=1}^N \left[\bigcup_{b=1}^{B-1} \left(\hat{w}_{12b}^{(i)} \neq w_{12b}^{(i)} \cup \hat{w}_{21b}^{(i)} \neq w_{21b}^{(i)} \cup \hat{w}_{10b}^{(i)} \neq w_{10b}^{(i)} \cup \hat{w}_{20b}^{(i)} \neq w_{20b}^{(i)} \right) \right] \right\} \quad (3.29)$$

$i = 1, \dots, N$, alt taşıyıcı numarasını, $b = 1, \dots, B - 1$, blok numarasını göstermektedir.

Hata olasılığı hesaplaması için aşağıdaki olayları tanımlayalım.

$E_{bw_{12}}^{(i)}$ olayı, kullanıcı 2'nin i . alt taşıyıcıda, b . blokta, $b = 1 \cdots B - 1$, olası mesajlardan $w_{12}^{(i)}$ mesajına atanan kod sözcüklerinin, alınan dizi ile birlikte tipiklik sağlaması durumunu gösterir.

$$\begin{aligned} E_{bw_{12}}^{(i)} = & \left\{ \left(u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[b-1], v_{21}^{(i)}[b-1]), x_{12}^{(i)}(w_{12}^{(i)}, u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[b-1], v_{21}^{(i)}[b-1])), \right. \right. \\ & x_{21}^{(i)}(w_{21}^{(i)}[b], u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[b-1], v_{21}^{(i)}[b-1])), \\ & \left. x_{20}^{(i)}(w_{20}^{(i)}[b], w_{21}^{(i)}[b], u^{(i)}(\hat{v}_{12}^{(i)}[b-1], v_{21}^{(i)}[b-1])), y_2^{(i)}[b] \right) \\ & \left. \in A_\varepsilon(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_2^{(i)}, Y_2^{(i)}) \quad \forall i, i = 1, \dots, N \right\} \end{aligned} \quad (3.30)$$

$E_{bw_{21}}^{(i)}$ olayı, kullanıcı 1'nin i . alt taşıyıcıda, b . blokta, $b = 1 \cdots B - 1$, olası mesajlardan $w_{21}^{(i)}$ mesajına atanan kod sözcüklerinin, alınan dizi ile birlikte tipiklik sağlaması durumunu gösterir.

$$\begin{aligned} E_{bw_{21}}^{(i)} = & \left\{ \left(u^{(i)}(v_{12}^{(i)}[b-1], \hat{v}_{21}^{(i)}[b-1]), x_{12}^{(i)}(w_{12}^{(i)}[b], u^{(i)}(v_{12}^{(i)}[b-1], \hat{v}_{21}^{(i)}[b-1])), \right. \right. \\ & x_{21}^{(i)}(w_{21}^{(i)}[b], u^{(i)}(v_{12}^{(i)}[b-1], \hat{v}_{21}^{(i)}[b-1])), \\ & \left. x_{10}^{(i)}(w_{10}^{(i)}[b], w_{12}^{(i)}[b], u^{(i)}(v_{12}^{(i)}[b-1], \hat{v}_{21}^{(i)}[b-1])), y_1^{(i)}[b] \right) \\ & \left. \in A_\varepsilon(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_1^{(i)}, Y_1^{(i)}) \quad \forall i, i = 1, \dots, N \right\} \end{aligned} \quad (3.31)$$

$E_{Bv_{12}, v_{21}}^{(i)}$ olayı, alıcının i . alt taşıyıcıda, son blokta, $b = B$, olası mesajlardan $v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}$ mesaj çiftine atanan kod sözcüklerinin, alınan dizi ile birlikte tipiklik sağlaması durumunu

gösterir.

$$\begin{aligned}
E_{Bv_{12},v_{21}}^{(i)} &= \left\{ \left(u^{(i)}(v_{12}^{(i)}[B-1], v_{21}^{(i)}[B-1]), x_{12}^{(i)}(1, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}[B-1], v_{21}^{(i)}[B-1])), \right. \right. \\
&\quad x_{21}^{(i)}(1, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}[B-1], v_{21}^{(i)}[B-1])), \\
&\quad x_{10}^{(i)}(1, 1, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}[B-1], v_{21}^{(i)}[B-1])), \\
&\quad \left. x_{20}^{(i)}(1, 1, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}[B-1], v_{21}^{(i)}[B-1])), y^{(i)}[B] \right) \\
&\in A_\varepsilon(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, Y^{(i)}) \quad \forall i, i = 1, \dots, N \} \quad (3.32)
\end{aligned}$$

$E_{bv_{12},v_{21},w_{10},w_{20}}^{(i)}$ olayı, alıcının i . alt taşıyıcıda, b . blokta, $b = 1 \cdots B - 1$, olası mesajlardan $v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}, w_{10}^{(i)}, w_{20}^{(i)}$ mesajlarına atanan kod sözcüklerinin, alınan dizi ile birlikte tipiklik sağlaması durumunu gösterir.

$$\begin{aligned}
E_{bv_{12},v_{21},w_{10},w_{20}}^{(i)} &= \left\{ \left(u^{(i)}(v_{12}^{(i)}[b-1], v_{21}^{(i)}[b-1]), x_{12}^{(i)}(w_{12}^{(i)}[b], u^{(i)}(v_{12}^{(i)}[b-1], v_{21}^{(i)}[b-1])), \right. \right. \\
&\quad x_{21}^{(i)}(w_{21}^{(i)}[b], u^{(i)}(v_{12}^{(i)}[b-1], v_{21}^{(i)}[b-1])), \\
&\quad x_{10}^{(i)}(w_{10}^{(i)}[b], w_{12}^{(i)}[b], u^{(i)}(v_{12}^{(i)}[b-1], v_{21}^{(i)}[b-1])), \\
&\quad \left. x_{20}^{(i)}(w_{20}^{(i)}[b], w_{21}^{(i)}[b], u^{(i)}(v_{12}^{(i)}[b-1], v_{21}^{(i)}[b-1])), y^{(i)}[b] \right) \\
&\in A_\varepsilon(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, Y^{(i)}) \quad \forall i, i = 1, \dots, N \} \quad (3.33)
\end{aligned}$$

$E_{u_{(1,1)},w_{10},w_{20}}^{(i)}$ olayı, alıcının i . alt taşıyıcıda, ilk blokta, $b = 1$, olası mesajlardan $w_{10}^{(i)}, w_{20}^{(i)}$ mesajlarına atanan kod sözcüklerinin, alınan dizi ile birlikte tipiklik sağlaması durumunu gösterir.

$$\begin{aligned}
E_{u_{(1,1)},w_{10},w_{20}}^{(i)} &= \left\{ \left(u^{(i)}(1, 1), x_{12}^{(i)}(w_{12}^{(i)}[b], u^{(i)}(1, 1)), x_{21}^{(i)}(w_{21}^{(i)}[b], u^{(i)}(1, 1)), \right. \right. \\
&\quad x_{10}^{(i)}(w_{10}^{(i)}[b], w_{12}^{(i)}[b], u^{(i)}(1, 1)), x_{20}^{(i)}(w_{20}^{(i)}[b], w_{21}^{(i)}[b], u^{(i)}(1, 1)), y^{(i)}[b] \left. \right) \\
&\in A_\varepsilon(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, Y^{(i)}) \quad \forall i, i = 1, \dots, N \} \quad (3.34)
\end{aligned}$$

Yukarıda tanımlanan olayları kullanarak, ortalama hata olasılığını şöyle hesaplayabiliriz:

$$\overline{P_e^B} = \overline{Pr} \left\{ \bigcup_{i=1}^N \left[\bigcup_{b=1}^{B-1} \left(\left(E_{bw_{12}}^{(i)} \right)^c \cup \left(E_{bw_{21}}^{(i)} \right)^c \cup \left(\bigcup_{\hat{w}_{12b}^{(i)} \neq w_{12b}^{(i)}} E_{bw_{12}}^{(i)} \right) \cup \left(\bigcup_{\hat{w}_{21b}^{(i)} \neq w_{21b}^{(i)}} E_{bw_{21}}^{(i)} \right) \right) \right] \right\}$$

$$\begin{aligned}
& \cup \left(E_{Bv_{12}, v_{21}}^{(i)} \right)^c \cup \left(\bigcup_{(\hat{v}_{12b}^{(i)}, \hat{v}_{21b}^{(i)}) \neq (v_{12b}^{(i)}, v_{21b}^{(i)})} E_{Bv_{12}, v_{21}}^{(i)} \right) \\
& \cup \bigcup_{b=2}^{B-1} \left(\left(E_{bv_{12}, v_{21}, w_{10}, w_{20}}^{(i)} \right)^c \cup \left(\bigcup_{(\hat{v}_{12b}^{(i)}, \hat{v}_{21b}^{(i)}, \hat{w}_{10b}^{(i)}, \hat{w}_{20b}^{(i)}) \neq (v_{12b}^{(i)}, v_{21b}^{(i)}, w_{10b}^{(i)}, w_{20b}^{(i)})} E_{bv_{12}, v_{21}, w_{10}, w_{20}}^{(i)} \right) \right) \\
& \cup \left(E_{u_{(1,1)}, w_{10}, w_{20}}^{(i)} \right)^c \cup \left(\bigcup_{(\hat{w}_{10}^{(i)}, \hat{w}_{20}^{(i)}) \neq (w_{10}^{(i)}, w_{20}^{(i)})} E_{u_{(1,1)}, w_{10}, w_{20}}^{(i)} \right) \Bigg] \Bigg\} \quad (3.35)
\end{aligned}$$

Olasılıklar için birleşim üst sınırı (union bound) kullanıldığında hata olasılığının üst sınırı aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\begin{aligned}
\overline{P}_e^B & \leq \sum_{i=1}^N \left(\sum_{b=1 \dots B-1} \overline{Pr} \left\{ \left(E_{bw_{12b}}^{(i)} \right)^c \right\} + \sum_{b=1 \dots B-1} \overline{Pr} \left\{ \left(E_{bw_{21b}}^{(i)} \right)^c \right\} \right. \\
& + \sum_{b=1 \dots B-1} \sum_{\hat{w}_{12b}^{(i)} \neq w_{12b}^{(i)}} \overline{Pr} \left\{ E_{bw_{12b}}^{(i)} \right\} + \sum_{b=1 \dots B-1} \sum_{\hat{w}_{21b}^{(i)} \neq w_{21b}^{(i)}} \overline{Pr} \left\{ E_{bw_{21b}}^{(i)} \right\} \\
& + \overline{Pr} \left\{ \left(E_{Bv_{12b}, Bv_{21b}}^{(i)} \right)^c \right\} + \sum_{(\hat{v}_{12b}^{(i)}, \hat{v}_{21b}^{(i)}) \neq (v_{12b}^{(i)}, v_{21b}^{(i)})} \overline{Pr} \left\{ E_{Bv_{12}, Bv_{21}}^{(i)} \right\} \\
& + \sum_{b=2 \dots B-1} \overline{Pr} \left\{ \left(E_{bv_{12b}, bv_{21b}, bw_{10b}, bw_{20b}}^{(i)} \right)^c \right\} \\
& + \sum_{b=2 \dots B-1} \sum_{(\hat{v}_{12b}^{(i)}, \hat{v}_{21b}^{(i)}, \hat{w}_{10b}^{(i)}, \hat{w}_{20b}^{(i)}) \neq (v_{12b}^{(i)}, v_{21b}^{(i)}, w_{10b}^{(i)}, w_{20b}^{(i)})} \overline{Pr} \left\{ E_{bv_{12b}, bv_{21b}, bw_{10b}, bw_{20b}}^{(i)} \right\} \\
& \left. + \overline{Pr} \left\{ \left(E_{u_{(1,1)}, w_{10}, w_{20}}^{(i)} \right)^c \right\} + \sum_{(\hat{w}_{10}^{(i)}, \hat{w}_{20}^{(i)}) \neq (w_{10}^{(i)}, w_{20}^{(i)})} \overline{Pr} \left\{ E_{u_{(1,1)}, w_{10}, w_{20}}^{(i)} \right\} \right) \quad (3.36)
\end{aligned}$$

Ortalama hata olasılığında sınırları hesaplamak için, herhangi bir genelleme kaybı olmadan, $b = 1, \dots, B - 1$ bloklarında ve tüm alt taşıyıcılarda, $\forall i = 1, \dots, N$, aşağıdaki kabulleri yapıyoruz;

$$\begin{aligned}
(v_{12b-1}^{(i)}, v_{21b-1}^{(i)}, w_{12b}^{(i)}, w_{21b}^{(i)}, w_{10b}^{(i)}, w_{20b}^{(i)}) & = (1, 1, 1, 1, 1, 1) \\
(y_b^{(i)}, y_{1b}^{(i)}, y_{2b}^{(i)}) & = (y^{(i)}, y_1^{(i)}, y_2^{(i)})
\end{aligned}$$

Bu durumda, (3.30-3.34) ile verilen olaylar aşağıdakilere dönüşür:

$$E_{w_{12}}^{(i)} = \left\{ \left(u^{(i)}(1, 1), x_{12}^{(i)}(w_{12}^{(i)}[b], u^{(i)}(1, 1)), x_{21}^{(i)}(1, u^{(i)}(1, 1)), x_{20}^{(i)}(1, 1, u^{(i)}(1, 1)), y_2^{(i)} \right) \right. \\ \left. \in A_\varepsilon(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_2^{(i)}, Y_2^{(i)}) \quad \forall i, i = 1, \dots, N \right\} \quad (3.37)$$

$$E_{w_{21}}^{(i)} = \left\{ \left(u^{(i)}(1, 1), x_{12}^{(i)}(1, u^{(i)}(1, 1)), x_{21}^{(i)}(w_{21}^{(i)}, u^{(i)}(1, 1)), x_{10}^{(i)}(1, 1, u^{(i)}(1, 1)), y_1^{(i)} \right) \right. \\ \left. \in A_\varepsilon(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_1^{(i)}, Y_1^{(i)}) \quad \forall i, i = 1, \dots, N \right\} \quad (3.38)$$

$$E_{v_{12}, v_{21}}^{(i)} = \left\{ \left(u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}), x_{12}^{(i)}(1, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)})), x_{21}^{(i)}(1, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)})), \right. \right. \\ \left. \left. x_{10}^{(i)}(1, 1, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)})), x_{20}^{(i)}(1, 1, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)})), y^{(i)} \right) \right. \\ \left. \in A_\varepsilon(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, Y^{(i)}) \quad \forall i, i = 1, \dots, N \right\} \quad (3.39)$$

$$E_{v_{12}, v_{21}, w_{10}, w_{20}}^{(i)} = \left\{ \left(u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}), x_{12}^{(i)}(1, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)})), x_{21}^{(i)}(1, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)})), \right. \right. \\ \left. \left. x_{10}^{(i)}(w_{10}^{(i)}, 1, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)})), x_{20}^{(i)}(w_{20}^{(i)}, 1, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)})), y^{(i)} \right) \right. \\ \left. \in A_\varepsilon(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, Y^{(i)}) \quad \forall i, i = 1, \dots, N \right\} \quad (3.40)$$

$$E_{w_{10}, w_{20}}^{(i)} = \left\{ \left(u^{(i)}(1, 1), x_{12}^{(i)}(1, u^{(i)}(1, 1)), x_{21}^{(i)}(1, u^{(i)}(1, 1)), \right. \right. \\ \left. \left. x_{10}^{(i)}(w_{10}^{(i)}, 1, u^{(i)}(1, 1)), x_{20}^{(i)}(w_{20}^{(i)}, 1, u^{(i)}(1, 1)), y^{(i)} \right) \right. \\ \left. \in A_\varepsilon(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, Y^{(i)}) \quad \forall i, i = 1, \dots, N \right\} \quad (3.41)$$

Yukarıdaki olayları kullanarak aşağıdaki hata olasılığı denklemlerini elde edebiliriz.

$$\overline{P_e^B} \leq \sum_{i=1}^N \left((B-1) \overline{Pr} \left\{ \left(E_{1/w_{12}}^{(i)} \right)^c \right\} + (B-1) \overline{Pr} \left\{ \left(E_{1/w_{21}}^{(i)} \right)^c \right\} + (B-1) \sum_{\hat{w}_{12}^{(i)} \neq 1} \overline{Pr} \left\{ E_{w_{12}}^{(i)} \right\} \right. \\ \left. + (B-1) \sum_{\hat{w}_{21}^{(i)} \neq 1} \overline{Pr} \left\{ E_{w_{21}}^{(i)} \right\} + \overline{Pr} \left\{ \left(E_{(1,1)/v_{12}, v_{21}}^{(i)} \right)^c \right\} + \sum_{(\hat{v}_{12b}^{(i)}, \hat{v}_{21b}^{(i)}) \neq (1,1)} \overline{Pr} \left\{ E_{v_{12}, v_{21}}^{(i)} \right\} \right)$$

$$\begin{aligned}
& + (B-2)\overline{Pr} \left\{ \left(E_{(1,1),1,1/v_{12},v_{21},w_{10},w_{20}}^{(i)} \right)^c \right\} + (B-2) \sum_{(\hat{v}_{12}^{(i)}, \hat{v}_{21}^{(i)}) \neq (1,1), \hat{w}_{10}^{(i)}, \hat{w}_{20}^{(i)}} \overline{Pr} \left\{ E_{v_{12},v_{21},w_{10},w_{20}}^{(i)} \right\} \\
& + (B-2) \sum_{\hat{w}_{10}^{(i)} \neq 1, \hat{w}_{20}^{(i)} \neq 1} \overline{Pr} \left\{ E_{(1,1),w_{10},w_{20}/v_{12},v_{21},w_{10},w_{20}}^{(i)} \right\} \\
& + (B-2) \sum_{\hat{w}_{10}^{(i)} \neq 1} \overline{Pr} \left\{ E_{(1,1),w_{10},1/v_{12},v_{21},w_{10},w_{20}}^{(i)} \right\} \\
& + (B-2) \sum_{\hat{w}_{20}^{(i)} \neq 1} \overline{Pr} \left\{ E_{(1,1),1,w_{20}/v_{12},v_{21},w_{10},w_{20}}^{(i)} \right\} + \overline{Pr} \left\{ \left(E_{(1,1)/w_{10},w_{20}}^{(i)} \right)^c \right\} \\
& + \sum_{\hat{w}_{10}^{(i)} \neq 1, \hat{w}_{20}^{(i)} \neq 1} \overline{Pr} \left\{ E_{w_{10},w_{20}}^{(i)} \right\} + \sum_{\hat{w}_{10}^{(i)} \neq 1} \overline{Pr} \left\{ E_{w_{10},1/w_{10},w_{20}}^{(i)} \right\} \\
& + \left. \sum_{\hat{w}_{20}^{(i)} \neq 1} \overline{Pr} \left\{ E_{1,w_{20}/w_{10},w_{20}}^{(i)} \right\} \right) \tag{3.42}
\end{aligned}$$

Yeterince büyük kod sözcüğü uzunlukları n için, Asymptotic Equipartition Property (AEP) kullanılarak aşağıdaki ortalama olasılık değerleri elde edilir COVER & Thomas (1991); WILLEMS et al. (1983);

$$\begin{aligned}
\overline{Pr} \left\{ \left(E_{1/w_{12}}^{(i)} \right)^c \right\} &\leq \varepsilon \\
\overline{Pr} \left\{ \left(E_{1/w_{21}}^{(i)} \right)^c \right\} &\leq \varepsilon \\
\overline{Pr} \left\{ \left(E_{(1,1)/w_{12},Bw_{21}}^{(i)} \right)^c \right\} &\leq \varepsilon \\
\overline{Pr} \left\{ \left(E_{(1,1),1,1/w_{12},w_{21},w_{10},w_{20}}^{(i)} \right)^c \right\} &\leq \varepsilon \\
\overline{Pr} \left\{ \left(E_{(1,1)/w_{10},Bw_{20}}^{(i)} \right)^c \right\} &\leq \varepsilon
\end{aligned}$$

Kullanıcı 2'nin i . alt taşıyıcıda karar verdiği mesajın, gönderilen mesajdan farklı olmasına karşın birlikte tipiklik yaratması durumunu gösteren $E_{w_{12}}^{(i)}$ olayının ortalama olasılığı (yeterince büyük kod sözcüğü uzunlukları n için);

$$\begin{aligned}
\overline{Pr} \left\{ E_{w_{12}}^{(i)} \right\} &= \sum \left(P(u^{(i)})P(x_{12}^{(i)}|u^{(i)})P(x_{21}^{(i)}|u^{(i)})P(x_2^{(i)}|x_{21}^{(i)}, u^{(i)})P(y_2^{(i)}|x_2^{(i)}, x_{21}^{(i)}, u^{(i)}) \right) \\
&\quad (u^{(i)}, x_{12}^{(i)}, x_{21}^{(i)}, x_2^{(i)}, y_2^{(i)}) \in A_\varepsilon(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_2^{(i)}, Y_2^{(i)}) \quad \forall i, i = 1, \dots, N \\
&\leq 2^{(n(H(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_2^{(i)}, Y_2^{(i)})) + \varepsilon)} \cdot 2^{(-n(H(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_2^{(i)})) - \varepsilon)} \\
&\quad 2^{(-n(H(Y_2^{(i)}|U^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_2^{(i)})) - 2\varepsilon)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 2^{(-n(I(X_{12}^{(i)}, Y_2^{(i)} | X_2^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U^{(i)})) - 4\epsilon)} \\
&= 2^{(-n(I(X_{12}^{(i)}, Y_2^{(i)} | X_2^{(i)}, U^{(i)})) - 4\epsilon)} \quad (w_{12}^{(i)} \neq 1 \text{ ise})
\end{aligned} \tag{3.43}$$

Kullanıcı 1'in i . alt taşıyıcıda, karar verdiği mesajın, gönderilen mesajdan farklı olmasına karşın birlikte tipiklik yaratması durumunu gösteren $E_{w_{21}}^{(i)}$ olayının ortalama olasılığı (yeterince büyük kod sözcüğü uzunlukları n için);

$$\begin{aligned}
\overline{Pr} \{ E_{w_{21}}^{(i)} \} &= \sum \left(P(u^{(i)}) P(x_{12}^{(i)} | u^{(i)}) P(x_{21}^{(i)} | u^{(i)}) P(x_1^{(i)} | x_{12}^{(i)}, u^{(i)}) P(y_1^{(i)} | x_1^{(i)}, x_{12}^{(i)}, u^{(i)}) \right) \\
&\quad (u^{(i)}, x_{12}^{(i)}, x_{21}^{(i)}, x_1^{(i)}, y_1^{(i)}) \in A_\epsilon(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_1^{(i)}, Y_1^{(i)}) \quad \forall i, i = 1, \dots, N \\
&\leq 2^{(n(H(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_1^{(i)}, Y_1^{(i)})) + \epsilon)} \cdot 2^{(-n(H(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_1^{(i)})) - \epsilon)} \\
&\quad 2^{(-n(H(Y_1^{(i)} | U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_1^{(i)})) - 2\epsilon)} \\
&= 2^{(-n(I(X_{21}^{(i)}, Y_1^{(i)} | X_1^{(i)}, X_{12}^{(i)}, U^{(i)})) - 4\epsilon)} \\
&= 2^{(-n(I(X_{21}^{(i)}, Y_1^{(i)} | X_1^{(i)}, U^{(i)})) - 4\epsilon)} \quad (w_{21}^{(i)} \neq 1 \text{ ise})
\end{aligned} \tag{3.44}$$

Alıcının i . alt taşıyıcıda, karar verdiği mesajların, gönderilen mesajlardan farklı olmasına karşın birlikte tipiklik yaratması durumunu gösteren olayların olasılıkları ise şöyledir (yeterince büyük kod sözcüğü uzunlukları n için):

$$\begin{aligned}
\overline{Pr} \{ E_{v_{12}, v_{21}}^{(i)} \} &= \sum \left(P(u^{(i)}) P(x_{12}^{(i)} | u^{(i)}) P(x_{21}^{(i)} | u^{(i)}) P(x_1^{(i)} | x_{12}^{(i)}, u^{(i)}) P(x_2^{(i)} | x_{21}^{(i)}, u^{(i)}) P(y^{(i)}) \right) \\
&\quad (u^{(i)}, x_{12}^{(i)}, x_{21}^{(i)}, x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, y^{(i)}) \in A_\epsilon(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, Y^{(i)}) \quad \forall i, i = 1, \dots, N \\
&\leq 2^{(n(H(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, Y^{(i)})) + \epsilon)} \\
&\quad 2^{(-n(H(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_1^{(i)}, X_2^{(i)})) - \epsilon)} \cdot 2^{(-n(H(Y^{(i)})) - \epsilon)} \\
&= 2^{(-n(I(U^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, X_1^{(i)}, X_2^{(i)}; Y^{(i)})) - 3\epsilon)} \\
&= 2^{(-n(I(X_1^{(i)}, X_2^{(i)}; Y^{(i)})) - 3\epsilon)} \quad \left((v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}) \neq (1, 1) \text{ ise} \right)
\end{aligned} \tag{3.45}$$

$$\begin{aligned}
\overline{Pr} \{ E_{v_{12}, v_{21}, w_{10}, w_{20}}^{(i)} \} &= \overline{Pr} \{ E_{v_{12}, v_{21}}^{(i)} \} \\
&\leq 2^{(-n(I(X_1^{(i)}, X_2^{(i)}; Y^{(i)})) - 3\epsilon)} \quad \left((v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}) \neq (1, 1) \text{ ise} \right)
\end{aligned} \tag{3.46}$$

$$\overline{Pr} \left\{ E_{(1,1), w_{10}, w_{20} / v_{12}, v_{21}, w_{10}, w_{20}}^{(i)} \right\}$$

$$\leq 2^{(-n(I(X_1^{(i)}, X_2^{(i)}; Y^{(i)} | X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U_{(i)})) - 4\varepsilon)} \quad \left(w_{10}^{(i)} \neq 1 \text{ ve } w_{20}^{(i)} \neq 1 \text{ ise} \right) \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} & \overline{Pr} \left\{ E_{(1,1), w_{10}, 1/v_{12}, v_{21}, w_{10}, w_{20}}^{(i)} \right\} \\ & \leq 2^{(-n(I(X_1^{(i)}; Y^{(i)} | X_2^{(i)}, X_{12}^{(i)}, U_{(i)})) - 4\varepsilon)} \quad \left(w_{10}^{(i)} \neq 1 \text{ ise} \right) \end{aligned} \quad (3.48)$$

$$\begin{aligned} & \overline{Pr} \left\{ E_{(1,1), 1, w_{20}/v_{12}, v_{21}, v_{10}, w_{20}}^{(i)} \right\} \\ & \leq 2^{(-n(I(X_2^{(i)}; Y^{(i)} | X_1^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U_{(i)})) - 4\varepsilon)} \quad \left(w_{20}^{(i)} \neq 1 \text{ ise} \right) \end{aligned} \quad (3.49)$$

$$\begin{aligned} \overline{Pr} \left\{ E_{w_{10}, w_{20}}^{(i)} \right\} &= \overline{Pr} \left\{ E_{(1,1), w_{10}, w_{20}/v_{12}, v_{21}, w_{10}, w_{20}}^{(i)} \right\} \\ &\leq 2^{(-n(I(X_1^{(i)}, X_2^{(i)}; Y^{(i)} | X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U_{(i)})) - 4\varepsilon)} \quad \left(w_{10}^{(i)} \neq 1 \text{ ve } w_{20}^{(i)} \neq 1 \text{ ise} \right) \end{aligned} \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned} \overline{Pr} \left\{ E_{w_{10}, 1/w_{10}, w_{20}}^{(i)} \right\} &= \overline{Pr} \left\{ E_{(1,1), w_{10}, 1/v_{12}, v_{21}, w_{10}, w_{20}}^{(i)} \right\} \\ &\leq 2^{(-n(I(X_1^{(i)}; Y^{(i)} | X_2^{(i)}, X_{12}^{(i)}, U_{(i)})) - 4\varepsilon)} \quad \left(w_{10}^{(i)} \neq 1 \text{ ise} \right) \end{aligned} \quad (3.51)$$

$$\begin{aligned} \overline{Pr} \left\{ E_{1, w_{20}/w_{10}, w_{20}}^{(i)} \right\} &= \overline{Pr} \left\{ E_{(1,1), 1, w_{20}/v_{12}, v_{21}, w_{10}, w_{20}}^{(i)} \right\} \\ &\leq 2^{(-n(I(X_2^{(i)}; Y^{(i)} | X_1^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U_{(i)})) - 4\varepsilon)} \quad \left(w_{20}^{(i)} \neq 1 \text{ ise} \right) \end{aligned} \quad (3.52)$$

Ortalama hata olasılığı hesaplamasına, (3.43)-(3.52) denklemlerinin yerleştirilmesi ile aşağıdaki ortalama hata olasılığı denklemini elde ederiz (yeterince büyük kod sözcüğü uzunlukları n için);

$$\begin{aligned} \overline{PB}_e &\leq \sum_{i=1}^N \left[(B-1) \left(\varepsilon + \varepsilon + 2^{(nR_{12}^{(i)})} \cdot 2^{(-n(I(X_{12}^{(i)}, Y_2^{(i)} | X_2^{(i)}, U_{(i)})) - 4\varepsilon)} + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. 2^{(nR_{21}^{(i)})} \cdot 2^{(-n(I(X_{21}^{(i)}, Y_1^{(i)} | X_1^{(i)}, U_{(i)})) - 4\varepsilon)} \right) + \varepsilon + \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 2^{(n(R'_{12}{}^{(i)}+R'_{21}{}^{(i)}))} \cdot 2^{(-n(I(X_1^{(i)}, X_2^{(i)}; Y^{(i)})) - 3\varepsilon)} + \\
& (B - 2) \left(\varepsilon + 2^{(n(R'_{12}{}^{(i)}+R'_{21}{}^{(i)}+R_{10}^{(i)}+R_{20}^{(i)}))} \cdot 2^{(-n(I(X_1^{(i)}, X_2^{(i)}; Y^{(i)})) - 3\varepsilon)} + \right. \\
& 2^{(n(R_{10}^{(i)}+R_{20}^{(i)}))} \cdot 2^{(-n(I(X_1^{(i)}, X_2^{(i)}; Y^{(i)} | X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U^{(i)})) - 4\varepsilon)} + \\
& 2^{(n(R_{10}^{(i)}))} \cdot 2^{(-n(I(X_1^{(i)}; Y^{(i)} | X_2^{(i)}, X_{12}^{(i)}, U^{(i)})) - 4\varepsilon)} + \\
& \left. 2^{(n(R_{20}^{(i)}))} \cdot 2^{(-n(I(X_2^{(i)}; Y^{(i)} | X_1^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U^{(i)})) - 4\varepsilon)} \right) + \\
& \varepsilon + 2^{(n(R_{10}^{(i)}+R_{20}^{(i)}))} \cdot 2^{(-n(I(X_1^{(i)}, X_2^{(i)}; Y^{(i)} | X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U^{(i)})) - 4\varepsilon)} + \\
& 2^{(n(R_{10}^{(i)}))} \cdot 2^{(-n(I(X_1^{(i)}; Y^{(i)} | X_2^{(i)}, X_{12}^{(i)}, U^{(i)})) - 4\varepsilon)} + \\
& \left. 2^{(n(R_{20}^{(i)}))} \cdot 2^{(-n(I(X_2^{(i)}; Y^{(i)} | X_1^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U^{(i)})) - 4\varepsilon)} \right] \tag{3.53}
\end{aligned}$$

2-Kullanıcı İşbirlikçi OFDMA Sistemde Veri Hızı Denklemleri:

Tüm bu olasılık hesapları sonucunda, esas elde edilmek istenen erişilebilir veri hızları, hata olasılığının sıfıra yakınsamasına imkan verecek kısıtların bulunması sonucunda elde edilebilir. Eğer yeterince büyük n için, $R'_{12}{}^{(i)}, R'_{21}{}^{(i)}, R_{12}^{(i)}, R_{21}^{(i)}, R_{10}^{(i)}, R_{20}^{(i)}$, aşağıdaki veri hızı eşitsizliklerini sağarlarsa, ortalama hata olasılığı olarak, $\overline{P_e^B} \leq N(5B - 4)\varepsilon$ elde edilir, ve bu olasılık istenildiği kadar küçük yapılabilir:

$$R_{12}^{(i)} \leq I(X_{12}^{(i)}, Y_2^{(i)} | X_2^{(i)}, U^{(i)}) - 5\varepsilon, \tag{3.54}$$

$$R_{21}^{(i)} \leq I(X_{21}^{(i)}, Y_1^{(i)} | X_1^{(i)}, U^{(i)}) - 5\varepsilon, \tag{3.55}$$

$$R_{10}^{(i)} \leq I(X_1^{(i)}; Y^{(i)} | X_2^{(i)}, X_{12}^{(i)}, U^{(i)}) - 5\varepsilon, \tag{3.56}$$

$$R_{20}^{(i)} \leq I(X_2^{(i)}; Y^{(i)} | X_1^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U^{(i)}) - 5\varepsilon, \tag{3.57}$$

$$R_{10}^{(i)} + R_{20}^{(i)} \leq I(X_1^{(i)}, X_2^{(i)}; Y^{(i)} | X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U^{(i)}) - 5\varepsilon, \tag{3.58}$$

$$R'_{12}{}^{(i)} + R'_{21}{}^{(i)} + R_{10}^{(i)} + R_{20}^{(i)} \leq I(X_1^{(i)}, X_2^{(i)}; Y^{(i)}) - 4\varepsilon, \tag{3.59}$$

$$R_{\text{sum}} \leq \min \sum_{i=1}^N \{((3.54) + (3.55) + (3.58)), (3.59)\}. \tag{3.60}$$

Yukarıda verilen ortak bilgi ifadelerinden hareketle, Gauss dağılımlı kod sözcükleri kullanıldığı varsayımına dayanarak veri hızı kısıtlarını elde edebiliriz. Buna göre, kullanıcı 1'den kullanıcı 2'ye doğru işbirlikçi hattın, i . alt taşıyıcı üzerinden sağladığı veri hızı, $R_{12}^{(i)}$ aşağıdaki şekilde hesaplanabilir;

$$R_{12}^{(i)} \leq I(X_{12}^{(i)}; Y_2^{(i)} | X_2^{(i)}, U^{(i)})$$

$$\begin{aligned}
&= h(Y_2^{(i)}|X_2^{(i)}, U^{(i)}) - h(Y_2^{(i)}|X_{12}^{(i)}, X_2^{(i)}, U^{(i)}) \\
&= h(X_{10}^{(i)} + X_{12}^{(i)} + U^{(i)} + N_2^{(i)}|X_2^{(i)}, U^{(i)}) - h(X_{10}^{(i)} + X_{12}^{(i)} + U^{(i)} + N_2^{(i)}|X_{12}^{(i)}, X_2^{(i)}, U^{(i)}) \\
&= h(X_{10}^{(i)} + X_{12}^{(i)} + N_2^{(i)}|X_2^{(i)}, U^{(i)}) - h(X_{10}^{(i)} + N_2^{(i)}|X_{12}^{(i)}, X_2^{(i)}, U^{(i)}) \\
&= h(X_{10}^{(i)} + X_{12}^{(i)} + N_2^{(i)}) - h(X_{10}^{(i)} + N_2^{(i)}) \\
&= \log \left(h_{12}^{(i)} p_{10}^{(i)} + h_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)} + (\sigma_2^{(i)})^2 \right) - \log \left(h_{12}^{(i)} p_{10}^{(i)} + (\sigma_2^{(i)})^2 \right) \\
&= \log \left(1 + \frac{h_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}}{h_{12}^{(i)} p_{10}^{(i)} + (\sigma_2^{(i)})^2} \right) \tag{3.61}
\end{aligned}$$

Kullanıcı 2'den kullanıcı 1'e doğru işbirlikçi hattın, i . alt taşıyıcı üzerinden sağladığı veri hızı, $R_{21}^{(i)}$ aşağıdaki şekilde hesaplanabilir;

$$\begin{aligned}
R_{21}^{(i)} &\leq I(X_{21}^{(i)}; Y_1^{(i)}|X_1^{(i)}, U^{(i)}) \\
&= h(Y_1^{(i)}|X_1^{(i)}, U^{(i)}) - h(Y_1^{(i)}|X_{21}^{(i)}, X_1^{(i)}, U^{(i)}) \\
&= h(X_{20}^{(i)} + X_{21}^{(i)} + U^{(i)} + N_1^{(i)}|X_1^{(i)}, U^{(i)}) - h(X_{20}^{(i)} + X_{21}^{(i)} + U^{(i)} + N_1^{(i)}|X_{21}^{(i)}, X_1^{(i)}, U^{(i)}) \\
&= h(X_{20}^{(i)} + X_{21}^{(i)} + N_1^{(i)}|X_1^{(i)}, U^{(i)}) - h(X_{20}^{(i)} + N_1^{(i)}|X_{21}^{(i)}, X_1^{(i)}, U^{(i)}) \\
&= h(X_{20}^{(i)} + X_{21}^{(i)} + N_1^{(i)}) - h(X_{20}^{(i)} + N_1^{(i)}) \\
&= \log \left(h_{21}^{(i)} p_{20}^{(i)} + h_{21}^{(i)} p_{21}^{(i)} + (\sigma_1^{(i)})^2 \right) - \log \left(h_{21}^{(i)} p_{20}^{(i)} + (\sigma_1^{(i)})^2 \right) \\
&= \log \left(1 + \frac{h_{21}^{(i)} p_{21}^{(i)}}{h_{21}^{(i)} p_{20}^{(i)} + (\sigma_1^{(i)})^2} \right) \tag{3.62}
\end{aligned}$$

Kullanıcı 1'den ve kullanıcı 2'den alıcıya gönderilen direk hattın, i . alt taşıyıcı üzerinden sağladığı yeni verilerin toplam hızı, $R_{10}^{(i)} + R_{20}^{(i)}$ aşağıdaki şekilde hesaplanabilir;

$$\begin{aligned}
R_{10}^{(i)} + R_{20}^{(i)} &\leq I(X_1^{(i)}, X_2^{(i)}; Y^{(i)}|X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U^{(i)}) \\
&= h(Y^{(i)}|X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U^{(i)}) - h(Y^{(i)}|X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U^{(i)}) \\
&= h(X_{10}^{(i)} + X_{12}^{(i)} + U^{(i)} + X_{20}^{(i)} + X_{21}^{(i)} + U^{(i)} + N_0^{(i)}|X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U^{(i)}) \\
&\quad - h(X_{10}^{(i)} + X_{12}^{(i)} + U^{(i)} + X_{20}^{(i)} + X_{21}^{(i)} + U^{(i)} + N_0^{(i)}|X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U^{(i)}) \\
&= h(X_{10}^{(i)} + X_{20}^{(i)} + N_0^{(i)}|X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U^{(i)}) - h(N_0^{(i)}|X_1^{(i)}, X_2^{(i)}, X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U^{(i)}) \\
&= \log \left((h_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)} + h_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)} + (\sigma_0^{(i)})^2) - \log((\sigma_0^{(i)})^2) \right) \\
&= \log \left(1 + \frac{h_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)} + h_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)}}{(\sigma_0^{(i)})^2} \right) \tag{3.63}
\end{aligned}$$

Kullanıcı 1'e ve kullanıcı 2'ye ait direk hatların, i . alt taşıyıcı üzerinden son blokta gön-

derilen yeni mesajlar ile önceki blokta oluşturulmuş ortak işbirliği mesajları için sağladığı toplam veri hızı, $R'_{12} + R'_{21} + R_{10} + R_{20}$ aşağıdaki şekilde hesaplanabilir;

$$\begin{aligned}
R'_{12} + R'_{21} + R_{10} + R_{20} &\leq I(X_1^{(i)}, X_2^{(i)}; Y^{(i)}) \\
&= h(Y^{(i)}) - h(Y^{(i)} | X_1^{(i)}, X_2^{(i)}) \\
&= h(X_{10}^{(i)} + X_{12}^{(i)} + U^{(i)} + X_{20}^{(i)} + X_{21}^{(i)} + U^{(i)} + N_0^{(i)}) \\
&\quad - h(X_{10}^{(i)} + X_{12}^{(i)} + U^{(i)} + X_{20}^{(i)} + X_{21}^{(i)} + U^{(i)} + N_0^{(i)} | X_1^{(i)}, X_2^{(i)}) \\
&= h(X_{10}^{(i)} + X_{12}^{(i)} + U^{(i)} + X_{20}^{(i)} + X_{21}^{(i)} + U^{(i)} + N_0^{(i)}) - h(N_0^{(i)} | X_1^{(i)}, X_2^{(i)}) \\
&= h(X_{10}^{(i)} + X_{12}^{(i)} + U^{(i)} + X_{20}^{(i)} + X_{21}^{(i)} + U^{(i)} + N_0^{(i)}) - h(N_0^{(i)}) \\
&= \log \left(1 + \frac{h_{10}^{(i)} p_1^{(i)} h_{20}^{(i)} p_2^{(i)} + 2\sqrt{h_{10}^{(i)} h_{20}^{(i)} p_{u_1}^{(i)} p_{u_2}^{(i)}}}{(\sigma_0^{(i)})^2} \right) \tag{3.64}
\end{aligned}$$

Tüm bu işlemler sonucunda, her kullanıcıya ait veri hızları ve 2-kullanımlı işbirlikçi OFDMA sistemin toplam veri hızının tabi olduğu kısıtlar şöyledir:

$$R_1 = R_{10} + R_{12} < \sum_i^N E \left[\log \left(1 + \frac{h_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}(\mathbf{h})}{h_{12}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{h}) + \sigma_2^{(i)2}} \right) + \log \left(1 + \frac{h_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{h})}{\sigma_0^{(i)2}} \right) \right], \tag{3.65}$$

$$R_2 = R_{20} + R_{21} < \sum_i^N E \left[\log \left(1 + \frac{h_{21}^{(i)} p_{21}^{(i)}(\mathbf{h})}{h_{21}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{h}) + \sigma_1^{(i)2}} \right) + \log \left(1 + \frac{h_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{h})}{\sigma_0^{(i)2}} \right) \right], \tag{3.66}$$

$$R_{\text{sum}} = R_1 + R_2 < \min \left\{ \sum_i^N R'_{12} + R'_{21} + R_{10} + R_{20}, \sum_i^N R_{12} + R_{21} + R_{10} + R_{20} \right\}, \tag{3.67}$$

$$\begin{aligned}
&< \min \left\{ \sum_i^N E \left[\log \left(1 + \frac{h_{10}^{(i)} p_1^{(i)}(\mathbf{h}) + h_{20}^{(i)} p_2^{(i)}(\mathbf{h}) + 2\sqrt{h_{10}^{(i)} h_{20}^{(i)} p_{u_1}^{(i)}(\mathbf{h}) p_{u_2}^{(i)}(\mathbf{h})}}{\sigma_0^{(i)2}} \right) \right], \right. \\
&\quad \sum_i^N E \left[\log \left(1 + \frac{h_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}(\mathbf{h})}{h_{12}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{h}) + \sigma_2^{(i)2}} \right) + \log \left(1 + \frac{h_{21}^{(i)} p_{21}^{(i)}(\mathbf{h})}{h_{21}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{h}) + \sigma_1^{(i)2}} \right) \right] \\
&\quad \left. + \sum_i^N E \left[\log \left(1 + \frac{h_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{h}) + h_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{h})}{\sigma_0^{(i)2}} \right) \right] \right\}. \tag{3.68}
\end{aligned}$$

Burada dikkate değer olan bir gözlem, (3.65)-(3.67) ile verilen erişilebilir veri hızı bölgesinin, yöntem 1 kullanılarak elde edilen (3.10)-(3.12) bölgesinden tek farkının, (3.67)

eşitsizliğindeki minimum işleminin alt-taşıyıcıların üzerinden yapılan toplama işleminin dışına çıkmış oluşudur. Önerilen yeni yöntemin esas erişmek istediği sonuç tam da budur: bu sayede, herhangi bir alt taşıyıcı üzerinde kullanıcılar arası linkin ortalamada çok kuvvetli, fakat kullanıcı-alıcı linklerinin buna kıyasla çok zayıf olması durumunda, her iki linkten kötü olanının veri hızını dikte etmesi yerine, kullanıcı-kullanıcı linklerinin tümünün üzerinde oluşturulan ortak bilginin, kullanıcı-alıcı linklerinin yine tümünden alıcıya yardımlaşma yolu ile iletilmesi, ve veri hızı için oluşabilecek darboğazdan kurtulması mümkündür. Her iki işbirliği tekniğine ait benzetim sonuçları (BAKIM & Kaya, 2011a)'da detaylı olarak verilmiş olup, aynı zamanda güç kontrollü sistemlerin veri hızlarıyla kıyaslamalı olarak da takip eden bölümlerde sunulacaktır. Bu bölümün sonuçları, IEEE Globecom 2010 konferansında bir bildiri olarak sunulmuş, ve (BAKIM & Kaya, 2010) ve IEEE Transactions on Wireless Communications dergisinde basılmak üzere kabul edilmiştir (BAKIM & Kaya, 2011a).

3.4. İş Paketi 2.3: İşbirlikçi kodlama kullanan sistem için güç eniyilemesi

Bu iş paketi dahilinde, öncelikle, her iki işbirliği stratejisi için elde edilen veri hızları (3.10)-(3.12) ve (3.65)-(3.67)'den hareketle, bazı kod sözcüklerine tahsis edilecek güçlerin kanala uyarlamalı olarak sıfırlanması gerektiğine işaret eden bir önerme ispat edilecektir:

Önerme 1: Normalize edilmiş kanal kazançları $s_{ij}^{(n)} = h_{ij}^{(n)} / \sigma_j^2$ olarak tanımlansın. Toplam veri hızları (3.12) ve (3.67)'yi maksimum yapacak güç kontrol politikası, $p_i^{*(n)}(\mathbf{h})$ şu yapıda olmalıdır:

$$\text{Durum 1) } p_{10}^{*(n)}(h) = p_{20}^{*(n)}(h) = 0, \text{ eğer } s_{12}^{(n)} > s_{10}^{(n)} \text{ ve } s_{21}^{(n)} > s_{20}^{(n)}$$

$$\text{Durum 2) } p_{10}^{*(n)}(h) = p_{21}^{*(n)}(h) = 0, \text{ eğer } s_{12}^{(n)} > s_{10}^{(n)} \text{ ve } s_{21}^{(n)} \leq s_{20}^{(n)}$$

$$\text{Durum 3) } p_{12}^{*(n)}(h) = p_{20}^{*(n)}(h) = 0, \text{ eğer } s_{12}^{(n)} \leq s_{10}^{(n)} \text{ ve } s_{21}^{(n)} > s_{20}^{(n)}$$

$$\text{Durum 4) } p_{12}^{*(n)}(h) = p_{21}^{*(n)}(h) = 0 \text{ veya } p_{10}^{*(n)}(h) = p_{21}^{*(n)}(h) = 0 \text{ veya } p_{12}^{*(n)}(h) = p_{20}^{*(n)}(h) = 0, \\ \text{eğer } s_{12}^{(n)} \leq s_{10}^{(n)} \text{ ve } s_{21}^{(n)} \leq s_{20}^{(n)}$$

İspat: Bu önermenin ispatı, (BAKIM & Kaya, 2011b)'da detaylı olarak verilmiş olup burada sadece ana hatlarını vurgulamak uygun olacaktır. Her alt taşıyıcıya atanan toplam güçlerin, ve yine her alt taşıyıcıda kullanılan ve işbirliğine adanmış güçler olan $p_{u_1}^{(i)}(\mathbf{h})$ 'in en iyi değerleri biliniyor olsun. Bu durumda, açıktır ki, diğer güçlerin ne şekilde atandığı (3.67) eşitsizliğinde minimum işleminin ilk argümanını, değiştirmez. Bu nedenle, ikinci argümanı enbüyükleyecek güç dağılımını aramak yeterlidir. Fakat, alt taşıyıcılara atanan toplam güçler sabit olduğundan, bu dağılımın alt taşıyıcı bazında en iyi şekilde yapılması, toplam veri hızını da en iyileyecektir. Bu nedenle, önerme altkanallar arası işbirlikçi kodlama altında doğrudur. Altkanal içi işbirlikçi kodlama için ispat, (KAYA & Ulukus, 2007)'teki skaler kanal için yapılan ispatın genellenmesi ile elde edilebilecek olup, detayları yine (BAKIM & Kaya, 2011b)'da sunulmuştur.

Bu önermeden hareketle, eniyileme probleminin yapısı oldukça basitleşmektedir. Yine, elde edilen sonuç kanal durumlarına bağlı olarak seçilen güçlerin, alt taşıyıcıların kullanıcıların mesajlarına ne şekilde atanması gerektiğini dikte etmesi açısından da oldukça ilginçtir. Ortaya çıkan yeni eniyileme problemini sunmadan önce, normalize edilmiş kanal kazançlarını $s_{ij}^{(n)} = h_{ij}^{(n)}/\sigma_j^2$ olarak tanımlayarak elde ettiğimiz daha basit erişilebilir veri hızı bölgesi ifadelerini tekrarlıyoruz:

Altkanal içi işbirliği olarak adlandırılacak olan strateji ile erişilebilecek veri hızları şöyledir:

$$R_1 < \sum_i E \left[\log \left(1 + \frac{s_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}(\mathbf{s})}{s_{12}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) + \sigma_2^{(i)2}} \right) + \log \left(1 + \frac{s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s})}{\sigma_0^{(i)2}} \right) \right] \quad (3.69)$$

$$R_2 < \sum_i E \left[\log \left(1 + \frac{s_{21}^{(i)} p_{21}^{(i)}(\mathbf{s})}{s_{21}^{(i)} p_{20}^{(i)}(h) + \sigma_1^{(i)2}} \right) + \log \left(1 + \frac{s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{s})}{\sigma_0^{(i)2}} \right) \right] \quad (3.70)$$

$$R_1 + R_2 < \sum_i \min \left\{ E \left[\log \left(1 + \frac{s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{s}) + 2\sqrt{s_{10}^{(i)} s_{20}^{(i)} p_{u_1}^{(i)}(\mathbf{s}) p_{u_2}^{(i)}(\mathbf{s})}}{\sigma_0^{(i)2}} \right) \right], \right. \\ E \left[\left(1 + \frac{s_{21}^{(i)} p_{21}^{(i)}(\mathbf{s})}{s_{21}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{s}) + \sigma_1^{(i)2}} \right) + \log \left(1 + \frac{s_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}(\mathbf{s})}{s_{12}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) + \sigma_2^{(i)2}} \right) \right] \\ \left. + E \left[\log \left(1 + \frac{s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{s})}{\sigma_0^{(i)2}} \right) \right] \right\}. \quad (3.71)$$

Yukarıdaki kısıtlardan görüleceği üzere, toplam veri hızı için sağlanması gereken kısıt her altkanalda bir minimum işlemi yapılmasını gerektirmektedir, ve OFDMA tarafından sağlanabilecek çeşitleme kazancından tam olarak yararlanılmasına engel olmaktadır. Bu nedenle, her bir altkanal üzerinde, kullanıcı-kullanıcı ve kullanıcı alıcı linklerinde aynı alt mesajların gönderilmesi zorunluluğunu ortadan kaldırmaya yönelik olarak tasarladığımız, altkanallar arası işbirlikçi kodlama olarak anılan strateji ile erişilebilecek veri hızları ise şöyledir:

$$R_1 = R_{10} + R_{12} < \sum_i^N E \left[\log \left(1 + \frac{s_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}(\mathbf{s})}{s_{12}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) + \sigma_2^{(i)2}} \right) + \log \left(1 + \frac{s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s})}{\sigma_0^{(i)2}} \right) \right], \quad (3.72)$$

$$R_2 = R_{20} + R_{21} < \sum_i^N E \left[\log \left(1 + \frac{s_{21}^{(i)} p_{21}^{(i)}(\mathbf{s})}{s_{21}^{(i)} p_{20}^{(i)}(h) + \sigma_1^{(i)2}} \right) + \log \left(1 + \frac{s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{s})}{\sigma_0^{(i)2}} \right) \right], \quad (3.73)$$

$$R_{\text{sum}} = R_1 + R_2 < \min \left\{ \sum_i^N E \left[\log \left(1 + \frac{s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{s}) + 2\sqrt{s_{10}^{(i)} s_{20}^{(i)} p_{u_1}^{(i)}(\mathbf{s}) p_{u_2}^{(i)}(\mathbf{s})}}{\sigma_0^{(i)2}} \right) \right], \right. \\ \left. \sum_i^N E \left[\log \left(1 + \frac{s_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}(\mathbf{s})}{s_{12}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) + \sigma_2^{(i)2}} \right) + \log \left(1 + \frac{s_{21}^{(i)} p_{21}^{(i)}(\mathbf{s})}{s_{21}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{s}) + \sigma_1^{(i)2}} \right) \right] \right. \\ \left. + \sum_i^N E \left[\log \left(1 + \frac{s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{s})}{\sigma_0^{(i)2}} \right) \right] \right\}. \quad (3.74)$$

Görüldüğü gibi, (3.72)-(3.74) ile verilen erişilebilir veri hızı bölgesi (3.69)-(3.71) bölgesine kıyasla, potansiyel olarak daha geniştir. Zira, (3.74) eşitsizliğindeki minimum işlemi alt-taşıyıcıların üzerinden yapılan toplama işleminin dışındadır, ve (3.69)-(3.70) eşitsizliklerindeki minimum işlemleri de (3.72)-(3.73)'de ortadan kalkmıştır.

Dikkat edilmelidir ki, Önerme 1'i sağlayan, ve dolayısıyla erişilebilir veri hızı bölgesini enbüyükleyen (4. durumda, kullandığımız güç tahsis yöntemini üç seçenekten birine sabitlemek eniyilikten ufak bir sapmaya neden olsa da) güç dağılımlarının, tüm veri hızı bölgesini de enbüyüklediği kolayca gösterilebilir. Bunun sonucunda ise, veri hızı bölgesinin üzerindeki herhangi bir veri hızı çiftini enbüyükleme problemi dışbükey bir yapı almaktadır, ve eniyileme kuramından çeşitli teknikler kullanılarak çözülebilir. Takip eden bölümlerde veri hızı bölgesini enbüyükleyen güç dağılımına ulaşan iki algoritma sunacağız.

3.4.1. İzdüşümlü Subgradient Metodu Kullanarak Erişilebilir Veri Hızı Enbüyükleme

Erişilebilir veri hızı bölgesindeki tüm sınırlar güçte içbükeydir. Benzer şekilde, ağırlıklı toplamları, $\mu_1 R_1 + \mu_2 R_2$ de köşelerde içbükey yapıdadır. Veri hızı bölgesinin tam içbükey olduğu kolaylıkla gösterilebilir (KAYA & Ulukus, 2007; TSE & Hanly, 1998). Bu yüzden, $R_\mu = \mu_1 R_1 + \mu_2 R_2$ 'i enbüyükleyerek veri hızı sınırları üzerindeki noktaları elde edebiliriz. Burada $\{R_1, R_2\}$, (3.72)-(3.74) ile tanımlanan güç tahsis yöntemi ile elde edilen veri hızı beşgeninin köşe noktalarıdır. Genellikle ödün vermeden, $\mu_1 > \mu_2$ varsayımı ile (3.72)-(3.74)'i basitleştirmek için önerme 1'i kullanarak, eniyileme problemini şöyle yazabiliriz:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{p}(\mathbf{s})} & \left((\mu_1 - \mu_2) \sum_i E_{\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2} \left[C \left(s_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) \right] + E_{\mathcal{S}_3, \mathcal{S}_4} \left[C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) \right] \right. \\ & + \mu_2 \min \left\{ \sum_i^N E \left[C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{s}) + 2\sqrt{s_{10}^{(i)} s_{20}^{(i)} p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s}) p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s})} \right) \right] \right. \\ & \sum_i^N E_{\mathcal{S}_1} \left[C \left(s_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) + C \left(s_{21}^{(i)} p_{21}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) \right] + E_{\mathcal{S}_2} \left[C \left(s_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) + C \left(s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) \right] \\ & \left. \left. + E_{\mathcal{S}_3} \left[C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) + C \left(s_{21}^{(i)} p_{21}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) \right] + E_{\mathcal{S}_4} \left[C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) + C \left(s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) \right] \right\} \right) \end{aligned} \quad (3.75)$$

$$\begin{aligned} \text{s.t.} \quad & \sum_i E \left[p_{k0}^{(i)}(\mathbf{s}) + p_{kj}^{(i)}(\mathbf{s}) + p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s}) \right] \leq \bar{p}_k \\ & p_{k0}^{(i)}(\mathbf{s}), p_{kj}^{(i)}(\mathbf{s}), p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s}) \geq 0, \quad k, j \in \{1, 2\}, \quad k \neq j \end{aligned}$$

$E_{\mathcal{S}_d}$, $\mathbf{s} \in \mathcal{S}_d$ üzerinden istatistiksel ortalama operasyonunu göstermektedir, $d = 1, 2, 3, 4$.

(3.75)'daki minimum işleminden dolayı, hedef fonksiyonunun gradyanı her yerde mevcut değildir. Aslında, (3.75)'daki minimum işleminin hangi tarafının aktif olduğuna göre iki gradyan vektörü vardır. Bu vektörler, alt-gradyan (subgradient) olarak görülebilir, böylelikle güç eniyilemesi için izdüşümlü subgradient metodu kullanılabilir. Kısıtların dışbükey yapısından dolayı, bu metodun subgradient'in normu ile normalize edilen, azalan adım büyüklüğü ile evrensel eniyiye (global optimum) yakınsaması garanti edilir (SHOR, 1979).

Subgradient vektörünün hesaplanması birçok karmaşık formül gerektirdiğinden ve

fazla değerli bilgi vermediğinden, bu hesaplamaların yerine erişilebilir veri hızı bölgesine ve güç tahsis yöntemi sonuçlarına ilişkin benzetimlerini doğrudan vereceğiz. Bu sonuçları bölüm 3.4.3.2 ve (BAKIM & Kaya, 2011c)'de bulabilirsiniz.

Subgradient algoritmasının en büyük sorunu, yakınsamak için uzun süreye ihtiyaç duyması ve karmaşıklığıdır. Altkanal sayısı arttıkça, güç değişkenlerinin vektörlerinin büyüklüğü de artar ve subgradient hesaplaması ve izdüşümü işlemleri çok karmaşık hale gelir. Bu yüzden, bir sonraki bölümde ağırlıklı veri hızı toplamını eniyileyen güç kontrolüne ilişkin analitik ifadeleri bulacağız ve subgradient algoritmasından çok daha hızlı yakınsayan alternatif bir dögüsel algoritma önereceğiz.

3.4.2. Iterative Achievable Rate Maximization Based on KKT Conditions

Eniyileme problemi (3.75), türevi alınabilen eşdeğer bir halde şöyle yazılabilir:

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{p}(\mathbf{s})} R_\mu \\ \text{s.t. } & R_\mu \leq (\mu_1 - \mu_2) \sum_i^N E_{S_1, S_2} \left[C \left(s_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) \right] + E_{S_3, S_4} \left[C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) \right] \\ & + \mu_2 \sum_i^N E \left[C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{s}) + 2\sqrt{s_{10}^{(i)} s_{20}^{(i)} p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s}) p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s})} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.76)$$

$$\begin{aligned} R_\mu \leq & (\mu_1 - \mu_2) \sum_i^N E_{S_1, S_2} \left[C \left(s_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) \right] + E_{S_3, S_4} \left[C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) \right] \\ & + \mu_2 \left(\sum_i^N E_{S_1} \left[C \left(s_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) + C \left(s_{21}^{(i)} p_{21}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) \right] + E_{S_2} \left[C \left(s_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) + C \left(s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) \right] \right. \\ & \left. + E_{S_3} \left[C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) + C \left(s_{21}^{(i)} p_{21}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) \right] + E_{S_4} \left[C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) \right] \right) \end{aligned} \quad (3.77)$$

$$\sum_i^N \left(E_{S_3, S_4} \left[p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) \right] + E_{S_1, S_2} \left[p_{12}^{(i)}(\mathbf{s}) \right] + E \left[p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s}) \right] \right) \leq \bar{p}_1 \quad (3.78)$$

$$\sum_i^N \left(E_{S_2, S_4} \left[p_{20}^{(i)}(\mathbf{s}) \right] + E_{S_1, S_3} \left[p_{21}^{(i)}(\mathbf{s}) \right] + E \left[p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s}) \right] \right) \leq \bar{p}_2 \quad (3.79)$$

$$p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}), p_{12}^{(i)}(\mathbf{s}), p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s}), p_{20}^{(i)}(\mathbf{s}), p_{21}^{(i)}(\mathbf{s}), p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s}) \geq 0, \quad \forall \mathbf{s}. \quad (3.80)$$

(3.76)-(3.80) dışbükey bir eniyileme problemidir, türevi alınabilen kısıtları vardır ve bu yüzden KKT koşulları, eniyi çözüm için gerekli ve yeterlidir. Lagrange çarpanları $\gamma_1, \gamma_2, \lambda_1, \lambda_2$ 'yi (3.76)-(3.79) koşullarına, $\epsilon_t^{(i)}(\mathbf{s})$, $t = 1, \dots, 6$ 'yı ise, pozitiflik koşullarına (3.80) atayarak, lemma 1'deki eniyileme koşullarını elde ederiz.

Lemma 1. *Altkanalları, $i = 1, \dots, N$ and indeksleri, m, n şöyle tanımlayalım*

$$m = \begin{cases} 0, & \text{if } \mathbf{s} \in \mathcal{S}_3 \cup \mathcal{S}_4 \\ 1, & \text{if } \mathbf{s} \in \mathcal{S}_1 \cup \mathcal{S}_2 \end{cases}, \quad n = \begin{cases} 0, & \text{if } \mathbf{s} \in \mathcal{S}_2 \cup \mathcal{S}_4 \\ 1, & \text{if } \mathbf{s} \in \mathcal{S}_1 \cup \mathcal{S}_3 \end{cases}, \quad (3.81)$$

ve

$$A^{(i)} = 1 + s_{10}^{(i)} p_1^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{20}^{(i)} p_2^{(i)}(\mathbf{s}) + 2\sqrt{s_{10}^{(i)} s_{20}^{(i)} p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s}) p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s})}. \quad (3.82)$$

Bir güç tahsis yöntemi, $p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})$, $p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})$, $p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s})$, $p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s})$, (3.76)-(3.80) problemi için eniyidir, ancak ve ancak, $\mathbf{s} \in \mathcal{S}_1 \cup \mathcal{S}_2 \cup \mathcal{S}_3 \triangleq \mathcal{S}_4^c$ için aşağıdaki eşitsizlikleri sağlıyorsa,

$$(\mu_1 - \mu_2 + \gamma_1 \mu_2) \frac{s_{1m}^{(i)}}{1 + s_{1m}^{(i)} p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})} + \gamma_2 \mu_2 \frac{s_{10}^{(i)}}{A^{(i)}} \leq \lambda_1, \quad (3.83)$$

$$\gamma_1 \mu_2 \frac{s_{2n}^{(i)}}{1 + s_{2n}^{(i)} p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})} + \gamma_2 \mu_2 \frac{s_{20}^{(i)}}{A^{(i)}} \leq \lambda_2, \quad (3.84)$$

$$\gamma_2 \mu_2 \frac{\sqrt{s_{k0}^{(i)} s_{j0}^{(i)} p_{U_j}^{(i)}(\mathbf{s})} + s_{k0}^{(i)} \sqrt{p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})}}{A^{(i)} \sqrt{p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})}} \leq \lambda_k, \quad k \in \{1, 2\} \quad (3.85)$$

ve $\mathbf{s} \in \mathcal{S}_4$ için aşağıdaki eşitsizlik sağlıyorsa,

$$(\mu_1 - \mu_2) \frac{s_{10}^{(i)}}{1 + s_{10}^{(i)} p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})} + \gamma_1 \mu_2 \frac{s_{10}^{(i)}}{1 + s_{10}^{(i)} p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{20}^{(i)} p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})} + \gamma_2 \mu_2 \frac{s_{10}^{(i)}}{A^{(i)}} \leq \lambda_1, \quad (3.86)$$

$$\gamma_1 \mu_2 \frac{s_{20}^{(i)}}{1 + s_{20}^{(i)} p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{10}^{(i)} p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})} + \gamma_2 \mu_2 \frac{s_{20}^{(i)}}{A^{(i)}} \leq \lambda_2, \quad (3.87)$$

$$\gamma_2 \mu_2 \frac{\sqrt{s_{k0}^{(i)} s_{j0}^{(i)} p_{U_j}^{(i)}(\mathbf{s})} + s_{k0}^{(i)} \sqrt{p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})}}{A^{(i)} \sqrt{p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})}} \leq \lambda_k, \quad k \in \{1, 2\}.$$

$$(3.88)$$

Burada Lagrange çarpanları $\gamma_1, \gamma_2 = 1 - \gamma_1, \lambda_1$, and λ_2 , (3.76)-(3.79) koşulları eşitlikle sağlanacak şekilde seçilmektedir. (3.83), (3.84) ve (3.85) koşullarından her biri (benzer

şekilde (3.86), (3.87) ve (3.88) koşulları $\mathbf{s} \in \mathcal{S}_4$ olduğunda eşitlikle sağlanır, ancak ve ancak ilgili güç değerleri, $p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})$, $p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})$ veya $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})$ pozitifse.

Kanıt. Eniyi çözüm için KKT koşulları yeterli ve gereklidir. KKT koşullarını elde etmek için, öncelikle Lagrange çarpanlarını, γ_1 , γ_2 , λ_1 and λ_2 sırasıyla eşitsizlik kısıtlarına (3.76), (3.77), (3.78), (3.79) atıyoruz ve $\epsilon_t^i(\mathbf{s})$, $t = 1, \dots, 6$, $\forall \mathbf{s}$ 'yi pozitiflik koşullarına (3.80) atanır. Böylelikle aşağıdaki Lagrangian fonksiyonunu elde edilebilir:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & R_\mu + \gamma_1 \left[(\mu_1 - \mu_2) \left(\sum_i^N E_{S_1, S_2} [C(p_{12}^{(i)}(\mathbf{s})s_{12}^{(i)})] + \sum_i^N E_{S_3, S_4} [C(p_{10}^{(i)}(\mathbf{s})s_{10}^{(i)})] \right) \right. \\
& + \mu_2 \sum_i^N \left(E_{S_1} [C(p_{12}^{(i)}(\mathbf{s})s_{12}^{(i)}) + C(p_{21}^{(i)}(\mathbf{s})s_{21}^{(i)})] + E_{S_2} [C(p_{12}^{(i)}(\mathbf{s})s_{12}^{(i)}) + C(p_{20}^{(i)}(\mathbf{s})s_{20}^{(i)})] \right. \\
& \left. \left. + E_{S_3} [C(p_{10}^{(i)}(\mathbf{s})s_{10}^{(i)}) + C(p_{21}^{(i)}(\mathbf{s})s_{21}^{(i)})] + E_{S_4} [C(p_{10}^{(i)}(\mathbf{s})s_{10}^{(i)}) + p_{20}^{(i)}(\mathbf{s})s_{20}^{(i)}] \right) - R_\mu \right] \\
& + \gamma_2 \left[(\mu_1 - \mu_2) \left(\sum_i^N E [C(p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})s_{1m}^{(i)})] \right) + \mu_2 \sum_i^N E \left[C \left(s_{10}^{(i)}(p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s}) + p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s})) \right. \right. \right. \\
& \left. \left. + s_{20}^{(i)}(p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s}) + p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s})) + 2\sqrt{s_{10}^{(i)}s_{20}^{(i)}p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s})p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s})} \right) - R_\mu \right] \\
& + \lambda_1 \left(\bar{p}_1 - \sum_i^N \left(E_{S_3, S_4} [p_{10}^{(i)}(\mathbf{s})] + E_{S_1, S_2} [p_{12}^{(i)}(\mathbf{s})] + E [p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s})] \right) \right) \\
& + \lambda_2 \left(\bar{p}_2 - \sum_i^N \left(E_{S_2, S_4} [p_{20}^{(i)}(\mathbf{s})] + E_{S_1, S_3} [p_{21}^{(i)}(\mathbf{s})] + E [p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s})] \right) \right) \\
& + \epsilon_1^{(i)}(\mathbf{s})p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) + \epsilon_2^{(i)}(\mathbf{s})p_{12}^{(i)}(\mathbf{s}) + \epsilon_3^{(i)}(\mathbf{s})p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s}) + \epsilon_4^{(i)}(\mathbf{s})p_{20}^{(i)}(\mathbf{s}) + \epsilon_5^{(i)}(\mathbf{s})p_{21}^{(i)}(\mathbf{s}) + \epsilon_6^{(i)}(\mathbf{s})p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s}).
\end{aligned} \tag{3.89}$$

$\mathbf{s} \in \mathcal{S}_1 \cup \mathcal{S}_2 \cup \mathcal{S}_3$ için, Lagrangian fonksiyonun, \mathcal{L} , $p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})$, $p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})$ ve $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})$ 'ye ($\forall i$ ve $\forall \mathbf{s}$) göre kısmi türevini alındığında, aşağıdaki koşullar bulunur:

$$\gamma_2 \mu_2 \left(\frac{s_{10}^{(i)}}{A^{(i)}} \right) + (\mu_1 - \mu_2 + \gamma_1 \mu_2) \left(\frac{s_{1m}^{(i)}}{1 + s_{1m}^{(i)} p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})} \right) - \lambda_1 + \epsilon_{e_1} = 0, \tag{3.90}$$

$$\gamma_2 \mu_2 \left(\frac{s_{20}^{(i)}}{A^{(i)}} \right) + \gamma_1 \mu_2 \left(\frac{s_{2n}^{(i)}}{1 + s_{2n}^{(i)} p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})} \right) - \lambda_2 + \epsilon_{e_2} = 0, \tag{3.91}$$

$$\gamma_2 \mu_2 \left(\frac{\sqrt{s_{k0}^{(i)} s_{j0}^{(i)} p_{U_j}^{(i)}(\mathbf{s})} + s_{k0}^{(i)} \sqrt{p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})}}{A^{(i)} \sqrt{p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})}} \right) - \lambda_k + \epsilon_{e_3} = 0, \tag{3.92}$$

hangi gücün pozitif olduğuna göre $e_1 = 1, 2$, $e_2 = 4, 5$ ve $e_3 = 3, 6$ değerlerini alır. Benzer şekilde, $\mathbf{s} \in \mathcal{S}_4$ için, kısmi türevler şu sonuçları verir:

$$\begin{aligned} \gamma_2 \mu_2 \left(\frac{s_{10}^{(i)}}{A^{(i)}} \right) + (\mu_1 - \mu_2) \left(\frac{s_{10}^{(i)}}{1 + s_{10}^{(i)} p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})} \right) \\ + \gamma_1 \mu_2 \left(\frac{s_{10}^{(i)}}{1 + s_{10}^{(i)} p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{20}^{(i)} p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})} \right) - \lambda_1 + \epsilon_{e_4} = 0 \end{aligned} \quad (3.93)$$

$$\gamma_2 \mu_2 \left(\frac{s_{20}^{(i)}}{A^{(i)}} \right) + \gamma_1 \mu_2 \left(\frac{s_{20}^{(i)}}{1 + s_{10}^{(i)} p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{2n}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{s})} \right) - \lambda_2 + \epsilon_{e_5} = 0 \quad (3.94)$$

$$\gamma_2 \mu_2 \left(\frac{\sqrt{s_{k0}^{(i)} s_{j0}^{(i)} p_{U_j}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{k0}^{(i)} \sqrt{p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})}}}{A^{(i)} \sqrt{p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})}} \right) - \lambda_k + \epsilon_{e_6} = 0, \quad (3.95)$$

Eniyi güç tahsis yöntemi, tamamlayıcı gevşeklik koşullarını (complementary slackness conditions) sağlamalıdır:

$$\begin{aligned} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) \epsilon_1^{(i)}(\mathbf{s}) = 0, \quad p_{12}^{(i)}(\mathbf{s}) \epsilon_2^{(i)}(\mathbf{s}) = 0, \quad p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s}) \epsilon_3^{(i)}(\mathbf{s}) = 0 \\ p_{20}^{(i)}(\mathbf{s}) \epsilon_4^{(i)}(\mathbf{s}) = 0, \quad p_{21}^{(i)}(\mathbf{s}) \epsilon_5^{(i)}(\mathbf{s}) = 0, \quad p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s}) \epsilon_6^{(i)}(\mathbf{s}) = 0 \end{aligned} \quad (3.96)$$

R_μ 'ya göre kısmi türevler $\gamma_1 + \gamma_2 = 1$, dolayısıyla $\gamma_1 = 1 - \gamma_2$ neticesini verir.

(3.96)'deki uygun koşullarını, (3.90)-(3.95) içinde kullanarak, $\epsilon_t^{(i)}(\mathbf{s})$ 'lara bağlılıktan kurtulabiliriz ve eniyileme için koşulları eşitsizlikle yazabiliriz, bu da (3.83-3.110)'u verir. Eşitsizlikler, ancak ve ancak ilgili güç değeri pozitifse eşitlikle sağlanır ve eşitsizlikler, eğer ilgili güç değeri sıfırsa tam eşitsizlikle sağlanır. \square

Lemma 1'deki her güç bileşeni için eniyileme koşulları bağılıktır (kendi dışındaki bir diğer güç bileşenlerine bağlıdır). Bu yüzden eniyi güç tahsis yöntemini hesaplamak oldukça zordur. Fakat, aşağıdaki teoremden göstereceğimiz üzere, bazı dönüşümleri ve gözlemleri kullanarak, koşullar arasındaki bağılılığı kısmen ortadan kaldırabiliriz, ve sonuç olarak, en iyi güç değerlerinin birbirleri cinsinden kapalı formdaki ifadelerini bulabiliriz.

Teorem 1. *Altkanallar arası işbirliği kullanılan bir işbirlikçi OFDMA sistemi için, (3.76)-(3.80) denklemlerini çözen eniyi güç tahsisi, $p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})$, $p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})$, $p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s})$, $p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s})$, şöyledir*

$$p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s}) = s_{k0}^{(i)} \frac{\frac{\mu_2(1-\gamma_1)}{\lambda_k} \left(s_{k0}^{(i)} + \frac{\lambda_k}{\lambda_j} s_{j0}^{(i)} \right) - \left(1 + s_{10}^{(i)} p_{1m}^{(i)} + s_{20}^{(i)} p_{2n}^{(i)} \right)}{\left(s_{k0}^{(i)} + \frac{\lambda_k}{\lambda_j} s_{j0}^{(i)} \right)^2}, \quad (3.97)$$

$$p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s}) = \begin{cases} \left(\frac{(\mu_1 - \mu_2 + \gamma_1 \mu_2)(\lambda_2 s_{10}^{(i)} + \lambda_1 s_{20}^{(i)})}{\lambda_1^2 s_{20}^{(i)}} - \frac{1}{s_{1m}^{(i)}} \right)^+, & \text{eğer } \mathbf{s} \in \mathcal{S}_4^c \quad (3.98a) \\ f \left(s_{10}^{(i)2}, \frac{(\lambda_1 s_{20}^{(i)} + \lambda_2 s_{10}^{(i)})(\mu_1 - \mu_2 + \gamma_1 \mu_2) s_{10}^{(i)2} + \lambda_1^2 s_{20}^{(i)}(2s_{10}^{(i)} + s_{10}^{(i)} s_{20}^{(i)} p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s}))}{-\lambda_1^2 s_{20}^{(i)}} \right), \\ \left(\frac{(\lambda_1 s_{20}^{(i)} + \lambda_2 s_{10}^{(i)}) [(\mu_1 - \mu_2 + \gamma_1 \mu_2) + (\mu_1 - \mu_2) s_{20}^{(i)} p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})] s_{10}^{(i)} + \lambda_1^2 s_{20}^{(i)} (1 + s_{20}^{(i)} p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s}))}{-\lambda_1^2 s_{20}^{(i)}} \right), & \text{eğer } \mathbf{s} \in \mathcal{S}_4 \quad (3.98b) \end{cases}$$

$$p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s}) = \begin{cases} \left(\frac{\gamma_1 \mu_2 (\lambda_2 s_{10}^{(i)} + \lambda_1 s_{20}^{(i)})}{\lambda_2^2 s_{10}^{(i)}} - \frac{1}{s_{2n}^{(i)}} \right)^+, & \text{eğer } \mathbf{s} \in \mathcal{S}_4^c \quad (3.99a) \\ \left(\frac{\gamma_1 \mu_2 (\lambda_2 s_{10}^{(i)} + \lambda_1 s_{20}^{(i)})}{\lambda_2^2 s_{10}^{(i)}} - \frac{1}{s_{20}^{(i)}} - \frac{s_{10}^{(i)}}{s_{20}^{(i)}} p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s}) \right)^+, & \text{eğer } \mathbf{s} \in \mathcal{S}_4 \quad (3.99b) \end{cases}$$

eğer (3.97)'den elde edilen güçler pozitifse ($p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s}) > 0$); ve

$$p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s}) = 0, \quad (3.100)$$

$$p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s}) = \begin{cases} f \left(\lambda_1 s_{10}^{(i)} s_{1m}^{(i)}, -\mu_1 s_{10}^{(i)} s_{1m}^{(i)} + \lambda_1 (s_{10}^{(i)} + s_{1m}^{(i)} + s_{1m}^{(i)} s_{20}^{(i)} p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})), \lambda_1 (1 + s_{20}^{(i)} p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})) \right. \\ \left. - (\mu_1 - \mu_2 + \gamma_1 \mu_2) s_{1m}^{(i)} (1 + s_{20}^{(i)} p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})) - \mu_2 (1 - \gamma_1) s_{10}^{(i)} \right), & \text{eğer } \mathbf{s} \in \mathcal{S}_4^c \quad (3.101a) \\ f \left(\lambda_1 s_{10}^{(i)2}, -\mu_1 s_{10}^{(i)2} + \lambda_1 s_{10}^{(i)} (2 + s_{20}^{(i)} p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})), \right. \\ \left. -\mu_1 s_{10}^{(i)} - (\mu_1 - \mu_2) s_{10}^{(i)} s_{20}^{(i)} p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s}) + \lambda_1 (1 + s_{20}^{(i)} p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})) \right), & \text{eğer } \mathbf{s} \in \mathcal{S}_4 \quad (3.101b) \end{cases}$$

$$p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s}) = \begin{cases} f \left(\lambda_2 s_{20}^{(i)} s_{2n}^{(i)}, -\mu_2 s_{20}^{(i)} s_{2n}^{(i)} + \lambda_2 (s_{20}^{(i)} + s_{2n}^{(i)} + s_{10}^{(i)} s_{2n}^{(i)} p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})), \lambda_2 (1 + s_{10}^{(i)} p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})) \right. \\ \left. - \gamma_1 \mu_2 s_{2n}^{(i)} (1 + s_{10}^{(i)} p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})) - \mu_2 (1 - \gamma_1) s_{20}^{(i)} \right), & \text{eğer } \mathbf{s} \in \mathcal{S}_4^c \quad (3.102a) \\ \left(\frac{\mu_2}{\lambda_2} - \frac{1}{s_{20}^{(i)}} - \frac{s_{10}^{(i)}}{s_{20}^{(i)}} p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s}) \right)^+, & \text{eğer } \mathbf{s} \in \mathcal{S}_4 \quad (3.102b) \end{cases}$$

diğer şartlarda. Bu durumda γ_1 , λ_1 ve λ_2 , (3.76)-(3.79) koşulları eşitlikle sağlanacak şek-

ilde seçilir.

Kanıt. Evreuyumlu birleşim kazancı (coherent combining gain) elde etmek için, verilen bir altkanal ve verilen bir kanal değeri, \mathbf{s} için eniyi işbirlikçi güçlerinin ya her ikisi de pozitif, ya da her ikisi de sıfır olmalıdır. Öncelikle hem $p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s})$ hem de $p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s})$ 'in pozitif olduğunu kabul edelim. Bu durumda (3.85) (benzer şekilde (3.88)) koşulları, $k = 1, 2$ için eşitlikle sağlanmalıdır. (3.85)'yi (benzer şekilde (3.88)'ü) $k = 1, 2$ için ayrı ayrı ele alarak, sonuçları alt alta bölersek şu sonuca ulaşırız:

$$\frac{\sqrt{s_{20}^{(i)}} \sqrt{p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s})} + \sqrt{s_{10}^{(i)}} \sqrt{p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s})}}{\sqrt{s_{10}^{(i)}} \sqrt{p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s})} + \sqrt{s_{20}^{(i)}} \sqrt{p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s})}} \frac{\sqrt{s_{10}^{(i)}} \sqrt{p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s})}}{\sqrt{s_{20}^{(i)}} \sqrt{p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s})}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad (3.103)$$

ya da şu şekilde yazabiliriz:

$$\lambda_1^2 p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s}) s_{20}^{(i)} = \lambda_2^2 p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s}) s_{10}^{(i)}. \quad (3.104)$$

(3.104)'u (3.85)'nin (aynı şekilde (3.88)'ün) içine yerleştirdiğimizde, şu önemli eşitliğe ulaşırız:

$$\frac{\gamma_2 \mu_2}{A^{(i)}} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 s_{20}^{(i)} + \lambda_2 s_{10}^{(i)}}. \quad (3.105)$$

Denklem (3.105)'in önemi şuradan gelir: Her ne kadar denklemin sol tarafındaki $A^{(i)}$ bünyesinde tüm güç bileşenlerini barındırır, ve (3.83)-(3.88)'ün hepsinde yer alsada, sabit Lagrange çarpanları λ_1 ve λ_2 'ye, ve direk kanal kazançları, $s_{k0}^{(i)}$ 'a bağlı bir terim ile yer değiştirilebilir. Böylelikle, $p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})$ ve $p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})$ için eniyileme koşulları, $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})$ 'dan bağımsız olarak tekrar yazılabilir. Örneğin, (3.105)'i (3.83)'in içinde kullanarak, aşağıdaki sonucu buluruz:

$$(\mu_1 - \mu_2 + \gamma_1 \mu_2) \frac{s_{1m}^{(i)}}{1 + s_{1m}^{(i)} p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})} \leq \frac{\lambda_1^2 s_{20}^{(i)}}{\lambda_1 s_{20}^{(i)} + \lambda_2 s_{10}^{(i)}}, \quad (3.106)$$

bu da su doldurma (waterfilling) tarzı bir çözüm olan (3.98a)'yi verir. Benzer şekilde, (3.105)'i (3.84), (3.86) ve (3.87) içinde kullanarak, sırasıyla (3.99a), (3.98b) ve (3.99b)'yi

buluruz. Eniyi $p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s})$ ifadesi, (3.97), (3.85) (aynı şekilde (3.88)), (3.104) ve (3.105) kullanılarak bulunabilir.

(3.97)'den bulunan $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})$ 'nin her zaman pozitif olması garanti edilemez. Pozitif olmadığı durumda, (3.85) (aynı şekilde (3.88)) tam eşitsizlikle sağlanıyor demektir, $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})$ için en iyi çözüm 0'a eşitlenmelidir ve (3.105) bu durumda kullanılamaz. Bu halde, $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s}) = 0$, iken (3.83)-(3.84) ve (3.86)-(3.87) yerine şu koşullar kullanılmalıdır:

$$(\mu_1 - \mu_2 + \gamma_1\mu_2) \frac{s_{1m}^{(i)}}{1 + s_{1m}^{(i)}p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})} + \gamma_2\mu_2 \frac{s_{10}^{(i)}}{1 + s_{10}^{(i)}p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{20}^{(i)}p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})} \leq \lambda_1, \quad (3.107)$$

$$\gamma_1\mu_2 \frac{s_{2n}^{(i)}}{1 + s_{2n}^{(i)}p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})} + \gamma_2\mu_2 \frac{s_{20}^{(i)}}{1 + s_{10}^{(i)}p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{20}^{(i)}p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})} \leq \lambda_2, \quad (3.108)$$

$$(\mu_1 - \mu_2) \frac{s_{10}^{(i)}}{1 + s_{10}^{(i)}p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})} + \mu_2 \frac{s_{10}^{(i)}}{1 + s_{10}^{(i)}p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{20}^{(i)}p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})} \leq \lambda_1, \quad (3.109)$$

$$\mu_2 \frac{s_{20}^{(i)}}{1 + s_{20}^{(i)}p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{10}^{(i)}p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})} \leq \lambda_2. \quad (3.110)$$

$\mathbf{s} \in \mathcal{S}_1 \cup \mathcal{S}_2 \cup \mathcal{S}_3$ için, ve $\mathbf{s} \in \mathcal{S}_4$ için.

$p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s}) = 0$ iken, $k = 1, 2$; $p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})$ ve $p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})$ güç değerleri otomatik olarak $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})$ 'den bağımsızdır. (3.107) ve (3.108), ve (3.109) ve (3.110) ise bağımsızdır. Tüm güç değerleri sıfırdan farklı olduğu için, $p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s}) \geq 0$ ve $p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s}) \geq 0$, (3.101a)'deki $p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})$, (3.102a)'deki $p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})$ değerlerini (3.107) ve (3.108)'ü çözümler bulabiliriz. Benzer şekilde, (3.101b)'deki $p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})$ ve (3.102b)'deki $p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})$ değerlerini (3.109) ve (3.110)'i çözümler bulabiliriz. γ_1 , λ_1 ve λ_2 , (3.97)-(3.102b) güç değerleri kullanıldığında, (3.76)-(3.79) koşulları sağlanacak şekilde seçilir. İkinci dereceden (quadratic) denklemlerin çözümü için 3.2 bölümünde yer alan (3.4) kullanılabilir, ve istenilen sonuç elde edilir. \square

(3.98a) ve (3.99a)'deki $p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})$ ve $p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})$ güçleri oldukça ilgi çekicidir, çünkü her altkanaldaki işbirlikçi kodkemesinin güç değerleri tek kullanıcı su doldurma tipi bir çözümü sağlamaktadır, ve bu değerler sadece o altkanaldaki kanal değerlerine bağlıdır. Su seviyesi ise direk kanal kazançları tarafından belirlenmektedir. Halbuki, (3.101a) ve (3.102a)'deki $p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})$ güç değerleri $p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})$ 'ye bağlı, ve tersi de geçerlidir: birinin gücünü arttırmak diğerinin gücünü azaltacak, (3.107)-(3.110) koşulları eşitlikle sağlanırsa, o zaman çok kullanıcı su doldurma tipinde bir çözüme ulaşılabilecektir. Bu aslında (KAYA & Ulukus, 2007)'daki sonuçlardan biraz farklıdır, zira orada (3.83)-(3.87)'ün scalar MAC'ta

tüm durumlar için yeterli olduğu kabul edilmiştir.

Bu noktada, (3.98a)-(3.99b) ve (3.101a)-(3.102b)'nin $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})$ 'den bağımsız olduğunu, fakat bunlardan hangilerinin $p_{k_j}^{(i)}(\mathbf{s})$ hesaplamasında kullanılacağını $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})$ 'nin pozitif olup olmamasına bağlı olduğunu hatırlatmak isteriz. Benzer şekilde, $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})$ değerleri $p_{k_j}^{(i)}(\mathbf{s})$ 'nin fonksiyonudur, böylelikle (3.98a)-(3.99b), (3.101a)-(3.102b) ve (3.107)-(3.110) denklemleri halen bağlıdır. Problemin dışbukey yapısı ve kullanıcılar arası koşulların içbükey yapısı sebebiyle, her seferde sadece bir kullanıcının güç değerlerini güncelleyerek kullanıcıların güçlerini hesaplayan bir döngüsel algoritma tasarlanabilir: $p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s})$ ve $p_{12}^{(i)}(\mathbf{s})$ verildiğinde $p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s})$ ve $p_{21}^{(i)}(\mathbf{s})$ değerlerini hesaplayabiliriz, kullanıcı 2 için bu yeni değerleri kullanarak kullanıcı 1'in güç değerlerini yeniden hesaplayabiliriz. Böyle bir yaklaşımla, zor gözükken çapşak denklemlerden eniyi güç değerlerini elde etmeyi başarabiliriz. Önerdiğimiz döngüsel algoritmanın, KKT koşullarını sağladığı için eniyi çözüme yakınsadığını kolayca gösterilebilir. Algoritmamız aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

Bu algoritmanın belki de en önemli özelliği, kullanılan altkanal sayısından bağımsız olarak, eniyi güç tahsis yöntemini bulmak için, sadece altkanallara tahsis edilen güçlere atanan üç Lagrange çarpanının bulunmasının yeterli olmasıdır. Bu özellik, algoritmanın karmaşıklığını çok önemli ölçüde azaltmaktadır ve subgradient algoritmasına göre çok daha pratik hale gelmesini sağlamaktadır. Sonuç olarak bu algoritma çok daha kısa sürede yakınsamaktadır.

3.4.3. Benzetim Sonuçları

Bu bölümde, güç kontrolü kullanılan ve kullanılmayan altkanallararası işbirlikçi kodlama stratejisi için, güç kontrolü kullanılmayan altkanal içi işbirlikçi kodlama, detayları bir sonraki bölümde verilecek olan yarı çift yönlü işbirlikçi kodlama ve işbirlikçi olmayan OFDMA için erişebilir data hızlarının benzetim sonuçları sunulacaktır. Aynı zamanda tekrarlayan güç tahsis algoritmasının benzetim sonuçlarının, önceki bölümdeki analitik sonuçlar ile uyumlu olduğu da gösterilecektir.

3.4.3.1. Erişebilir Veri Hızları. Bu bölümde, güç kontrolü kullanılan altkanallararası işbirlikçi kodlama stratejisi için erişilebilir veri hızları bölgesini elde edip, bunu güç kontrolü kullanılmayan altkanallararası işbirlikçi kodlama stratejisi, altkanalları içi işbirlikçi kodlama, yarı çift yönlü işbirlikçi kodlama ve işbirlikçi olmayan OFDMA için erişebilir data hızları bölgesi (BAKIM & Kaya, 2010) ile karşılaştırılacaktır. Kanala uyarlamalı olmayan

Algorithm 1 Döngüsel Güç Tahsis Algoritması

for $\mu_2 = 0 : 1$ **do**

 while (3.76)-(3.77) sağlanmaz **do**

 while (3.78) sağlanmaz **do**

 $p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s}) > 0$, $\forall i$ kabulüyle, (3.98a)-(3.98b)'yi kullanarak $p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})$ 'yi hesapla (3.97)'ü kullanarak $p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s})$ 'yi hesapla

 if $\exists \mathbf{s}$ s.t. $p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s}) < 0$ **then**

 $p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s}) = 0$ ata ve (3.101a)-(3.101b)'yi kullanarak $p_{1m}^{(i)}(\mathbf{s})$ 'yi hesapla ve (3.97)'ü kullanarak $p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s})$ hesapla

 end if

 λ_1 'i güncelle

 end while

 while (3.79) sağlanmaz **do**

 $p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s}) > 0$, $\forall i$ kabulüyle, (3.99a)-(3.99b)'yi kullanarak $p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})$ 'yi hesapla ve (3.97)'ü kullanarak $p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s})$ hesapla

 if $\exists \mathbf{s}$ s.t. $p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s}) < 0$ **then**

 $p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s}) = 0$ ata ve (3.102a)-(3.102b)'yi kullanarak $p_{2n}^{(i)}(\mathbf{s})$ 'yi hesapla ve (3.97)'ü kullanarak $p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s})$ hesapla

 end if

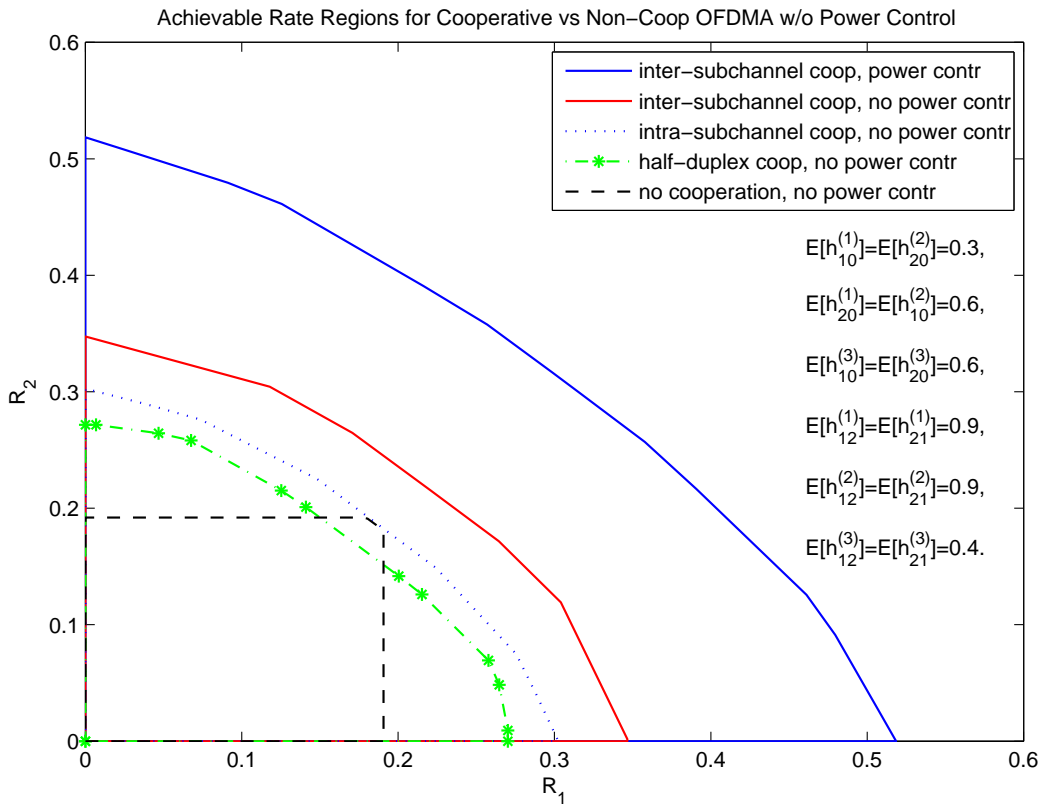
 λ_2 'yi güncelle

 end while

 γ_1 'i güncelle

end while
end for

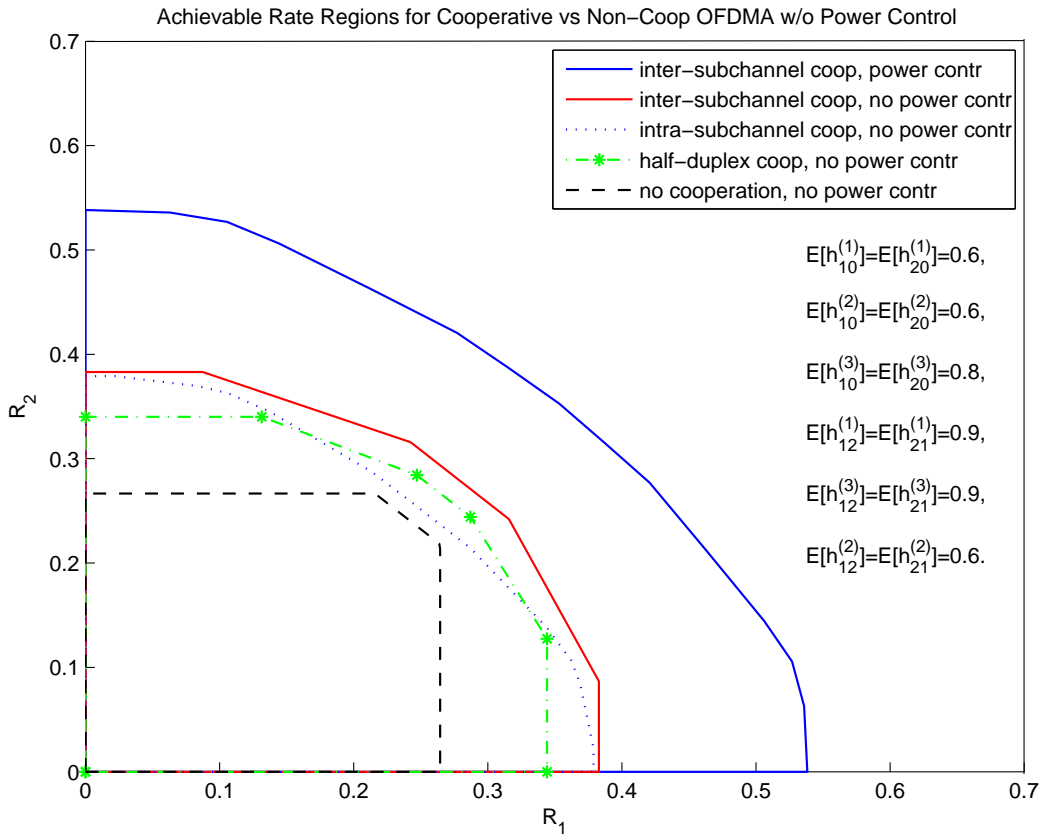
protokoller için, kullanıcılar yine de toplam güçlerini altkanallar ve kodsözcükleri üzerinden tahsis edebilmekte ve erişilebilir veri hızı bölgeleri mümkün olan tüm güç tahsis yöntemleri üzerinden alınan dışbükey zarf ile belirlenmektedir. Bu altbölümde, anlık kanal sönümlenme değerleri üzerinden uyarlamalı güç tahsisi sadece altkanallararası işbirlikçi kodlama stratejisi için subgradient algoritması aracılığıyla elde edilmiş, diğer dört protokol için gönderim sırasında her altkanala ve kodsözcüğüne atanan gücün sabit kaldığı düşünülmüştür. Her kullanıcının toplam gücü ve maruz kaldıkları Gauss gürültüsünün standart sapması bir olarak alınmıştır. Benzetimlerde üç altkanal kullanılmıştır.



Şekil 3.2. Rayleigh dağılımlı sönümlenmeli kanallar için erişilebilir data hızı bölgeleri.

Erişilebilir data hızı bölgeleri bağımsız Rayleigh dağılımlı kanal sönümlenme değerleri için üretilmiştir ve ortalama kanal sönümlenme değerleri, sonuçlarla beraber Şekil 3.2 ve 3.3'te gösterilmiştir.

Şekil 3.2'de, güç kontrolü kullanılan altkanallararası işbirlikçi kodlama stratejisi ile güç kontrolü kullanılmayan diğer stratejilere göre, hem tek kullanıcı için erişilebilir veri hızlarının hem de toplam erişilebilir veri hızlarının çok yükseldiği görülmektedir. Bunu, altkanallararası işbirlikçi kodlama stratejisinin güçleri kod sözcüklerine atayabilmesine ilave olarak, güçlerin bir de zamanda oluşan çeşitlilikten faydalanabilecek şekilde atanabilme-



Şekil 3.3. Rayleigh dağılımlı sönmülemeli kanallar için erişilebilir data hızı bölgeleri.

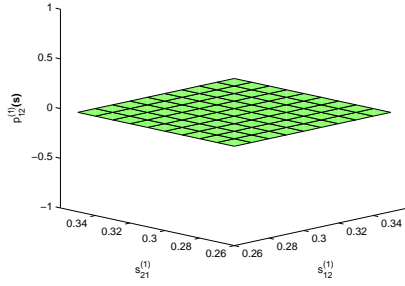
sine bağlamak mümkündür.

Şekil 3.3'te, Şekil 3.2'ye göre tüm üç direkt linkte de ortalama kanal değerlerinin daha yüksek olduğunu, kullanıcılar arası linklerde ise iki linkin daha yüksek, kullanıcılar arası bir linkte ortalama kanal değerlerinin eşit olduğunu görülmektedir. Şekil 3.3'teki erişilebilir data hızı bölgesi, Şekil 3.2'ye göre daha yüksektir.

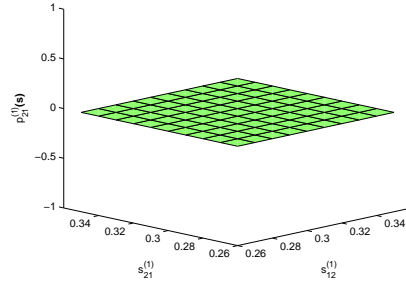
3.4.3.2. Güç Tahsisi. Bu bölümde, en yüksek toplam veri hızına ulaşan güç tahsisi, bölüm 3.4.2'de anlatılan tekrarlayan algoritmayı kullanarak elde edilecektir. Benzetim sonuçları, bağımsız ve eş dağılımlı kanal değerleri için üretilmiştir, ortalama kanal değerleri şekillerde gösterilmiştir. Rayleigh yerine eş dağılımlı kanal değerleri kullanmamızın sebebi, anlık kanal değerlerinin benzetimlerde optimum güç tahsis yöntemi üzerindeki etkisini daha rahat anlayabilmektir.

Her iki direkt linkte fazlasıyla yıkıcı olan sönmülenme varken (ortalama kanal değerleri en az iken), hiçbir kullanıcıya hiçbir gücün tahsis edilmediği şekil 3.4(a)-3.4(d)'de

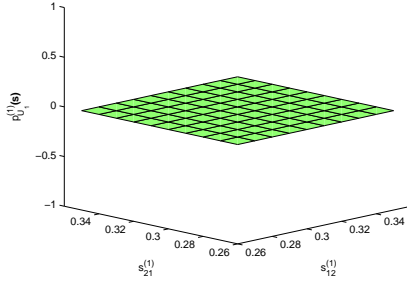
görülmektedir.



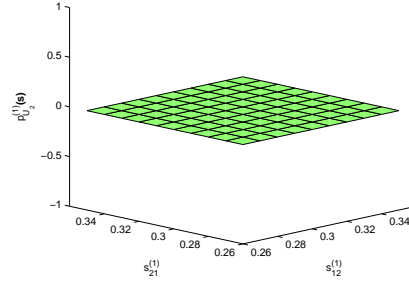
(a) Güç değerleri, $p_{12}^{(1)}$



(b) Güç değerleri, $p_{21}^{(1)}$



(c) Güç değerleri, $p_{U1}^{(1)}$



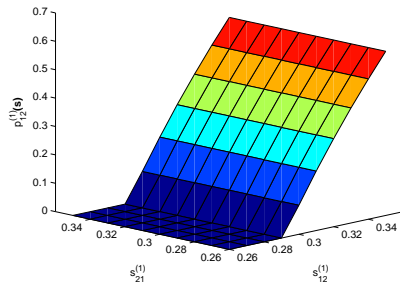
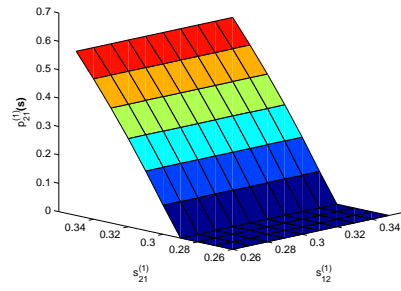
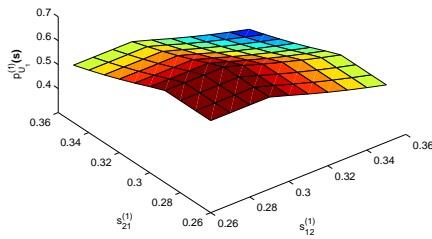
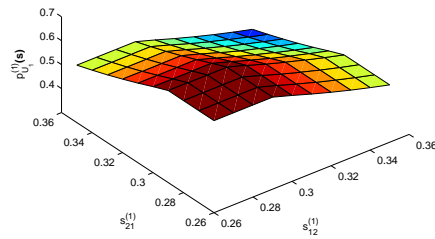
(d) Güç değerleri, $p_{U2}^{(1)}$

Şekil 3.4. $s_{10}^{(1)}$ ve $s_{20}^{(1)}$ en az ($s_{10}^{(1)} = s_{20}^{(1)} = 0.025$), sabit ve sürekli $s_{12}^{(1)}$ ve $s_{21}^{(1)}$ 'den az iken, güç tahsisinin sonuçları.

Şekil 3.5(a)-3.5(d)'de, her iki direkt linkin ortalama kanal değerleri en yüksek (ör. $s_{10}^{(1)} = s_{20}^{(1)} = 0.25$), sabit ve sürekli $s_{12}^{(1)}$ ve $s_{21}^{(1)}$ 'den az iken, güç dağılımında işbirlikçi linklerin güçlerinin tek kullanıcı su doldurma yöntemi ile oluşturulduğu görülmektedir, bu da işbirlikçi linklerin güçlerinin su doldurma yöntemi ile çözülebileceğine işaret eden (3.98a) ve (3.99a) ile uyumludur.

Şekil 3.6(a)-3.6(d)'de, işbirliği sinyali U 'ya ayrılan güçler pozitifken p_{12} ve p_{21} için yine tek kullanıcı su doldurma çözümü gözlemlenmesine karşın, U 'ya ayrılan güçler sıfıra eşit olduğunda birlikte su doldurma tipi bir çözüm gözlemlenmektedir. Bu bölgelerde, kullanıcılardan birinden diğerine olan kanal iyileştikçe, bu kullanıcı kanala daha fazla güç koymakta, ancak diğer kullanıcının da kanalı iyileşirse, bu kez kullanıcılar kanala birbirlerinin güç değerlerinden kaçınacak şekilde erişmeye başlamaktadır.

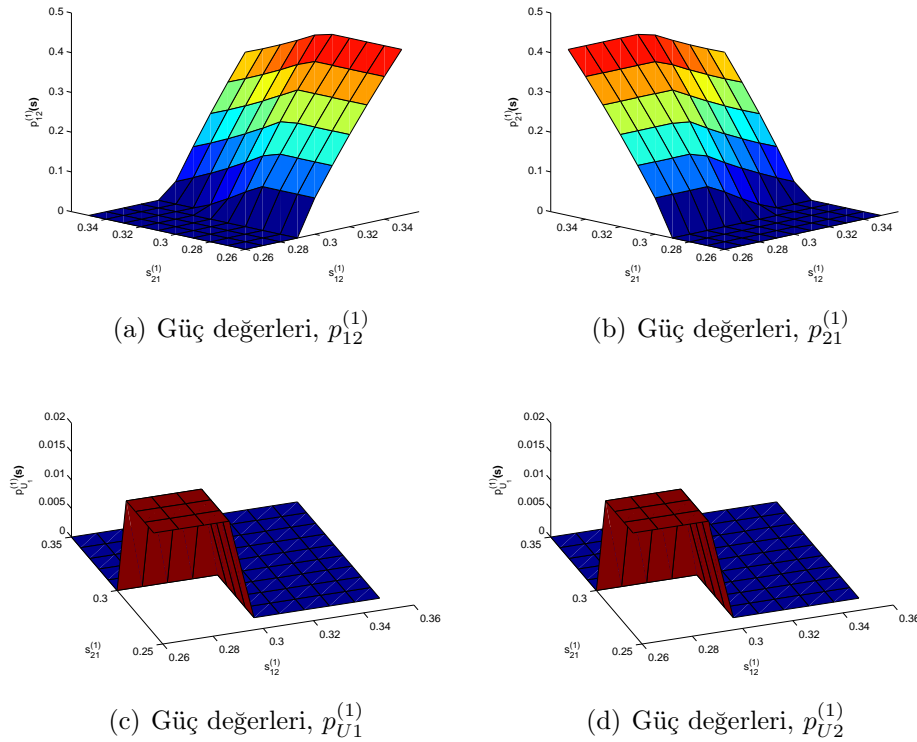
Şekil 3.7(a)-3.7(d)'de ilginç bir sonuç görülmektedir: $s_{12}^{(1)}$ ve $s_{21}^{(1)}$ 'in ortalama kanal değerleri eşit olmasına rağmen, $p_{21}^{(1)}$ 'e $s_{20}^{(1)} > s_{10}^{(1)}$ olduğundan daha çok güç tahsis edildiği açıktır. Bunun sebebi, kullanıcıların birbirlerine bilgi göndermek için kullandıkları güç-

(a) Güç değerleri, $p_{12}^{(1)}$ (b) Güç değerleri, $p_{21}^{(1)}$ (c) Güç değerleri, $p_{U1}^{(1)}$ (d) Güç değerleri, $p_{U2}^{(1)}$

Şekil 3.5. $s_{10}^{(1)}$ ve $s_{20}^{(1)}$ en yüksek ($s_{10}^{(1)} = s_{20}^{(1)} = 0.25$), sabit ve sürekli $s_{12}^{(1)}$ ve $s_{21}^{(1)}$ 'den az iken, güç tahsisinin sonuçları.

lerin, aynı zamanda alıcı tarafından da kullanılıyor olması, ve ele alınan bu kanal durumunun kullanıcı ikinin alıcıdaki toplam veri hızını artırmak için daha iyi bir seçenek sunmasıdır. Bu kesitte, sadece $s_{12}^{(1)}$ en yüksek olduğu durumda, çok az bir güç $p_{12}^{(1)}$ 'e tahsis edilmekte, onun dışında tüm güç $p_{21}^{(1)}$ 'e tek kullanıcı su doldurma yöntemi ile tahsis edilmektedir. Burada bir diğer önemli gözlem, işbirliği sinyanli U 'ya hiç güç ayrılmasıdır: zira, direk linklerden birinin iyi olması işbirliğinden faydalanmak için yeterli değildir, evreyum kazancı için her iki linkin de iyi olduğu durumu beklemek çok daha avantajlıdır. Bu durum, bu kez kullanıcılararası linklerin sabitlenip, direk linklerin değişken alındığı Şekiller 3.8(a)-3.8(d) ve 3.9(a)-3.9(d)'de daha iyi gözlemlenmektedir.

Sonuç olarak, bu iş paketi kapsamında, subgradient algoritması ile erişilebilir veri hızı bölgesinin tüm noktalarına ulaşan güç tahsisi bulunmuş, aynı zamanda analitik olarak da, veri hızı bölgesini eniyileyen döngüsel bir algoritma geliştirilmiştir. Döngüsel algoritma altkanal sayısından bağımsız olarak yalnızca üö Lagrange çarpanı üzerinden bir tarama gerektirdiğinden, karmaşıklık olarak çok üstündür. Güç kontrolü altkanallar arası işbirlikçi kodlama gibi her alt kanalda her kullanıcı tarafından her tür gönderime baştan izin veren en genel durumda gerçekleştirilmiştir, buna rağmen kanal durumuna bağlı olarak, bazı kodsözcüklerine güç atanmaması gerektiği eniyileme sonucunda ortaya çıkmıştır. Bu



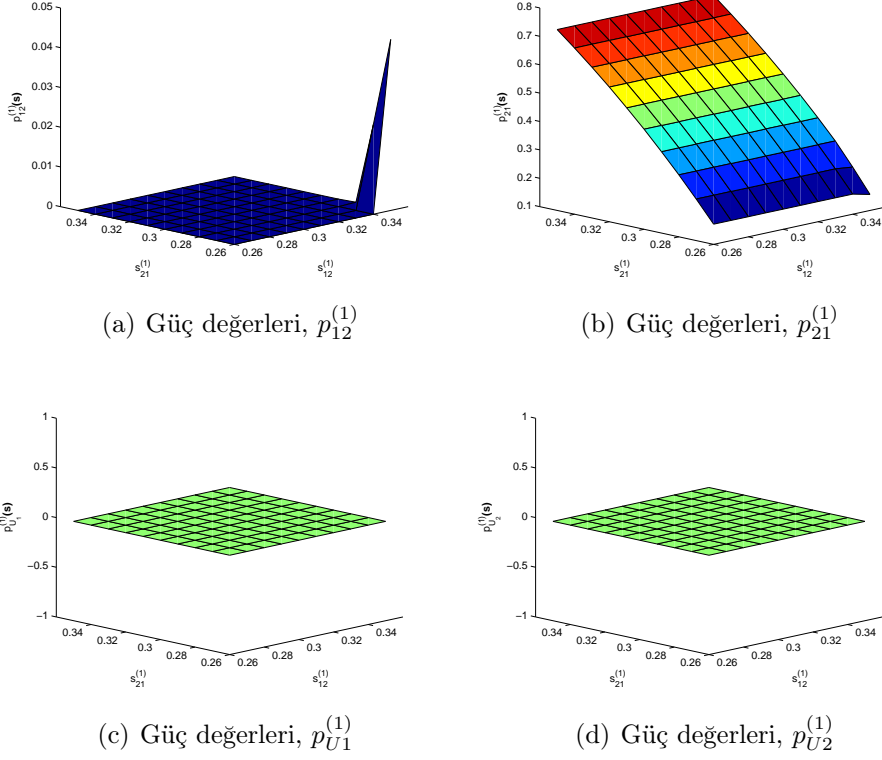
Şekil 3.6. $s_{10}^{(1)} = s_{20}^{(1)} = 0.15$, sabit ve sürekli $s_{12}^{(1)}$ ve $s_{21}^{(1)}$ 'den az iken, güç tahsisinin sonuçları.

nedenle, en iyi güç dağılımı, aynı zamanda işbirliği işlevleri için en iyi altkanal atamasını da dikte etmektedir, bu da elde edilen sonuçların etkinliğini artırmaktadır. Bu bölümün sonuçları IEEE Globecom 2011 konferansında sunulmak üzere kabul edilmiş (BAKIM & Kaya, 2011b), ve IEEE Transactions on Wireless Communications dergisine gönderilmek üzere hazırlanmış olan bir makalede de raporlanmıştır (BAKIM & Kaya, 2011c).

Bir sonraki bölümde, altkanalların kullanıcılara baştan atandığı, ve bu atamanın anlık değişmediği durumlarda, daha pratik yarı çift yönlü iletişim protokolleri ile erişilebilecek veri hızları irdelenecektir.

3.5. İş Paketi 2.4:Sabit alt-taşıyıcı tahsisi kullanan işbirlikçi OFDMA sistemi için güç kontrolü, alt-taşıyıcı ve güçlerin birlikte eniyelenmesi.

Bu iş paketi kapsamında, buluşsal bir yarı çift zamanlı bir gönderim stratejisi geliştirilmiştir. Önerdiğimiz altkanallar arası işbirliği protokolünden türetilen, yarı çift zamanlı işbirliği protokolünün erişilebilir veri hızı bölgesi elde edilmiş, altkanallar arası işbirliğine bağlı olarak ispatı yapılmış, benzetim çalışmaları gerçekleştirilmiştir. Burada sonuçlarımızı şöyle özetleyebiliriz:



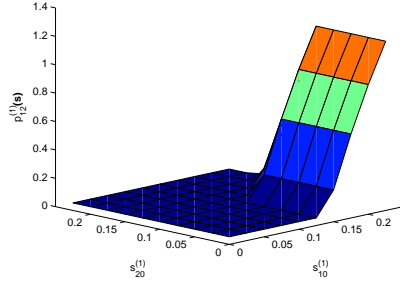
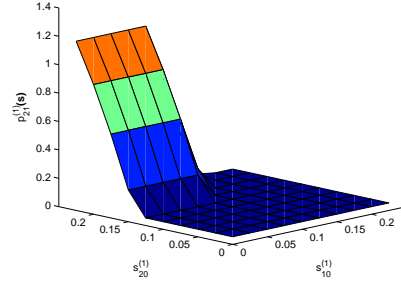
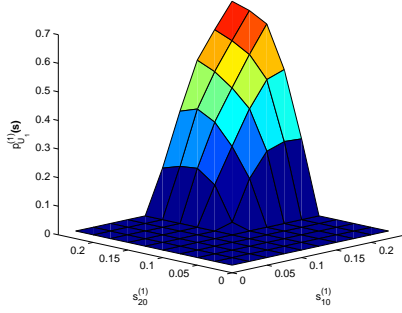
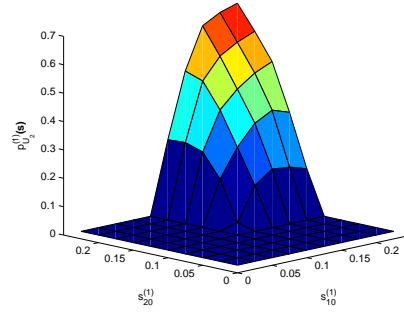
Şekil 3.7. $s_{10}^{(1)} = 0.125$, $s_{20}^{(1)} = 0.175$, sabit ve sürekli $s_{12}^{(1)}$ ve $s_{21}^{(1)}$ 'den az iken, güç tahsisinin sonuçları.

Sistemdeki altkanalların üç ayrık kümeye bölündüğünü varsayalım, örneğin, $\mathcal{I} \triangleq \{1, \dots, N\} = \{\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2, \mathcal{I}_3\}$. Altkanallar $i \in \mathcal{I}_1$ üzerinde, kullanıcı 1 gönderirken kullanıcı 2 ve alıcı dinlesin, altkanallar $i \in \mathcal{I}_2$ üzerinde, kullanıcı 2 gönderirken kullanıcı 1 ve alıcı dinlesin; altkanallar $i \in \mathcal{I}_3$ üzerinde ise, her iki kullanıcı, evreyum kazancı sağlamak amacıyla bir arada gönderirken, yalnızca alıcı dinlesin. Kodlamanın altkanallar arası yapıldığını varsayalım. Bu sayede, bir önceki blokta alınan mesajlar bir sonraki blokta tekrar altkanallara dağıtılarak daha esnek bir veri hızı bölgesine erişilebilir. Bu durumda, erişilebilir veri hızı bölgesi aşağıdaki gibi bulunur:

Theorem 1. (BAKIM & Kaya, 2011a) Yarı çift zamanlı işbirlikçi kodlama uygulayan bir iki kullanıcılu işbirlikçi OFDMA kanalı için bir erişilebilir veri hızı bölgesi, aşağıdaki kısıtları sağlayan tüm veri ikilileri (R_1, R_2) 'nin dışbükey zarfının alınması ile elde edilebilir.

$$R_1 < \sum_{i \in \mathcal{I}_1} E \left[C \left(\frac{s_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}}{s_{12}^{(i)} p_{10}^{(i)} + 1} \right) \right] + \sum_{i \in \{\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_3\}} E \left[C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)} \right) \right], \quad (3.111)$$

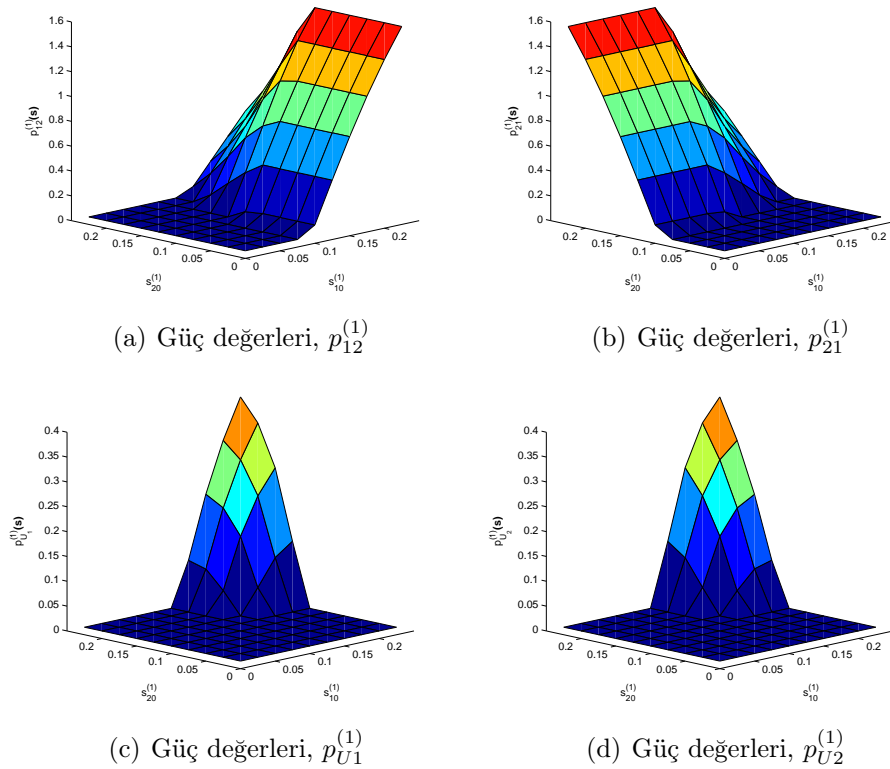
$$R_2 < \sum_{i \in \mathcal{I}_2} E \left[C \left(\frac{s_{21}^{(i)} p_{21}^{(i)}}{s_{21}^{(i)} p_{20}^{(i)} + 1} \right) \right] + \sum_{i \in \{\mathcal{I}_2, \mathcal{I}_3\}} E \left[C \left(s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)} \right) \right], \quad (3.112)$$

(a) Güç değerleri, $p_{12}^{(1)}$ (b) Güç değerleri, $p_{21}^{(1)}$ (c) Güç değerleri, $p_{U_1}^{(1)}$ (d) Güç değerleri, $p_{U_2}^{(1)}$

Şekil 3.8. $s_{12}^{(1)}$ ve $s_{21}^{(1)}$ en az (*i.e.* $s_{12}^{(1)} = s_{21}^{(1)} = 0.26$), sabit ve sürekli $s_{10}^{(1)}$ and $s_{20}^{(1)}$ 'den yüksek iken, güç tahsisinin sonuçları.

$$\begin{aligned}
 R_1 + R_2 < \min \left\{ \sum_{i \in \mathcal{I}_3} E \left[C \left(s_{10}^{(i)} p_1^{(i)} + s_{20}^{(i)} p_2^{(i)} + 2\sqrt{s_{10}^{(i)} s_{20}^{(i)} p_{U_1}^{(i)} p_{U_2}^{(i)}} \right) \right] \right. \\
 &+ \sum_{i \in \mathcal{I}_1} E \left[C \left(s_{10}^{(i)} (p_{10}^{(i)} + p_{12}^{(i)}) \right) \right] + \sum_{i \in \mathcal{I}_2} E \left[C \left(s_{20}^{(i)} (p_{20}^{(i)} + p_{21}^{(i)}) \right) \right], \\
 &\sum_{i \in \mathcal{I}_1} E \left[C \left(\frac{s_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}}{s_{12}^{(i)} p_{10}^{(i)} + 1} \right) + C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)} \right) \right] \\
 &+ \sum_{i \in \mathcal{I}_2} E \left[C \left(\frac{s_{21}^{(i)} p_{21}^{(i)}}{s_{21}^{(i)} p_{20}^{(i)} + 1} \right) + C \left(s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)} \right) \right] \\
 &\left. + \sum_{i \in \mathcal{I}_3} E \left[C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)} + s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)} \right) \right] \right\}. \tag{3.113}
 \end{aligned}$$

Kanıt. Dikkat edilmelidir ki, önerilen yarı çift zamanlı strateji, altkanallar arası işbirliğinin özel bir durumundan ibarettir: yalnızca güçleri $i \in \mathcal{I}_1$ için $p_{20}^{(i)} = p_{21}^{(i)} = p_{U_1}^{(i)} = p_{U_2}^{(i)} = 0$, $i \in \mathcal{I}_2$ için $p_{10}^{(i)} = p_{12}^{(i)} = p_{U_1}^{(i)} = p_{U_2}^{(i)} = 0$ ve $i \in \mathcal{I}_3$ için $p_{12}^{(i)} = p_{21}^{(i)} = 0$ olarak seçmek yeterlidir. Bu güç değerlerini altkanallar arası işbirliği için elde edilen erişilebilir veri hızı ifadelerine yerleştirdiğimizde, (BAKIM & Kaya, 2011a, Theorem 2), istenilen sonuca ulaşırız. \square



Şekil 3.9. $s_{12}^{(1)}$ ve $s_{21}^{(1)}$ en yüksek (*i.e.* $s_{12}^{(1)} = s_{21}^{(1)} = 0.35$), sabit ve sürekli $s_{10}^{(1)}$ and $s_{20}^{(1)}$ 'den yüksek iken, güç tahsisinin sonuçları.

Yukarıdaki erişilebilir veri hızı bölgelerine ait benzetimler, güç kontrolü sonuçlarını tartıştığımız Bölüm 3.4'te verilen Şekiller 3.2 ve 3.3'te gösterilmektedir. Bunların her ikisinde de, bu iş paketinin hedefi olan sabit buluşsal kanal ataması basit bir üç altkanallı sistem için yapılmış olup, ilk altkanal kullanıcı 1'in gönderimi, ikinci alt kanal kullanıcı 2'nin gönderimi, üçüncü altkanal ise alıcıya ortak gönderim için atanmıştır. Bu atama tesadüfi bir biçimde değil, altkanalların dağılımına bakılarak, kullanıcıların işbirliğinden en çok fayda sağlayabilecekleri şekilde yapılmıştır. Örneğin Şekil 3.2'deki kanal dağılımında, üçüncü altkanalın ortalama sönümlenme kazancı en yüksekken, kullanıcılararası sönümlenme kazancı da en düşüktür, bu durumda üçüncü altkanalın yarı çift zamanlı bir senaryoda işbirliğine ayrılması gerektiği açıktır. Ancak, Şekil 3.2'deki sonuçlara bakıldığında, bu yaklaşımla dahi yarı çift zamanlı tekniğin çok fazla kayba yol açtığı görülmektedir, zira kullanıcı alıcı kanallarının kalitesi, kullanıcılararası kanallarda oluşturulan ortak bilgiyi desteklemek için yeterli olmamaktadır. Güç kontrolü ya da çift zamanlı operasyon çok daha fazla esneklik sağlamaktadır. Öte yandan, kullanıcı alıcı linklerinin daha kuvvetli olduğu Şekil 3.2'de, yarı çift zamanlı işbirliğinin daha iyi sonuç verdiği de gözlemlenmiştir.

Bu bölümün sonuçları da, IEEE Transactions on Wireless Communications dergisine kabul edilen makalemizde (BAKIM & Kaya, 2011a) raporlanmıştır.

3.6. İş Paketi 2.5: Çok kullanıcıli sistemlerde işbirlikçi ortak seçimi

Kablosuz iletişim sistemlerinde, kullanıcıların veri hızları, büyük ölçüde kanal koşullarına bağlıdır. Her kullanıcının kanal koşulu, diğer kullanıcılardan bağımsız olarak değişkenlik göstermektedir. Dolayısı ile, önceki bölümlerde görüldüğü gibi, bir kullanıcının anlık kanal durumu kötü olsa bile, işbirliği içindeki partnerinin kanalı sayesinde, veri hızını artırabilmektedir. Ancak hareket, ve yer durumuna göre, işbirliğinden en iyi sonucu alabilmek için, partner seçimi kritik bir rol üstlenmektedir.

Partner seçimi konusunda, literatürde farklı yaklaşımlarla bazı araştırmalar yapılmıştır. SNR seviyesine göre eşik değeri kullanan bir partner seçim yöntemi sunulan (LIN et al., 2006) makalesinde, veri hata olasılığının düşürülmesi amaçlanmıştır. Bir diğer çalışmada (MAHINTAN et al., 2008) ise, kullanıcıların sadece lokasyon bilgilerine bakarak, yükselt-ilet politikası uygulanan bir işbirliği senaryosunda, en büyük ağırlıklı eşleştirme (Maximum Weighted Matching, bundan sonra MWM) algoritması kullanılarak en iyi partner seçimi yapılmaya ve toplam iletim gücü düşürülmeye çalışılmıştır. Öte yandan, OFDMA sistemleri için kaynak tahsisi konusunda, giriş bölümünde de anlatıldığı gibi çok sayıda çalışma olmasına karşın, partner seçimi hakkında çalışmalar ise az sayıda çalışma bulunmaktadır. Bunlardan bir tanesi, yükselt-ilet metodu kullanılan yarı tam zamanlı işbirliği senaryosunda, toplam iletişim gücünü düşürmeye yöneliktir (HAN et al., 2005). Bir başka çalışmada ise, partner seçimi sorununa, oyun kuramı açısından çözüm bulunmaya çalışılmıştır (MUKHERJEE & Kwon, 2010).

Bu iş paketinde, OFDMA sayesinde oluşan frekans çeşitliliği ile çoklu kullanıcı işbirliği sayesinde oluşan uzaysal çeşitlilikten faydalanıp, (BAKIM & Kaya, 2011b) makalesinde sunulan güç tahsisi yöntemi ile partner seçiminin ortak aniyilenmesi ile sistemin toplam veri hızını enbüyükleyen algoritmalar geliştirilmiştir. Çalışma temel olarak, kullanıcı çiftlerinin gönderilerinin OFDMA sayesinde birbirinden etkilenmeyeceği ve çiftlerin veri hızlarının birbirinden bağımsız olarak bulunabileceği prensibine dayanmaktadır. Çok kullanıcıli sistemlerde, her bir çiftin veri hızları bulunup, bir çizge haline getirilmiş ve bu çizge üzerinde MWM algoritmasının kullanılması ile toplam veri hızı açısından en iyi partner çiftleri bulunmuştur. Ancak yapılan çalışmada, partner seçiminin büyük oranda kullanıcıların lokasyonlarına dayalı olduğu gözlemlenmiş, ve buna göre, sadece kullanıcı lokasyonuna bağlı daha basit ve yüksek verimlilikli algoritmalar üretilmiştir.

3.6.1. Sistem Modeli

Kullanıcıların eşleştirilmesi probleminin tanımlanabilmesi için, daha önce sunduğumuz genel sistem modeline, kullanıcılar arası uzaklıkları, ve ikiden fazla kullanıcıyı dahil edecek şekilde modifikasyonlar yapılması gereklidir. Bu nedenle, bu bölümde sistem modelini baştan tanımlıyoruz, ve kullanılan indisler ve değişkenleri de anlatımın sadeliği açısından yeniden atıyoruz.

Sistemde, N kullanıcı vardır. $i \in \{1, \dots, N\}$, $j \in \{1, \dots, N\}$ ve $i \neq j$ olmak üzere, her bir işbirlikçi $\{i, j\}$ çiftine, M adet birbirine dik alt-kanal $S_{ij} \subset \{1, \dots, NM/2\}$ tahsis edilmiştir. Sistemdeki tüm kanallar aynı şekilde modellenmiştir. Sistemde, kullanıcıların alt-kanal tahsisi bir kereye mahsus olup, değiştirilmesi mümkün değildir.

Her işbirlikçi $\{i, j\}$ çiftine dahil olan i ve j kullanıcıları, ve alıcı (0 indeksi ile gösterilmiştir) için alınan sinyaller aşağıda verilmiştir.

$$Y_i = \sqrt{h_{ji}^{(s)} d_{ij}^{-\alpha}} X_j^{(s)} + N_i^{(s)}, \quad (3.114)$$

$$Y_j = \sqrt{h_{ij}^{(s)} d_{ij}^{-\alpha}} X_i^{(s)} + N_j^{(s)}, \quad (3.115)$$

$$Y_0 = \sqrt{h_{i0}^{(s)} d_{i0}^{-\alpha}} X_i^{(s)} + \sqrt{h_{j0}^{(s)} d_{j0}^{-\alpha}} X_j^{(s)} + N_0^{(s)}. \quad (3.116)$$

Eşitlik (3.114)-(3.116)'de, gürültü terimleri $N_i^{(s)}$, $N_j^{(s)}$ ve $N_0^{(s)}$, bağımsız sıfır ortalamalı beyaz gauss gürültüsü olarak modellenmiştir ve varyansları sırasıyla $\sigma_i^{(s)^2}$, $\sigma_j^{(s)^2}$, $\sigma_0^{(s)^2}$ olarak gösterilir. $X_i^{(s)}$ ve $X_j^{(s)}$ terimleri, sırasıyla i ve j kullanıcıların yolladığı mesaj sinyalleridir. Sistemde, alt-kanalların birbirinden bağımsız ve özdeş Rayleigh sönümlenmesine maruz kaldığı varsayılmıştır. Dolayısı ile de $h_{ij}^{(s)}$, $h_{ji}^{(s)}$, $h_{i0}^{(s)}$ ve $h_{j0}^{(s)}$ çarpanları bağımsız özdeş üstel rastgele değişkenlerdir. Sistemimizde, tüm kullanıcıların ve alıcının tüm kanal bilgisine (\mathbf{h}) sahip olduğu varsayılmaktadır. d_{ij} , d_{i0} ve d_{j0} sembolleri, sırasıyla kullanıcı i 'den kullanıcı j 'ye, kullanıcı i 'den alıcıya ve kullanıcı j 'den alıcıya olan uzaklıkları göstermektedir. α ise, uzaklık dolayısıyla yol kaybı katsayısını göstermektedir.

İşbirliğinde karşılıklı yarar görülen bir sistem uygulanmaktadır. Diğer bir deyişle, işbirliğindeki kullanıcı çiftlerinden birisi, diğerinin mesajını (BAKIM & Kaya, 2010) makalesinde önerilen sistemdeki gibi çözüp alıcıya yollar. Dahası, her bir kullanıcı, kanal durumu bilgi-

sine göre (BAKIM & Kaya, 2011b) makalesinde önerildiği gibi işbirliğindeki çiftlerin veri hızını en iyileyecek şekilde güç kontrolü uygular.

$$X_i^{(s)} = \sqrt{p_{i0}^{(s)}(\mathbf{h})}X_{i0}^{(s)} + \sqrt{p_{ij}^{(s)}(\mathbf{h})}X_{ij}^{(s)} + \sqrt{p_{U_i}^{(s)}(\mathbf{h})}U^{(s)}, \quad (3.117)$$

$$X_j^{(s)} = \sqrt{p_{j0}^{(s)}(\mathbf{h})}X_{j0}^{(s)} + \sqrt{p_{ji}^{(s)}(\mathbf{h})}X_{ji}^{(s)} + \sqrt{p_{U_j}^{(s)}(\mathbf{h})}U^{(s)}, \quad (3.118)$$

Eşitlik 3.117'teki $X_{i0}^{(s)}$, $X_{ji}^{(s)}$ ve $U^{(s)}$ terimleri, sırasıyla alıcıyla direkt iletişim, ortak mesaj oluşumu ve işbirliği için kullanılmaktadır. $p_{i0}^{(s)}(\mathbf{h})$, $p_{ij}^{(s)}(\mathbf{h})$ ve $p_{U_i}^{(s)}(\mathbf{h})$ değişkenleri, çarpımı olduğu her bir mesaj parçasının kanal durumuna göre belirlenen güçlerini göstermektedir. Aynı tanımlar, kullanıcı j için de geçerlidir. Her iki işbirlikçi kullanıcı da, verilen ortalama güç kısıtlarına uymak zorundadır.

$$\sum_{s \in S_{ij}} E \left[p_{i0}^{(s)}(\mathbf{h}) + p_{ij}^{(s)}(\mathbf{h}) + p_{U_i}^{(s)}(\mathbf{h}) \right] \triangleq \sum_{s \in S_{ij}} E \left[p_i^{(s)}(\mathbf{h}) \right] \leq \bar{p}_i, \quad (3.119)$$

$$\sum_{s \in S_{ij}} E \left[p_{j0}^{(s)}(\mathbf{h}) + p_{ji}^{(s)}(\mathbf{h}) + p_{U_j}^{(s)}(\mathbf{h}) \right] \triangleq \sum_{s \in S_{ij}} E \left[p_j^{(s)}(\mathbf{h}) \right] \leq \bar{p}_j. \quad (3.120)$$

Kullanıcılar arası ve kullanıcı-alıcı arası uzaklığa bağlı güç kaybı yüzünden, (BAKIM & Kaya, 2011b) makalesindeki ulaşılabilir veri hızı alanı denklemini genelleştirilmiştir ve bu veri hızı kısıtı eşitlik (3.121)'te verilmiştir.

$$R_i + R_j \leq \min \left\{ \sum_{s \in S_{ij}} E \left[\log \left(1 + \frac{h_{i0}^{(s)} d_{i0}^{-\alpha} p_i^{(s)}(\mathbf{h}) + h_{j0}^{(s)} d_{j0}^{-\alpha} p_j^{(s)}(\mathbf{h})}{\sigma_0^{(s)2}} \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \frac{2\sqrt{h_{i0}^{(s)} d_{i0}^{-\alpha} h_{j0}^{(s)} d_{j0}^{-\alpha} p_{u_i}^{(s)}(\mathbf{h}) p_{u_j}^{(s)}(\mathbf{h})}}{\sigma_0^{(s)2}} \right) \right], \right. \\ \sum_{s \in S_{ij}} E \left[\log \left(1 + \frac{h_{ij}^{(s)} d_{ij}^{-\alpha} p_{ij}^{(s)}(\mathbf{h})}{h_{ij}^{(s)} d_{ij}^{-\alpha} p_{i0}^{(s)}(\mathbf{h}) + \sigma_j^{(s)2}} \right) \right. \\ \left. + \log \left(1 + \frac{h_{ji}^{(s)} d_{ji}^{-\alpha} p_{ji}^{(s)}(\mathbf{h})}{h_{ji}^{(s)} d_{ji}^{-\alpha} p_{j0}^{(s)}(\mathbf{h}) + \sigma_i^{(s)2}} \right) \right] \\ \left. + \sum_{s \in S_{ij}} E \left[\log \left(1 + \frac{h_{i0}^{(s)} d_{i0}^{-\alpha} p_{i0}^{(s)}(\mathbf{h}) + h_{j0}^{(s)} d_{j0}^{-\alpha} p_{j0}^{(s)}(\mathbf{h})}{\sigma_0^{(s)2}} \right) \right] \right\} \quad (3.121)$$

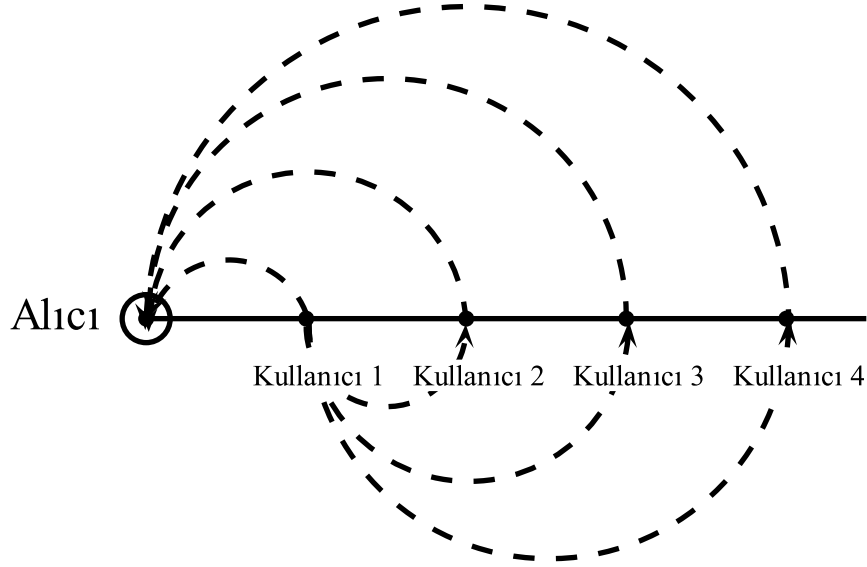
Güçlerin ve partner seçiminin birlikte eniyilendiği duruma geçmeden önce, bir ön

çalışma olarak güçlerin gönderi boyunca güncellenmediği durumda işbirlikçi ortak seçiminin nasıl yapılabileceğini irdeliyeceğiz.

3.6.2. 1-B Doğrusal Dizilimde En İyi Ortak Seçimi

Bu bölümde sunacağımız çalışmalar, güç dağılımı kanal durumuna bağlı olmadan kaba kuvvet yöntemi ile bulunduğundan, en iyi partner seçimi problemine basit bir ilk yaklaşım olarak görülebilir.

Tek boyut üzerinde yapılan benzetim çalışmalarında ilk amaç, kullanıcıların ve kullanıcıların alıcıya yakınlıklarının işbirlikçi ortak seçimini ne şekilde etkilediği, eniyilenmiş veri hızına ulaşırken nasıl çiftler oluşturması gerektiğini anlamaktır. Bu benzetim çalışmasında, kullanıcılar alıcı ile bir doğru çizecek şekilde farklı uzaklıklara dizilmiştir. Bu çalışmada iki farklı durum ele alınmıştır.



Şekil 3.10. 4 kullanıcı, doğrusal dizimli OFDMA sistemi.

İlk çalışmada kullanıcıların alıcıya 0-100 metre arasında düzgün dağılımlı olarak yerleştirildiği durumlar ele alınmıştır.

Kullanıcılar sistematik olarak 10 ve 100 metre arasında 10'ar metrelik değişikliklerle tüm kombinasyonlar şeklinde dizilmiştir ve buna göre sonuçlar alınmıştır. Uzaklık arttıkça kanal durumu da güç kaybı dolayısıyla kötüleştiğinden, uzak kullanıcıların işbirliği kazançlarının düştüğü ve dolayısıyla yakın kullanıcıların çift oluşturmasının işbirliği açısından daha yüksek verim verdiği ortaya çıkmıştır. Ancak bu durumda uzaktaki kul-

lanıcılar ile yakındakilerin veri hızları arasında çok büyük bir fark olmaktadır. Alternatif olarak adillik algoritmaları eklenerek çiftlerin veri hızlarının birbirine yakın olması, ve uzaktakilerin daha yüksek veri hızlarına erişebilecekleri durumlar elde edilebilir, ya da performans ölçütü olarak toplam veri hızı yerine kullanıcı bazlı servis kalitesinin kullanılması düşünülebilir.

İkinci çalışmada kullanıcılar, alıcıya uzak bir mesafeden başlayarak belirli aralıklarla dizilerek benzetim yapılmıştır. En yakın kullanıcı, alıcıya 500 metre uzaklıkta olup, takip eden kullanıcılar arasına da en az 50 metre gelecek biçimde 1000 metreye kadar doğru üzerinde farklı noktalara yerleştirilmiştir, çok sayıda olası konum dağılımı için benzetimler yinelenmiştir. İşbirlikçi stratejilerin hedeflerinden birisi de hücrelerin kapsama sınırına yakın olan kullanıcıların veri hızını en iyilemek olduğundan ve birbirine yakın kullanıcıların işbirliği yapması daha doğal olacağından, bu senaryo daha uygun olmaktadır. Bu senaryoda, istisnasız bir biçimde en yakın kullanıcılar ile en uzak kullanıcılar kendi aralarında çiftler oluşturmaktadır. Kullanıcılar arası uzaklık ne kadar az ise, işbirliğinden oluşan kazanç da o kadar çok olduğundan ve buna ek olarak alıcıya yakın olan kullanıcıların veri hızları, uzaktakilere kıyasla daha yüksek olacağından, işbirliği kazancının da bu oranda daha fazla olması beklenmektedir ve en iyi toplam veri hızı için bu kullanıcıların işbirliğinde olmaları daha mantıklı olmaktadır.

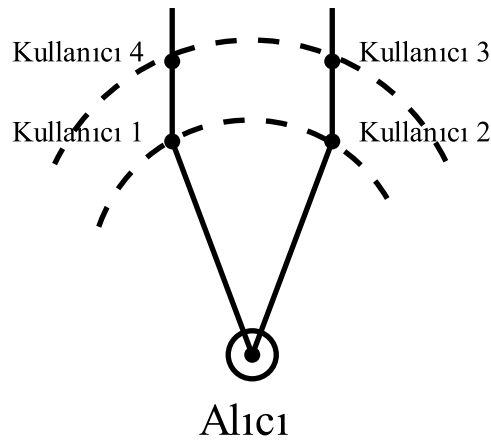
Her iki tek boyutlu senaryoda da güç kontrolü stratejileri kullanımı gerektiği benzetim sonuçlarından anlaşılmaktadır. Kullanıcıların işbirliği için ne kadar güç ayıracağı ve hangi kanallardan bunu yapacağı, kullanıcılar arası mesafeye bağlı olarak değişmektedir. Tek boyutlu benzetimde, kullanıcılar arası uzaklık değiştikçe, alıcıya olan uzaklık da değiştiğinden, bu değişkenlerin ne kadar oranla toplam veri hızını etkiledikleri tam olarak anlaşılamamaktadır.

3.6.3. 2-B Düzlemde En İyi Ortak Seçimi

Gerçek hayatta alıcılar 3 boyutlu bir çevrede kullanıcıları desteklese de, şehir içi durumlarda genel olarak yükseklik boyutunu gözardı ederek gerçeğe yaklaşık sonuçları daha az karmaşıklıkla elde etmek mümkün olabilmektedir. İki boyutlu senaryoda bu yaklaşım kullanılmıştır. Ayrıca 1 boyutlu çalışmalardan farklı olarak, kullanıcıların birbirlerine uzaklıklarının alıcıya uzaklıklarından bağımsız olması böylelikle sağlanabilmektedir.

3.6.3.1. Kanal Durumundan Bağımsız Kaba Kuvvetle Güç Kontrolü. Çalışmanın bu kısmında 4 kullanıcıli basit bir sistemde, kullanıcı çiftlerinin nasıl seçilmesi gerektiği anlaşılmasına çalışılmıştır. Ancak burada, güç kontrolünün kaba kuvvet yöntemi yüzünden yeterli olmaması, ve dolayısıyla veri hızı hesaplarının gerçeğe yeterince yaklaşmadığı göz önüne alındığında, sadece genel bir fikir elde edebilmek mümkün olmaktadır. Bir sonraki bölümde de görüleceği üzere, bu benzetimde elde edilen sonuçlarda hatalar olabildiği anlaşılmaktadır.

4 kullanıcıli basit bir sistemde, kullanıcılar 2 farklı çember üzerine, her bir çembere 2 kullanıcı düşecek şekilde dizilmişlerdir. Dıştaki çemberin çapı kademeli olarak artırılarak farklı durumlarda nasıl etkileşim oluşturduğu analiz edilmiştir.



Şekil 3.11. 2-B düzlemde işbirlikçi ortak seçimi.

İçteki çemberin yarıçapı 500 metre alınmış, dıştaki çemberdeki kullanıcılar da bu kullanıcılara göre değişken uzaklıklarda olacak şekilde yerleştirilmişlerdir. İç çemberdeki kullanıcıların birbirlerine olan uzaklıkları 100 metrede sabitlenmiş ve diğer kullanıcılara olan uzaklıkları en az 20 metre, en fazla 160 metre olacak şekilde seçilmiştir.

Benzetim çalışmasının analizinde, birbirlerine yakın olan kullanıcıların bir çift oluşturması durumunda en iyi veri hızı elde edildiği görülmektedir. Dış çemberdeki kullanıcılar ile (Ör. Kullanıcı 4), ona en yakın iç çemberdeki kullanıcılar (Ör. Kullanıcı 1) arasındaki mesafe, iç çemberdeki kullanıcılar arasındaki mesafeden küçük oluyorsa, toplam kazanç, dıştaki ve içteki kullanıcılar arasındaki işbirliği sayesinde en iyilenmektedir. Diğer durumda ise, iç çemberdeki kullanıcıların kendi aralarında, dış çemberdekilerin de kendi aralarında işbirliği yapmaları en iyi veri hızını sağlamaktadır. Ayrıca kullanıcıların işbirliği yapmaması durumunda nasıl bir fark olacağını görmek amacıyla, sadece alıcıyla iletişim gerçekleştirilen benzetimler de yapılmıştır.

	X	Y
1. Kullanıcı	-50	497
2. Kullanıcı	50	497
3. Kullanıcı	50	597
4. Kullanıcı	-50	597
Alıcı	0	0

Tablo 3.1. Kullanıcı Koordinatları

Okunabilirlik açısından, en iyi veri hızına ulaşan çiftlerin karşılaştırılması için yapılan benzetim sonuçlarından yalnızca biri detaylı olarak irdelenecektir. Tablo 3.1 içerisinde kullanıcıların koordinatları verilmiş olup, Tablo 3.2, bu koordinatlar için veri hızlarının kıyaslamasını içermektedir. Tablo 3.3 ise en iyi gruplama için güç dağılımının işbirliği sinyalleri üzerine nasıl yapılması gerektiğini göstermektedir. Bu ve diğer benzetim çalışmalarının sonuçlarındaki güç dağılımından anlaşılan, kullanıcıların güçlerini olabildiğince işbirliği (U) için harcamaları gerektiğidir. Biri dış çemberde diğeri iç çemberde çift oluşturan kullanıcıların işbirliği yaptığı durumlarda, uzak kullanıcının diğeri kullanıcıyla iletişim için biraz güç ayırması ve kalan gücünü işbirliğine ayırması, yakın kullanıcının ise tüm gücünü işbirliğine ayırması en iyi sonucu vermiştir. İçteki kullanıcılar kendi aralarında, dıştaki kullanıcılar kendi aralarında işbirliği yaptığı senaryoda ise, tüm kullanıcıların işbirliği yaptığı çifte gerekli miktarda güç yollayıp, kalanı da işbirliğine ayırması gerektiği gözlemlenmiştir.

Gruplama	İşbirlikli Veri Hızı	İşbirliksiz Veri Hızı
1-2 / 3-4*	1.267006×10^{-1}	7.430296×10^{-2}
1-3 / 2-4	1.228830×10^{-1}	7.430296×10^{-2}
1-4 / 2-3	1.259695×10^{-1}	7.430296×10^{-2}

Tablo 3.2. 2B Benzetim Sonuçları (R=500)

	Kullanıcı 1'den	Kullanıcı 2'den	Kullanıcı 3'ten	Kullanıcı 4'ten
Kullanıcı 1'e	-	0.1	-	-
Kullanıcı 2'ye	0.1	-	-	-
Kullanıcı 3'e	-	-	-	0.1
Kullanıcı 4'e	-	-	0.1	-
Alıcı (Direkt)	0	0	0	0
İşbirliği (U)	0.9	0.9	0.9	0.9

Tablo 3.3. En İyi Gruplama(1-2 / 3-4) Güç Dağılım Tablosu

Diğer bir benzetim senaryosunda, iç çemberdeki kullanıcılar arası uzaklık 500 metre alınmış ve dış çemberdeki kullanıcılar, bu kullanıcılara 100m'den 600m'ye kadar uzak

	X	Y
1. Kullanıcı	-250	433
2. Kullanıcı	250	433
3. Kullanıcı	250	933
4. Kullanıcı	-250	933
Alıcı	0	0

Tablo 3.4. Kullanıcı Koordinatları

olacak şekillerde benzetimler yapılmıştır. Bu benzetim sonucunda hep, dış çemberdeki bir kullanıcı ile ona en yakın iç çemberdeki kullanıcının oluşturduğu çift stratejisinin veri hızını en iyilediği ortaya çıkmaktadır. Dıştaki kullanıcılar uzaklaştıkça, çiftlerin işbirliği (U) gücünü azaltmak zorunda kaldığı, ve bu kazancı diğer denklemde dengeleyebilmek için, birbirleri arasındaki iletişime fazlaca güç ayırmak zorunda oldukları gözlemlenmiştir. Bu da bize kullanıcıların uzaklaştıkça, işbirliğinden elde edilen kazancın azaldığını ve belli bir seviyeden sonra hiç kalmadığını göstermektedir. Bu durumda kullanıcı çiftleri oluşturulurken, kullanıcılar arası mesafenin kısalığı, işbirliği yapılabilmesini etkileyen en önemli faktör olduğu anlaşılmaktadır.

Gruplama	İşbirlikli Veri Hızı	İşbirliksiz Veri Hızı
1-2 / 3-4	5.956193×10^{-2}	5.516840×10^{-2}
1-3 / 2-4	5.786345×10^{-2}	5.516840×10^{-2}
1-4 / 2-3*	6.332284×10^{-2}	5.516840×10^{-2}

Tablo 3.5. 2B Benzetim Sonuçları (R=500)

	Kullanıcı 1'den	Kullanıcı 2'den	Kullanıcı 3'ten	Kullanıcı 4'ten
Kullanıcı 1'e	-	-	-	0.8
Kullanıcı 2'ye	-	-	0.8	-
Kullanıcı 3'e	-	0.7	-	-
Kullanıcı 4'e	0.7	-	-	-
Alıcı (Direkt)	0	0	0	0
İşbirliği (U)	0.3	0.3	0.2	0.2

Tablo 3.6. En İyi Gruplama(1-4 / 2-3) Güç Dağılım Tablosu

Güç dağılımının kaba kuvvet yöntemi ile yapıldığı ilk benzetim çalışmalarında, alıcıya yakın kullanıcıların bir çift, uzak olanların da diğer bir çift olmasının gerektiği görülmüştür. Bir sonraki bölümde anlatılacak olan, kanal durumuna bağlı güç kullanımı algoritmasından sonra yapılan benzetimlerde, alıcıya göre bir yakın kullanıcı ile bir uzak kullanıcının çift olmasının, sistemin toplam veri hızı açısından daha iyi olduğu görülmüştür. Bu benzetim çalışmaları arasındaki farkın sebebi, kaba kuvvet senaryosunda

kullanıcıların işbirliğine ayıracakları gücü tam gerektiği kadar ayarlayamamaları ve buna göre de güçlerinin bir kısmının verimsiz kullanılmasıdır. En son dönemde yapılan ve raporda ilerideki bölümlerde anlatılacak N kullanıcı çalışmaları da, ilk çalışmanın doğruyu yansıtmadığını kanıtlar niteliktedir.

3.6.3.2. Kanal Durumuna Göre Güç Kontrollü Benzetim. Bu benzetim çalışmalarının bir kısmında, bir önceki bölümde anlatılan 4 kullanıcı sistem yeniden oluşturulmuş ve benzetim sonuçları elde edilmiştir. Benzetim sisteminde içteki çemberin yarıçapı 500 metre alınmış, dıştaki çemberdeki kullanıcılar da bu kullanıcılara göre değişken uzaklıklarda olacak şekilde yerleştirilmişlerdir. İç çemberdeki kullanıcıların birbirlerine olan uzaklıkları 100 metrede sabitlenmiş ve diğer kullanıcılara olan uzaklıkları en az 20 metre, en fazla 200 metre olacak şekilde seçilmiştir.

Bu çalışmadan anlaşılan, kullanıcı çiftlerinden birinin bile alıcıya yakın olması durumunda, işbirliğinin kazancının önemli ölçüde artmasıdır. Yakındaki kullanıcıların oluşturduğu çift, en fazla veri hızına ulaşsa da, uzaktakilerin veri hızının çok düşük kalması nedeniyle, sistemin toplam kazancı düşük kalmaktadır. Bu yüzden, daha sonraki 20 kullanıcı çalışmaları da görüleceği üzere, tüm kullanıcı çiftlerinin iyi bir veri hızına sahip olmalarının, sistemde çok yüksek veri hızına sahip birkaç kullanıcı çifti ve oldukça düşük veri hızına sahip kullanıcı çiftleri olarak ayırmanın yanlış olduğu görülmektedir.

N Kullanıcı Sistem. Bu çalışmada, kullanıcı sayısından bağımsız olarak bir çözüm aranmış, ve sonuç benzetimlerle denenmiştir.

Kullanıcı kümesi $1, \dots, N$ olan bir sistemde, Γ kümesini, çizgedeki tüm kullanıcıların aynı anda ikişerli bir şekilde eşleşme kombinasyonları olarak tanımlarsak, bu kümenin eleman sayısı eşitlik 3.123'deki gibi bulunur.

$$L = \prod_{n=1}^{N/2} (N - 2n + 1). \quad (3.123)$$

Γ_l , Γ kümesindeki l indeksini taşıyan 2 kullanıcı eşleşme olsun, ve $l \in 1, \dots, L$ olacak şekilde tanımlayalım. $\mathbf{p}(\mathbf{h})$ vektörünü, tüm kullanıcıların güçlerini içeren değişken olarak tanımlayalım, ve bu vektör tüm negatif olmayan $p_{i0}^{(s)}(\mathbf{h}), p_{ij}^{(s)}(\mathbf{h}), p_{U_i}^{(s)}(\mathbf{h}), \forall s, \forall i, j \in$

$\{1, \dots, N\}$, $\forall \mathbf{h}$ değerlerini içersin. Böylece, veri hızı en iyileme problemini şöyle yazabiliriz:

$$\max_{\substack{\Gamma_l \in \Gamma, \\ \mathbf{p}(\mathbf{h})}} \sum_{\{i,j\} \in \Gamma_l} R_i + R_j \quad (3.124)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{s \in S_{ij}} E \left[p_{i0}^{(s)}(\mathbf{h}) + p_{ij}^{(s)}(\mathbf{h}) + p_{U_i}^{(s)}(\mathbf{h}) \right] \leq \bar{p}_i, \quad \forall \{i, j\} \in \Gamma_l \quad (3.125)$$

$$R_i + R_j \text{ satisfy (3.121),} \quad \forall \{i, j\} \in \Gamma_l. \quad (3.126)$$

Güç kontrolü yapılmasının asıl amaç fonksiyonu olan toplam veri hızları, partner seçimine bağlı olup, partner seçimi de veri hızlarına bağlı olduğundan, eşitlik 3.124, çözülmesi oldukça zor bir problem olarak görülmektedir. Dolayısıyla, daha fazla ilerlemeden önce, şekil 3.6.3.2'de bir örnek vererek 4 kullanıcılı basit bir sistem üzerinden çözüm yolunu anlatmak daha uygun olacaktır. Şekil 3.6.3.2, işbirliği ve direk iletişim için kullanılan tüm kanalları göstermektedir. Burada, eşitlik 3.123 çözümünde, $N = 4$ alınarak sadece 3 farklı 2 kullanıcılı eşleşme olabileceği hesaplanmaktadır: $\{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$, $\{\{1, 3\}, \{2, 4\}\}$. Burada önemli bir gözlem yapalım: Bu eşleşmelerden herhangi birisi seçilirse, her bir kullanıcı çiftinin veri hızı, sadece o çiftin kullandığı kanal kazancına bağlı olur ve OFDMA sayesinde kazanılan dik iletişim özelliği, diğer kullanıcıların bu çifte hiçbir etkisi olmamasını garanti eder. Dolayısıyla, kullanıcı çiftinin veri hızı, diğer kullanıcılardan bağımsız olduğundan, kanal durumuna bağlı güç dağılımını hesaplayabiliriz ve her bir kullanıcı çiftinin veri hızlarını hesaplamak mümkün olur. Sonrasında, en uygun eşleşmeyi bulmak, L üzerinde bir arama yapılarak bulunabilir. Bu durum, tabii ki herhangi bir sayıdaki kullanıcı çifti için geçerlidir. Dolayısıyla, kendi problemimize geri dönersek, bizim en iyileme sorunumuz (3.124)-(3.126), artık iki adımda incelenebilir:

$$\max_{\Gamma_l \in \Gamma} \sum_{\{i,j\} \in \Gamma_l} \max_{\mathbf{p}_i(\mathbf{h}), \mathbf{p}_j(\mathbf{h})} (R_i + R_j),$$

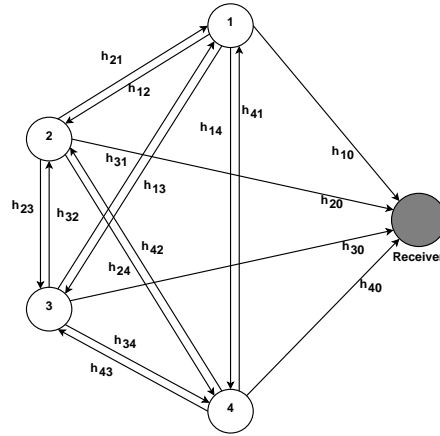
$$\text{s.t.} \quad \sum_{s \in S_{ij}} E \left[p_{i0}^{(s)}(\mathbf{h}) + p_{ij}^{(s)}(\mathbf{h}) + p_{U_i}^{(s)}(\mathbf{h}) \right] \leq \bar{p}_i, \quad \forall \{i, j\} \in \Gamma_l$$

$$R_i + R_j \text{ satisfy (3.121),} \quad \forall \{i, j\} \in \Gamma_l. \quad (3.127)$$

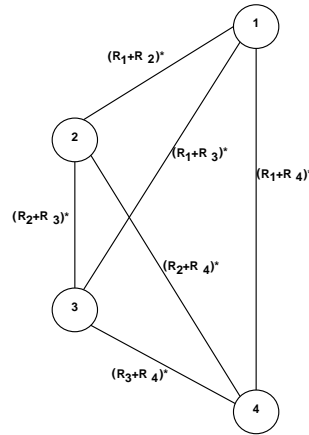
Bu denklem de şöyle yazılabilir:

$$\max_{\Gamma_l \in \Gamma} \sum_{\{i,j\} \in \Gamma_l} (R_i + R_j)^*, \quad (3.128)$$

Burada, $(R_i + R_j)^*$, $\{i, j\}$ çiftinin (BAKIM & Kaya, 2011b)'da elde edilen, ve bu ra-



Şekil 3.12. 4-kullanıcılı OFDMA sistemi çizgesi.



Şekil 3.13. 4-kullanıcılı OFDMA sistemi denk çizgesi

porun önceki bölümlerinde de sunulan, kanal durumuna bağlı en iyi güç dağılımına göre bulunmuş veri hızı olarak tanımlanır.

(3.128) Problemi, (3.124)'a kıyasla daha basit olsa da, tüm partner olasılıkları üzerinde kaba kuvvet ile arama yapmak, denklem (3.123)'da görüldüğü gibi faktöriyel zaman harcar. Oysaki, tüm çift kombinasyonlarının bilindiği durumda, problemimizi çizge kuramında eşleşme problemine denk gelecek şekilde tanımlayabiliriz. 4 kullanıcıli sistemimize geri dönecek olursak, yönsüz bir çizge oluşturup, burdaki düğümleri kullanıcılar olarak görüp, kenarları da, ağırlıkları, kenarın bağladığı kullanıcıların çift olarak elde ettiği veri hızları olacak şekilde tasarlayabiliriz. Sonuç olarak elde edeceğimiz çizge, Şekil 3.13'de görülebilmektedir. Bu örnekteki tüm veri hızlarını ağırlık olarak kullanabilmek için, her biri bir çift kombinasyonuna olacak şekilde toplam 6 tane veri hızı hesaplaması yapılması gerekir. Ancak, toplam 4 kullanıcı olduğundan, aynı anda en fazla iki tane birbiriyle bağlantısız kenar seçilebilmektedir ve bu seçilen kenarların ağırlıkları toplamı en fazla olacak şekilde seçilmelidir. Bu problem, çizge kuramında MWM olarak bilinmektedir, ve (GABOW, 1976)'de sunulan verimli bir algoritmayla çözülmektedir. Bu algoritmanın en

kötü durum karmaşıklığı $O(N^3)$ olarak verilmiştir (GABOW, 1976). N kullanıcı bir sistem için, tüm çift kombinasyonlarına göre kenar sayısı $N \times (N - 1)/2$ olmaktadır. Her kenardaki ağırlığı $(R_i + R_j)^*$ hesaplama maliyeti sabit olduğundan, N büyüdükçe, MWM algoritmasının maliyeti yanında önemsiz kalmaktadır. Ancak dikkat edilmesi gerekir ki, kablosuz iletişim ağlarında genellikle ortalama sayıda kullanıcı bulunduğundan, her bir kullanıcı çiftinin kanal durumuna bağlı veri hızı hesabını yapmak uzun zaman alan bir problem olarak karşımıza çıkar. Pratikte, kullanıcılar sabit olmamakla birlikte, sistemin genel topolojisi ve kanal durumları sıklıkla değişmektedir. Her değişimden sonra, çiftleme yeniden yapılmalı ve dolayısıyla tekrar tekrar aynı algoritma çalıştırılmalıdır. Bu durumda, pratiğe daha uygun, daha hızlı algoritmalar bulunması gerektiği anlaşılmaktadır.

Çalışmanın bu kısmında, daha pratik sonuçlar alınması için yüksek verimlilik veren hızlı algoritmalar önerilmiş ve benzetim çalışmalarında denenmiştir.

Algoritma 1: Alıcıya en yakın kullanıcıdan başlayarak, ona en yakın kullanıcı ile bir çift oluşturulur ve kalan kullanıcılarla aynı algoritma, kullanıcı sayısı sifira ulaşana kadar tekrar tekrar çalıştırılır.

Algoritma 2: Alıcıya en uzak kullanıcıdan başlayarak, ona en yakın kullanıcı ile bir çift oluşturulur ve kalan kullanıcılarla aynı algoritma, kullanıcı sayısı sifira ulaşana kadar tekrar tekrar çalıştırılır.

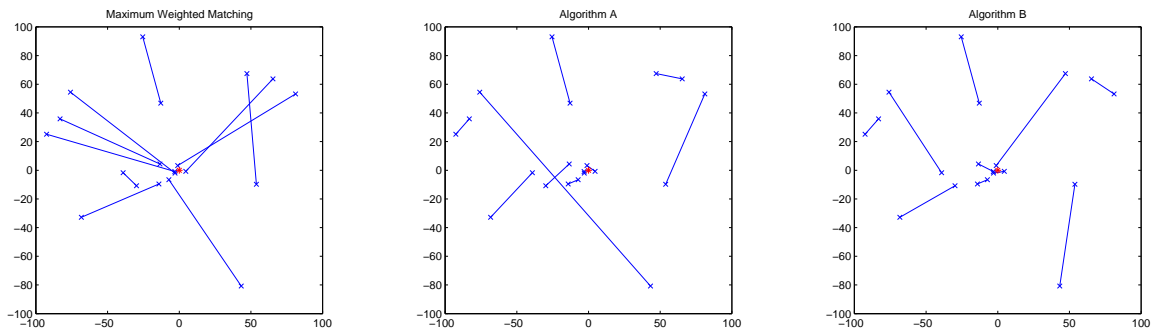
Algoritma 3: En yakındaki kullanıcı ve ona yakın 3 kullanıcı alınarak, bu 4 kullanıcı arasında MWM algoritması çalıştırılır ve buna göre çiftlenirler. Çiftlenen kullanıcılar sistemden ayrıldıktan sonra kalan kullanıcı sayısı sifir olana kadar, aynı algoritma tekrar tekrar çalıştırılır.

Algoritma 4: En uzaktaki kullanıcı ve ona yakın 3 kullanıcı alınarak, bu 4 kullanıcı arasında MWM algoritması çalıştırılır ve buna göre çiftlenirler. Çiftlenen kullanıcılar sistemden ayrıldıktan sonra kalan kullanıcı sayısı sifir olana kadar, aynı algoritma tekrar tekrar çalıştırılır.

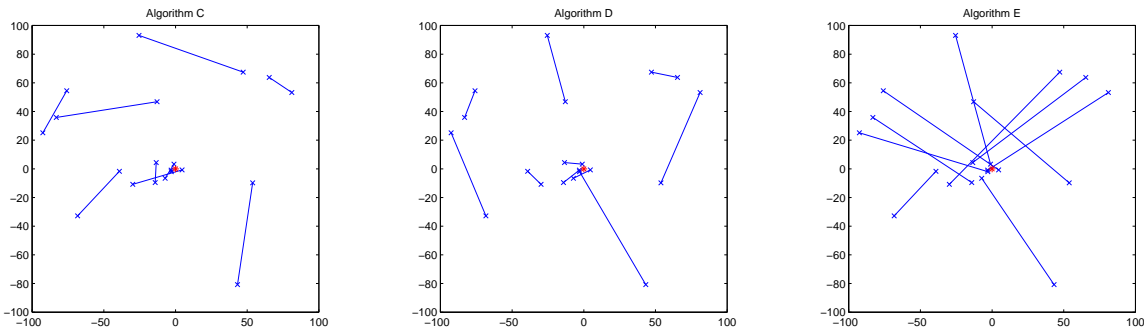
Algoritma 5: En uzaktaki kullanıcı ile en yakındaki kullanıcının çiftlenmesi, ve kalan kullanıcıların da, kullanıcı sayısı sıfır olana kadar aynı şekilde çiftlenmesinden oluşur.

Bu benzetim çalışmasında, gerçek bir kullanıcı ortamı oluşturulmaya çalışılmıştır ve $N = 20$ sayıda kullanıcı bu düzleme daha önceki çalışmalardan farklı olarak, düzgün dağılım kullanılarak rastgele bir biçimde yerleştirilmiş ve gerçeğe daha uygun bir ortam elde edilmiştir. Her bir kullanıcı çiftine $M = 3$ alt-kanal tahsis edilmiştir. Kullanıcılar, alıcı çevresinde, çapı $R = 100m$ olan bir daire üzerinde yerleştirilmiştir. Gürültü varyansı $\sigma = 1$ olarak alınmış ve, buna oranla sinyal-gürültü oranı (SNR) 10^4 olacak şekilde kullanıcı güçleri ayarlanmıştır. Uzaklık dolayısıyla güç kaybı katsayısı $\alpha = 2$ alınmıştır.

Bu algoritmaların hepsi, 15 farklı benzetimde denenmiş, ve MWM algoritmasıyla bulunan en yüksek veri hızına oranlanarak verimleri karşılaştırılmıştır. Figür 3.6.3.2, en iyi çiftleme algoritması ile, denen tüm algoritmaların sonuçları ve verimliliğini göstermektedir. Ayrıca tablo 3.7, tüm algoritmaların eşleştirdiği çiftlerin veri hızı toplamalarını, büyükten küçüğe doğru sıralanmış şekilde içermektedir. Tablo 3.7 ve figür 3.6.3.2 bilgileri, kolay okunabilirlik açısından sadece bir benzetim sonucu içerecek şekilde hazırlanmıştır. Ancak, diğer sonuçlarla elde edilen istatistik bilgileri tablo 3.8 içerisinde sunulmaktadır.



(a) Maximum Weighted Matching Verim: %100 (b) Algoritma 1 Verim: 78.6705% (c) Algoritma 2 Verim: %84.2669



(d) Algoritma 3 Verim: %80.5707 (e) Algoritma 4 Verim: %86.0566 (f) Algoritma 5 Verim: %99.4869

Şekil 3.14. En verimli eşleşme ve diğer algoritmaların sonuçları.

Tablo 3.7. Farklı algoritmaların veri hızları

Çift	MWM	Algo1	Algo2	Algo3	Algo4	Algo5
1	17.084	21.045	19.439	21.045	17.926	17.078
2	16.618	19.596	18.133	18.062	17.731	16.621
3	16.414	13.073	16.649	15.336	16.727	16.410
4	14.924	10.064	13.073	11.534	16.417	14.911
5	10.683	4.833	5.484	4.833	7.164	10.683
6	8.716	3.906	4.388	3.798	3.906	8.657
7	7.938	3.451	3.906	3.496	3.451	7.760
8	7.164	3.074	3.496	2.793	3.074	5.111
9	3.906	2.841	2.841	2.642	2.865	4.833
10	3.596	2.329	2.793	2.706	2.858	4.429
Total	107.043	84.211	90.202	86.245	92.117	106.494

Tablo 3.8. Algoritmaların verimlilik istatistikleri

Verimler	Algo1	Algo2	Algo3	Algo4	Algo5
min	76.994	83.379	78.735	85.114	94.657
max	94.682	95.610	94.762	99.551	99.487
mean	85.708	89.716	88.142	92.942	97.498

Tablo 3.7 ve 3.8 içerikleri incelendiğinde görüleceği üzere, her algoritma, en yüksek veri hızını veren çiftlemeden farklı çiftler oluşturmaktadır. Ancak, figür 3.6.3.2 içindeki bilgilerin doğrultusunda, en yüksek veri hızınının, genel hatlarıyla, alıcıya göre bir uzak ve bir yakın kullanıcı çiftleriyle oluştuğu gözlemlenmektedir. Bu seçim mantığı, algoritma 5'e benzemektedir ve en yüksek verimlilik veren algoritma olduğu Tablo 3.8 içinden görülebilmektedir. Bu algoritma, sadece kullanıcıların buldukları noktaların bilgisine bağlı olduğundan, sistemdeki tüm kullanıcı çifti kombinasyonlarının veri hızları çizgesine ihtiyaç duymamaktadır ve çok hızlı çalışmaktadır. Dolayısı ile hareketli kullanıcıların olduğu bir sistemde, tekrar tekrar çalıştırmak mümkün olabilmektedir.

Sonuç olarak, bu iş paketinde OFDMA ile kanal durumuna bağlı güç kontrolü yapılarak, kullanıcı sayısından bağımsız olarak nasıl en iyi çiftlerin bulunabileceği sorusuna yanıt bulunmuştur. Ancak, bulunan çözümün hız açısından eksiklikleri olabileceği görülmektedir. Sinyal gücünde en etkili parametrenin uzaklık olması, hız problemini daha basit bir hale getirebilmemize olanak sağlamaktadır. Böylece uzun hesaplamalar yerinde, sadece kullanıcı yer bilgileri ile çift oluşturma stratejisi kullanmak mümkün olmaktadır. En verimli çiftlerin belirlenebilmesine rağmen, bunun uzun hesaplamalar gereken bir algoritmayla yapılması, sistemi uzaklık cinsinden değerlendirmenin önemini artırmaktadır.

Böylece, yeni hızlı ve neredeyse %100 verimliliğe yakın bir algoritma bulunmuştur. Önerilen algoritma, basitçe, alıcıya yakın bir kullanıcı ile uzak bir kullanıcıyı çift olarak seçmenin, sistemin toplam veri hızı açısından en doğrusu olduğunu ortaya koymaktadır. Bu sonuç, sürpriz olarak aynı zamanda, daha adil veri hızları da sağlamaktadır. Bu iş paketinin sonuçları, IEEE WCNC 2012 konferansına bir bildiri olarak gönderilmiştir (BAKŞİ et al., 2011).

3.7. Sonuçlar

Bu iş paketinde, işbirlikçi bir OFDMA sistemi için aşağıdaki sonuçlara erişilmiştir:

- Altkanal içi ve altkanallar arası işbirliği yapabilen iki yeni bilgi kuramsal kodlama/kodçözme tekniği geliştirilmiş, ve bunların erişilebilir veri hızları elde edilmiştir. Sonuçta, OFDMA'nın sağladığı frekans çeşitliliğinin, işbirliği protokollerinin tasarımında dikkate alınmasının önemliliği ortaya konulmuştur.
- Daha pratik bir yaklaşım olarak, yarı çift zamanlı gönderim kısıtı altında işbirliği ile erişilebilecek veri hızları elde edilmiştir, ve benzetimleri yapılmıştır. Altkanallar arası işbirliğine izin verildiğinde yarı çift zamanlı işbirliğinin oldukça iyi sonuçlar verebildiği gözlemlenmiştir.
- Anlık kanal bilgisini güç kontrolü için kullanan, ve erişilebilir veri hızı bölgesini eniyileyen algoritmalar tasarlanmış, ve en iyi güç değerlerinin kapalı formdaki analitik çözümleri bulunmuştur. En iyi güç dağılımını elde eden, ve en iyi değere yakınsarlığı kesin ve oldukça hızlı olan bir olan döngüsel algoritma geliştirilmiştir, ve sonucunda elde edilen güç dağılımlarının yapısı incelenmiştir. Güç kontrolünün, altkanalların ne amaçla ve kimler tarafından kullanılması gerektiğine işaret ederek, zaman zaman en iyi ortak güç/ altkanal atanmasını da otomatik olarak verdiği görülmüştür.
- OFDMA kullanan çoklu erişim sistemlerinde, güç kontrolü ve ikişerli işbirliği yapan kullanıcı çiftlerinin sistem toplam veri hızını en büyük yapacak şekilde seçimi problemi çözülmüş, MWM algoritmasından yararlanılarak elde edilen en iyi ikişerli eşleştirmeye yakınsayan buluşsal ama çok yüksek başarılı algoritmalar önerilmiştir.

4. İş Paketi 3: Dik Frekans Bölmeli Girişim Kanallarında En İyi Güç ve Alt Taşıyıcı Tahsisi

4.1. Projenin bütünüyle ilgili bilimsel ve teknik gelişmeler

Bu iş paketinde, proje boyunca bir mezun öğrenciyle ve projenin son üç döneminde bir yarı zamanlı doktora öğrencisi ile beraber çalışılmıştır. Bu iş paketinin genel sonuçları şöyle özetlenebilir:

İ.P. 3.2: İki alıcılı, röleli yayınlama kanalında kaynak aktarımı problemi tamamlanmıştır. Bu problem hakkında “Transmission Strategies and Resource Allocation for Fading Broadcast Relay Channels” isimli dergi makalesi değerlendirilmek üzere IEEE Transactions on Wireless Communications’a Ağustos 2011’de gönderilmiştir.

Sonuçların diğer araştırmacılarla paylaşılması amacıyla, sonuçların bir kısmı, 6 Temmuz 2011 tarihinde, İstanbul’da gerçekleşen IWCMC 2011 International Wireless Communications and Mobile Computing Conference, Haberleşme ve Bilgi Kuramı Sempozyumu’da sözlü olarak sunulmuş ve bildiri kitabına dahil olmuş, 20-22 Haziran 2011 tarihlerinde İspanya’da gerçekleşen IEEE Communications Theory Workshop’ta ise poster sunumu olarak anlatılmıştır. Sonuçlar, aynı zamanda 13-14 Ekim 2011 tarihlerinde gerçekleşecek Aselsan Haberleşme Teknolojileri Çalıştayı’nda da sunulacaktır.

İ.P. 3.3: Röle kanalı için bireysel güç kısıtı altında en düşük kesinti olasılığı problemi çözülmüştür. “Minimum Outage Probability for the Relay Channel under Individual Power Constraints” isimli dergi makalesi değerlendirilmek üzere IEEE Communications Letters’a Eylül 2011’de gönderilmiştir.

Bölüm 4.2’de iş paketi 3.2, bölüm 4.3’te ise iş paketi 3.3 ile ilgili yapılanlar açıklanmaktadır. Bölüm 4.4’teyse gelecek çalışma yönleri önerilmektedir.

4.2. İş Paketi 3.2

Bu alt iş paketiyle ilgili sonuçların bir kısmı “Minimum Common Outage Probability for the Broadcast Relay Channel” ismiyle IWCMC 2011 konferansı, Haberleşme ve Bilgi Kuramı Sempozyumu’nun bildiri kitabında yer almış ve IEEE Communications Theory Workshop’ta poster olarak sunulmuştur. Sonuçların tamamıysa “Transmission Strategies and Resource Allocation for Fading Broadcast Relay Channels” adıyla IEEE Transac-

tions on Wireless Communications'a gönderilmiştir. Sonuçlar, aynı zamanda 13-14 Ekim 2011 tarihlerinde gerçekleşecek Aselsan Haberleşme Teknolojileri Çalıştay'ında da sunulacaktır. Proje boyunca bu alt iş paketindeki katkılarımız şöyle özetlenebilir:

- Sönümlenmeli röleli yayınlama kanalında uzun dönem güç kısıtı, kısa dönem veri hızı kısıtı altında en küçük kesinti olasılığı problemi modellenmiştir. Birden fazla alıcı olması nedeniyle hem ortak kesinti olasılığı, hem de bireysel kesinti olasılığı incelenmiştir. Ortak kesinti olayı, sistem kesintisine karşılık gelir ve alıcılardan herhangi birisi kesintiye uğradığında sistem kesintisi olur. Bireysel kesinti varsayımında ise alıcıların birbirlerinden bağımsız olarak kesintiye girmesine izin verilir. Sonuçları ϵ -kesinti olasılığı veri hızı bölgesi olarak da ifade etmek mümkündür.
- İki alıcılı röleli yayınlama kanalı için beş farklı iletim yöntemi incelenmiştir: Doğrudan iletim (DT), çoklu atlamalı iletim (MH), bağ birleşimli çoklu atlamalı iletim (MHLC), patika seçimi (PS) ve bağ birleşimli patika seçimi (PSLC).
- Sistem başarımını ölçebilmek için sistemdeki ulaşılabilir veri hızı değerlerine üst sınırlar bulunmuştur. Bu üst sınırlar kesinti olasılığı hesaplarında alt sınırların elde edilmesini, ϵ -kesinti olasılığı veri hızı bölgesi hesaplarında ise üst sınırların elde edilmesini sağlamıştır.
- Elde ettiğimiz en önemli çıkarım, rölenin her iki alıcıya da aynı anda yardım etmesi zorunluluğunun kısıtlayıcı olduğudur. PS yöntemi, özellikle röle kaynağa yakınken bir önceki maddede açıklanan sistem başarımı sınırlarını elde etmek için yeterlidir. Daha karmaşık alıcı devrelerine ihtiyaç duyan PSLC yöntemine gerek yoktur.

Projenin son altı aylık dönemindeki en önemli katkımızsa, yukarıda listelenen katkılar içinde, MHLC yönteminin tanımlanması ve bireysel kesinti olasılığı probleminin çözülmesi olmuştur. Protokollerin ayrıntıları, tüm sonuç, karşılaştırma ve yorumlar ekteki 'Transmission Strategies and Resource Allocation for Fading Broadcast Relay Channels' isimli makalede bulunabilir.

4.3. İş Paketi 3.3

Projenin bu alt iş paketindeki en genel amacımız, iki kullanıcı girişi kanalında bireysel hedef veri hızları için, bireysel güç kısıtları altında elde edilebilecek ortak kesinti olasılığı değerini ve bireysel kesinti olasılığı bölgesini bulmaktır. Bu problemde vericilerin bireysel güç kısıtına sahip olduklarını varsaymak önemlidir. Çünkü, coğrafi olarak farklı konumlarda bulunan ve kendi pillerinden yararlanan cihazlardan oluşan sistemlerde toplam güç kısıtı için önerilmiş yöntemler, bireysel güç kısıtı altında beklenen başarımı

gösteremeyebilir. Aynı şekilde, girişim kanalı gibi vericilerin ortak bir amaç için çalışmadığı, sadece kendi bilgilerini iletmeye çalıştığı sistemlerde bireysel veri hızı hedefleri olması, bütün kullanıcılar için toplam veri hızı hedefi olmasından daha gerçekçidir. Fakat hem bireysel güç kısıtları, hem de bireysel hedef veri hızları ilgilenilen kaynak aktarımı problemini zorlaştırır.

Yukarıda belirtilen en genel amaca ulaşmak için, pek çok alt problemi çözmek gerekmektedir. Biz, girişim kanalında kaynak aktarımı problemiyle ilgili olarak, ilk önce ortak kesinti olasılığını, toplam güç kısıtı altında:

- Girişime gürültü gibi davranılan durumda
- Kullanıcılar arasında zamanda çoğullama yapılan durumda ve
- Her iki vericiden gönderilen bilginin kod çözümünün her iki alıcıda da yapıldığı, birleşik çoklu erişim kanalı durumunda

hem toplam veri hızı kısıtı altında, hem de bireysel veri hızı kısıtı altında çözdük. Çözdüğümüz bu alt durumları projenin dördüncü altı aylık gelişme raporunda ayrıntılarıyla açıklamıştık.

Bulduğumuz sonuçları bireysel güç kısıtı durumuna da genelleştirebilmek için, projenin son altı aylık döneminde, basit bir röle kanalı için bireysel güç kısıtı altında kesinti olasılığını en aza indiren eniyileme problemini modelledik. Lagrange çarpanları yönteminden faydalanarak bireysel güç kısıtlarına sahip eniyileme probleminin, ağırlıklı bir toplam güç kısıtı problemiyle eşdeğer olduğunu ispatladık. Fırsatçı çöz-ilet (ODF) ve basitleştirilmiş fırsatçı çöz-ilet (SODF) yöntemlerinin başarımını hem toplam güç kısıtı, hem de bireysel güç kısıtı altında hesaplayıp, kesinti olasılığı üzerindeki alt sınırla karşılaştırdık. Bireysel güç kısıtının, toplam güç kısıtına göre ne kadar kayba yol açtığını bulduk. ODF ve SODF'in, toplam güç kısıtı altında çok benzer davranış gösterdiğini, ancak bireysel güç kısıtı altında SODF'in ODF'ten daha kötü olduğunu gösterdik. Bunlara ek olarak, ODF ve SODF protokollerinde, bireysel güç kısıtı altında, kaynak veya rölenin güçlerinin bir kısmının kullanılmayabileceğini; böyle bir durumun toplam güç kısıtı altında hiç olmadığını gözlemledik. Bulduğumuz sonuçlar, ilgili ispat ve grafiklerin tamamı ekteki "Minimum Outage Probability for the Relay Channel under Individual Power Constraints" isimli dergi makalesinde bulunabilir. Bu makale değerlendirilmek üzere IEEE Communications Letters dergisine gönderilmiştir.

4.4. Gelecek Çalışmalar

Projenin üçüncü iş paketi ile ilgili gelecekte yapılabilecek pek çok çalışma bulunmaktadır. Örneğin,

- a) Birleşik çoklu erişim kanalında bireysel güç ve hedef veri hızı kısıtı altında ortak kesinti olasılığının ve kesinti olasılığı bölgesinin elde edilmesi,
- b) Simetrik girişim kanallarında INR ve SNR değerlerinin birbirleriyle ilişkisine göre girişime gürültü gibi davranılması, zaman bölüşümü veya her alıcının her mesajı çözmesinden oluşan üçlü bir iletim yönteminin başarımının incelenmesi ve
- c) Röleli birleşik çoklu erişim kanalında ve röleli girişim kanalında en küçük kesinti olasılığı bölgesinin bireysel güç ve hedef veri hızı kısıtı altında çözülmesi

incelenebilecek problemlerden bazılarıdır. Projenin ikinci ve üçüncü alt iş paketlerini çözerken kullandığımız yöntemler bu problemlerin çözülebilmesi için ihtiyaç duyduğumuz birikimi sağlamıştır.

5. SONUÇ

Proje öneri raporuna bakıldığında toplam 8 adet konferans bildirisi ve 4 adet gönderilmiş dergi makalesi hedeflendiği görülmektedir. Projenin tamamlandığı bu noktada genel toplamda 9 adet yayınlanan, 1 adet gönderilen konferans bildirisi ve 1 adet kabul edilen, 4 adet gönderilen dergi makalesi bulunmaktadır. Bu açıdan projenin çıktılar bazında hedeflerine ulaştığı görülmektedir. İş paketleri bazında sonuç ve çıktılara ait değerlendirmelerimizi aşağıda özetliyoruz.

5.1. İş Paketi 1

5.1.1. Kazanımlar

Bu iş paketi kapsamında 4 adet konferans bildirisi yayınlanmıştır ve şu anda gönderilmiş olan 1 adet dergi makalesi vardır. Bunların yan ürünü olarak 1 adet yüksek lisans tezi çıkmıştır.

Bu iş paketinde çalışan yürütücünün en büyük kazanımı eniyileme konusunda kendisini geliştirmek olmuştur. (SÖKMEN & Girici, 2010b) bildirisi üzerinde çalışırken konveks programlama ve Lagrange çarpanları konusunu, (SÖKMEN & Girici, 2010c) bildirisi üzerinde çalışırken ikili tamsayı programlama konusunu, (GİRİCİ, 2011) makalesi üzerinde çalışırken ise Interior Point (İç Nokta) ve Block Coordinate Descent metotlarını öğrenme şansı olmuştur. Bunlar çeşitli kaynak aktarım problemlerinde çok işe yarayabilecek araç gereçlerdir ve ileride mutlaka başka çalışmalarda da işe yarayacaklardır.

Bunların dışında sunulan konferans bildirileri yürütücünün bilgi ve görgüsünün artmasını sağlamıştır. Yapılan yüksek lisans tez çalışmasında ise yürütücünün öğrenci yetiştirme ve danışmanlık tecrübesi çok artmıştır.

5.1.2. Öneriler

Bu iş paketinde projenin ortalarından itibaren oransız kodlar (rateless codes) konusunda okumaya başladık. Bu kodların avantajlarından proje raporunda bahsettik. İdeal oransız kodlarda enerji yerine ortak bilgi biriktiği için daha yüksek veri hızlarının ulaşılabileceği mümkündür. Projede oransız kodların kullanıldığı işbirlikli çoğa gönderim konusunu işledik.

Buradaki güç tahsisi probleminin eniyi çözümünü bulmayı başardık. Bundan sonraki hedefimiz yukarı-gönderim , aşağı-gönderim, multicast ,unicast gibi değişik tür senaryoları ele almaktır. İdeal oransız kodların kullanıldığı durumlarda eniyi kaynak tahsisi problemlerini tanımlayıp çözmeyi hedefliyoruz.

5.2. İş Paketi 2

İş paketi 2 kapsamında, ilgili bölümde de sıralanan, ve burada tekrar ettiğimiz aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

- Altkanal içi ve altkanallar arası işbirliği yapabilen iki yeni bilgi kuramsal kodlama/kodçözme tekniği geliştirilmiş, ve bunların erişilebilir veri hızları elde edilmiştir. Sonuçta, OFDMA'nın sağladığı frekans çeşitliliğinin, işbirliği protokollerinin tasarımında dikkate alınmasının önemliliği ortaya konulmuştur.
- Daha pratik bir yaklaşım olarak, yarı çift zamanlı gönderim kısıtı altında işbirliği ile erişilebilecek veri hızları elde edilmiştir, ve benzetimleri yapılmıştır. Altkanallar arası işbirliğine izin verildiğinde yarı çift zamanlı işbirliğinin oldukça iyi sonuçlar verebildiği gözlemlenmiştir.
- Anlık kanal bilgisini güç kontrolü için kullanan, ve erişilebilir veri hızı bölgesini eniyileyen algoritmalar tasarlanmış, ve en iyi güç değerlerinin kapalı formdaki analitik çözümleri bulunmuştur. En iyi güç dağılımını elde eden, ve en iyi değere yakınsarlığı kesin ve oldukça hızlı olan bir olan döngüsel algoritma geliştirilmiştir, ve sonucunda elde edilen güç dağılımlarının yapısı incelenmiştir. Güç kontrolünün, altkanalların ne amaçla ve kimler tarafından kullanılması gerektiğine işaret ederek, zaman zaman en iyi ortak güç/ altkanal atanmasını da otomatik olarak verdiği görülmüştür.
- OFDMA kullanan çoklu erişim sistemlerinde, güç kontrolü ve ikişerli işbirliği yapan kullanıcı çiftlerinin sistem toplam veri hızını en büyük yapacak şekilde seçimi problemi çözülmüş, MWM algoritmasından yararlanılarak elde edilen en iyi ikişerli eşleştirmeye yakınsayan buluşsal ama çok yüksek başarılı algoritmalar önerilmiştir.

Bunların tümünün sonunda, OFDMA sistemlerinin dik gönderim yapıları gereği işbirliği için son derece elverişli olduğu, ve işbirliğinden elde edilebilecek kazancın da yüksek çeşitleme kapasitesi sayesinde çok yüksek olduğu sonucuna varılmıştır. Bu proje konusunda gerçekleştirilen çalışmalar, bilgi kuramsal bir çerçevede oluşturduğundan, özellikle güç kontrolü teknikleri, ve en iyi güç kontrolünün yapısını dikkate alan benzer algoritmaların, gerçek sistemlerde pratik kısıtlar (kiplleme, kodlama gibi) göz önüne alınarak

irdelenmesi, proje sonuçlarının ilgi çekici bir uygulaması olacaktır. Ayrıca, bu projede geliştirilen en iyi eşleştirme tekniklerinin, OFDMA haricinde diğer sistemlere de uygulanması mümkün görünmektedir.

Bu iş paketi kapsamında 1 konferans bildirisi yayınlanmış 1 konferans bildirisi yayınlanmak üzere kabul edilmiş, bir konferans bildirisi de yayınlanmak üzere gönderilmiştir. Ayrıca, bir dergi makalesi yayınlanmak üzere kabul edilmiştir, bir dergi makalesi gönderilme aşamasındadır, bir yüksek lisans tezi devam etmektedir, ve bir doktora tezi tamamlanmıştır.

5.3. İş Paketi 3

5.3.1. Kazanımlar

Projenin üçüncü iş paketi kapsamında en temel kazanım, haberleşme ağlarında gecikme sınırlı kapasite ve buna karşılık gelen en küçük kesinti olasılığı kavramlarının öğrenilmesi olmuştur. İkinci olarak bireysel güç kısıtı problemiyle ilgilenirken Lagrange çarpanları yöntemi konusunda deneyim kazanılmış, bu yöntemle bir eniyileme problemi çözülebilmektedir. Hiyerarşik ağlarda, baz istasyonlarına ek olarak adanmış röle istasyonları bulunur. Röleli yayınlama kanalı bu ağların en temel yapı taşı olduğundan, bu ağ yapısındaki kaynak aktarımı problemini incelemiş olmak, yine aynı ağ için ileri iletim yöntemleri hakkında fikir vermiştir.

5.3.2. Öneriler

: Türkiye’de iyi yüksek lisans/ doktora öğrencisi bulmak önemli bir sıkıntıdır. 30 aylık projemizin üçüncü iş paketi için yarı zamanlı bir doktora öğrencisi, proje başladıktan ancak 12 ay sonra bulunabilmiştir. Bu bir öğrenciyi etkin olarak sadece 9 ay çalıştırabildiğimiz anlamına gelir. Öte yandan projenin üçüncü iş paketindeki çalışmaların çoğu çok başarılı bir lisans öğrencisiyle yürütülmüştür. "Transmission Strategies and Resource Allocation for Fading Broadcast Relay Channels" isimli dergi makalesinin birinci yazarı da bu öğrencidir. Fakat proje boyunca bu öğrenciye hiçbir maddi destek sağlanamamıştır. Bu gibi kanıtlar doğrultusunda, TÜBİTAK’ın lisans öğrencilerini maddi olarak desteklemesi veya proje bütçesinden ödüllendirilmelerine olanak sağlaması, başarılı lisans öğrencilerinin araştırmaya özendirilmesi için çok yararlı olacaktır.

Kaynakça

- BAE, C. & Cho, D. Fairness-Aware Adaptive Resource Allocation Scheme in Multihop OFDMA Systems. *IEEE Communications Letters*, 11(2), 134–136 (2007).
- BAKŞİ, S., Kaya, O., & Bıyıkoglu, T. Optimal and near-optimal partner selection algorithms in cooperative ofdma. *IEEE Wireless Communications and Networking Conference, submitted* (2011).
- BAKANOGU, K., Mingquan, W., Hang, L., & Saurabh, M. Adaptive resource allocation in multicast ofdma systems. In *Wireless Communications and Networking Conference (WCNC), 2010 IEEE* (pp. 1–6). (2010).
- BAKIM, S. (2011). *Cooperative Strategies, Achievable Rates And Resource Allocation For OFDMA Channels*. PhD thesis, Işık University.
- BAKIM, S. & Kaya, O. Achievable rates for two user cooperative ofdma. *IEEE Global Communications Conference*, (pp. 1–5). (2010).
- BAKIM, S. & Kaya, O. Cooperative strategies and achievable rates for two user ofdma channels. *IEEE Transactions on Wireless Communications, to appear* (2011a).
- BAKIM, S. & Kaya, O. Optimum power control for transmitter cooperation in ofdma based wireless networks. *IEEE Global Communications Conference, Workshop on Multicell Cooperation* (2011b).
- BAKIM, S. & Kaya, O. Power control for two user cooperative ofdma channels. *IEEE Transactions on Wireless Communications, to be submitted* (2011c).
- BIGLIERI, E., Proakis, J., & Shamai, S. Fading Channels: Information-theoretic and Communications Aspects. *IEEE Transactions On Information Theory*, 44(6), 2619–2692 (1998).
- CARLEIAL, A. Multiple-access Channels with Different Generalized Feedback Signals. *IEEE Transactions On Information Theory*, 28(6), 841–850 (1982).
- COVER, T. & Gamal, A. Capacity theorems for the relay channel. *IEEE Transactions on Information Theory*, 25(5), 572–584 (1979).
- COVER, T. & Leung, C. An Achievable Rate Region for the Multiple-Access Channel with Feedback. *IEEE Transactions On Information Theory*, 27(3), 292–298 (1981).
- COVER, T. & Thomas, J. (1991). *Elements of Information Theory*. New York: Wiley.

- DAI, L., Gui, B., & Cimini, L. Selective relaying in ofdm multihop cooperative networks. *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, (pp. 963–968). (2007).
- EDEMEN, C. & Kaya, O. Achievable rates for the three user cooperative multiple access channel. *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, (pp. 1507–1512). (2008).
- EKSTRÖM, H., Furuskar, A., Karlsson, J., Meyer, M., Parkvall, S., Torsner, J., & Wahlqvist, M. Technical solutions for the 3g long-term evolution. *Communications Magazine, IEEE*, 44(3), 38 – 45 (2006).
- GABOW, H. An efficient implementation of edmonds algorithm for maximum matching on graphs. *J. ACM.*, 23(2), 221–234 (1976).
- GAO, L. & Cui, S. Efficient subcarrier, power, and rate allocation with fairness consideration for ofdma uplink. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 7(5), 1507–1511 (2008).
- GOLDSMITH, A. & Varaiya, P. Capacity of Fading Channels with Channel Side Information. *IEEE Transactions On Information Theory*, 43(6), 1986–1992 (1997).
- GİRİCİ, T. Ofdma-based relayed multicast with mutual information accumulation. *European Transactions on Telecommunications'a Gönderildi* (2011).
- GİRİCİ, T., Ozel, O., & Uysal-Biyikoglu, E. Buffer sharing on an ofdma downlink. In *Personal Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC), 2010 IEEE 21st International Symposium on* (pp. 1162 –1167). (2010).
- GUI, B. & Cimini, L. Resource allocation algorithms for multiuser cooperative ofdma systems with subchannel permutation. *42nd Annual Conference on Information Sciences and Systems*, (pp. 692–697). (2008).
- GUI, B., Dai, L., & Cimini, L. Selective relaying in cooperative ofdm systems: Two-hop random network. *Wireless Communications and Networking Conference, 2008. WCNC 2008. IEEE*, (pp. 996–1001). (2008).
- HAMMERSTROM, I. & Wittneben, A. On the optimal power allocation for nonregenerative ofdm relay links. *IEEE International Conference on Communications*, 10, 4463–4468 (2006).
- HAN, Z., Himsoon, T., Siritwongpairat, W., & Liu, K. Energy-efficient cooperative transmission over multiuser ofdm networks: Who helps whom and how to cooperate. *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, 2, 1030–1035 Vol. 2 (2005).

- JANG, J. & Lee, K. Transmit power adaptation for multiuser ofdm systems. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 21(2), 171–178 (2003).
- KANEKO, M., Hayashi, K., Popovski, P., Ikeda, K., Sakai, H., & Prasad, R. Amplify and forward cooperative diversity schemes for multi carrier systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 7(5), 1845–1850 (2008).
- KAYA, O. & Ulukus, S. Jointly optimal power and signature sequence allocation for fading cdma. *Global Telecommunications Conference, 2003. GLOBECOM '03. IEEE*, 4, 1872–1876 vol.4 (2003).
- KAYA, O. & Ulukus, S. Optimum power control for cdma with deterministic sequences in fading channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 50(10), 2449–2462 (2004).
- KAYA, O. & Ulukus, S. Ergodic sum capacity maximization for cdma:optimum resource allocation. *IEEE Transactions on Information Theory*, 51(5), 1831–1836 (2005).
- KAYA, O. & Ulukus, S. Achieving the capacity region boundary of fading cdma channels via generalized iterative waterfilling. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 5(11), 3215–3223 (2006).
- KAYA, O. & Ulukus, S. Power control for fading cooperative multiple access channels. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 6(8), 2915–2923 (2007).
- KIM, S.-J., Wang, X., & Madihian, M. Optimal resource allocation in multi-hop ofdma wireless networks with cooperative relay. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 7(5), 1833–1838 (2008).
- Knopp, R. & Humblet, P. Information capacity and power control in single-cell multiuser communications. *IEEE International Conference on Communications*, 1, 331–335 vol.1 (1995).
- KRAMER, G., Gastpar, M., & Gupta, P. Cooperative strategies and capacity theorems for relay networks. *IEEE Transactions on Information Theory*, 51(9), 3037–3063 (2005).
- LANEMAN, J., Tse, D., & Wornell, G. Cooperative Diversity in Wireless Networks: Efficient Protocols and Outage Behavior. *IEEE Transactions On Information Theory*, 50(12), 3062–3080 (2004).
- LIN, J. & Stefanov, A. Coded cooperation for ofdm systems. *International Conference on Wireless Networks, Communications and Mobile Computing*, 1, 7–10 vol.1 (2005).

- LIN, Z., Erkip, E., & Stefanov, A. Cooperative regions and partner choice in coded cooperative systems. *IEEE Transactions on Communications*, 54(7), 1323–1334 (2006).
- LIU, F., She, X., Chen, L., & Otsuka, H. Improved recursive maximum expansion scheduling algorithms for uplink single carrier fdma system. In *Vehicular Technology Conference (VTC 2010-Spring), 2010 IEEE 71st* (pp. 1–5). (2010).
- LOZANO, A., Tulino, A., & Verdu, S. Optimum Power Allocation for Multiuser OFDM with Arbitrary Signal Constellations. *IEEE Transactions On Communications*, 56(5), 828–837 (2008).
- MAHINTAN, V., Cai, L., Mark, J., & Shen, X. Partner selection based on optimal power allocation in cooperative-diversity systems. *IEEE Trans. Vehicular Tech.*, 57(1), 511–520 (2008).
- MAHINTHAN, V., Cai, L., Mark, J., & Shen, X. Partner selection based on optimal power allocation in cooperative-diversity systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 57(1), 511–520 (2008).
- MOHANRAM, C. & Bhashyam, S. Joint subcarrier and power allocation in channel-aware queue-aware scheduling for multiuser ofdm. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 6(9), 3208–3213 (2007).
- MOLISCH, A., Mehta, N., Yedidia, J., & Zhang, J. Performance of fountain codes in collaborative relay networks. *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, 6(11), 4108–4119 (2007).
- MUKHERJEE, A. & Kwon, H. General auction-theoretic strategies for distributed partner selection in cooperative wireless networks. *IEEE Transactions on Communications*, 58(10), 2903–2915 (2010).
- NG, C. & Sung, C. Low complexity subcarrier and power allocation for utility maximization in uplink ofdma systems. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 7(5), 1667–1675 (2008).
- NG, T. & Yu, W. Joint optimization of relay strategies and resource allocations in cooperative cellular networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 25(2), 328–339 (2007).
- OZEL, O. (2009). Optimal resource allocation algorithms for efficient operation of wireless networks. Master’s thesis, Middle East Technical University.

- PABST, R., Walke, B., Schultz, D., Herhold, P., Yanikomeroglu, H., Mukherjee, S., Viswanathan, H., Lott, M., Zirwas, W., Dohler, M., Aghvami, H., Falconer, D., & Fettweis, G. Relay-based deployment concepts for wireless and mobile broadband radio. *Communications Magazine, IEEE*, 42(9), 80 – 89 (2004).
- PISCHELLA, M. & Belfiore, J. Distributed resource allocation for rate-constrained users in multi-cell OFDMA networks. *IEEE Communications Letters*, 12(4), 250–252 (2008a).
- PISCHELLA, M. & Belfiore, J.-C. Power control in distributed cooperative ofdma cellular networks. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 7(5), 1900–1906 (2008b).
- SANKARANARAYANAN, L., Kramer, G., & Mandayam, N. Capacity theorems for the multiple-access relay channel. *42nd Allerton Conf. on Communications, Computing and Control, Monticello, IL* (2004).
- SCHEIN, B. (2001). *Distributed Coordination in Network Information Theory*. PhD thesis, MIT.
- SENDONARIS, A., Erkip, E., & Aazhang, B. User Cooperation Diversity - Part 1: System Description. *IEEE Transactions On Communications*, 51(11), 1927–1938 (2003).
- SERFLING, R. (1980). *Approximation Theorems of Mathematical Statistics*. Wiley Series in Probability and Statistics.
- SHEN, Z., Andrews, J., & Evans, B. Adaptive resource allocation in multiuser ofdm systems with proportional rate constraints. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 4(6), 2726–2737 (2005).
- SHOR, N. (1979). *Minimization Methods for Non-Differentiable Functions*. Springer-Verlag.
- SIEGMUND, D. The variance of one-sided stopping rules. *The Annals of Math. Statistics*, 40(3), 1074–1077 (1969).
- SÖKMEN, F. & Girici, T. Energy-efficient resource allocation in cooperative ofdma systems (bildirigirici_wicon10gelismisversiyon.pdf). In *Geliştirilmiş Versiyon* (pp. 1 –9). (2010a).
- SÖKMEN, F. & Girici, T. Energy-efficient resource allocation in cooperative ofdma systems (bildirigirici_wicon10.pdf). In *Wireless Internet Conference, 2010 The 5th Annual ICST* (pp. 1 –9). (2010b).

- SÖKMEN, F. & Girici, T. Uplink resource allocation algorithms for single-carrier fdma systems ([bildirigirici_ew10.pdf](#)). In *Wireless Conference (EW), 2010 European* (pp. 339–345). (2010c).
- SÖKMEN, F. & Girici, T. Resource allocation in ofdma-based multicast systems. In *ISWCS 2011, Aachen, Germany* (2011).
- TAO, M., Liang, Y.-C., & Zhang, F. Resource Allocation For Delay Differentiated Traffic In Multiuser OFDM Systems. *IEEE Transactions On Wireless Communications*, 7(6), 2190–2201 (2008).
- TSE, D. & Hanly, S. Multiaccess Fading Channels - Part I: Polymatroid Structure, Optimal Resource Allocation and Throughput Capacities. *IEEE Transactions On Information Theory*, 44(7), 2796–2815 (1998).
- VAN DER MEULEN, E. C. Three-terminal communication channels. *Adv. Appl. Prob.*, 3, 120–154 (1971).
- WANG, W., Yan, S., & Yang, S. Optimally joint subcarrier matching and power allocation in ofdm multihop system. *EURASIP J. Adv. Signal Process*, 8(2), 1–8 (2008).
- WILLEMS, F. The discrete memoryless multiple access channel with partially cooperating encoders. *IEEE TRANSACTIONS ON INFORMATION THEORY*, 29(3), 441–445 (1983).
- WILLEMS, F. & van der Meulen, E. Partial Feedback for the Discrete Memoryless Multiple Access Channel. *IEEE Transactions On Information Theory*, 29(2), 287–290 (1983).
- WILLEMS, F. & van der Meulen, E. The Discrete Memoryless Multiple-Access Channel with Cribbing Encoders. *IEEE Transactions On Information Theory*, 31(3), 313–327 (1985).
- WILLEMS, F., van der Meulen, E., & Schalkwijk, J. An achievable rate region for the multiple access channel with generalized feedback. In *Proc. Allerton Conference, Monticello, IL* (1983).
- WONG, I. & Evans, B. Optimal Downlink OFDMA Resource Allocation with Linear Complexity to Maximize Ergodic Rates. *IEEE Transactions On Wireless Communications*, 7(3), 962–971 (2008).
- WONG, I., Oteri, O., & McCoy, W. Optimal resource allocation in uplink sc-fdma systems. *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, 8(5), 2161–2165 (2009).

- XIE, L. & Kumar, P. A Network Information Theory for Wireless Communication: Scaling Laws and Optimal Operation. *IEEE Transactions On Information Theory*, 50(5), 748–767 (2004).
- YATAWATTA, S. & Petropulu, A. A multiuser ofdm system with user cooperation. *Conference Record of the Thirty-Eighth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, 1, 319–323 Vol.1 (2004).
- YATES, R. A framewok for uplink power control in cellular radio systems. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 13(7), 1341–1347 (1995).
- YU, W., Rhee, W., Boyd, S., & Cioffi, J. Iterative water-filling for gaussian vector multiple-access channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 50(1), 145–152 (2004).
- ZANDER, J. Performance of optimum transmitter power control in cellular radio systems. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 41(1), 57–62 (1992).

Uplink Resource Allocation Algorithms for Single-Carrier FDMA Systems

Fatma Irem Sokmen and Tolga Girici

Department of Electrical and Electronics Engineering

TOBB University of Economics and Technology

Ankara, Turkey

Email: {fsokmen, tgirici}@etu.edu.tr

Abstract—We have focused on SC-FDMA based resource allocation in uplink cellular systems. Subchannel and power allocation constraints specific to SC-FDMA are considered. We considered a binary integer programming-based solution recently proposed for weighted sum rate maximization and extended it to different problems. We considered problems such as rate constraint satisfaction with minimum number subchannels and sum-power minimization subject to rate constraints. Besides stating the binary integer programming formulations for these problems, we propose simpler greedy algorithms for the three problems. Numerical evaluations show that the greedy algorithms perform very close to the optimal solution, with much less computation time.

I. INTRODUCTION

Over the past years Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) has been an important technique for wide-band wireless communications, and has been used in many wireless access systems such as WiMax and LTE. In OFDM, a wideband channel is divided into many orthogonal narrowband subcarriers, which provides resilience to multipath fading and intersymbol interference. However, OFDM also has high peak to average power ratio (PAPR) which requires expensive power amplifiers and reduces the energy efficiency of the system.

A technique called Single Carrier Frequency Division Multiplexing (SC-FDMA), which is an alternative to OFDM has the same overall performance as OFDM but with less PAPR [1]. In this technique each subcarrier is spread to the entire bandwidth and subcarriers are transmitted in series instead of parallel, which decreases the PAPR. This property is useful for mobile stations, since power is a precious resource for handheld mobile devices. Transmitting the subcarriers in series causes intersymbol interference, which requires frequency domain equalization [1], [2]. This can easily be done at the base station, so as a consequence SC-FDMA has been selected for Long-Term Evolution (LTE) *uplink* multiple access, and is an attraction to many system designers. In this paper we have considered joint subchannel and power allocation in uplink SC-FDMA for different problems like weighted rate maximization, minimum-subchannel resource allocation and minimum power resource allocation.

SC-FDMA is quite similar to OFDMA, such as the total bandwidth is divided into orthogonal subcarriers in order to be allocated to multiple users. As in OFDMA, in order to

ease the resource allocation (it's harder to deal with subcarriers individually.) subcarriers are grouped into subchannels (chunks). There are two types of subchannelization methods in SC-FDMA: localized-FDMA and distributed-FDMA, where the subcarriers allocated to a user are either consecutive or distributed, respectively. L-FDMA takes advantage of frequency selective fading in maximizing the throughput. Distributed-FDMA avoids allocating adjacent subcarriers in deep fade [4] and provides resilience to frequency selective fading. Most of the previous works on SC-FDMA considers L-FDMA, as we do in this work.

In order to continue the single carrier property in multiple subchannels, the subchannels allocated to a user must be adjacent [3] [6]. This is an important resource allocation constraint specific to SC-FDMA. When power allocation is considered there are three restrictions; the total power transmitted by each user must be less than some maximum power level P^u , the power transmitted by each user on each sub channel should be less than some peak power level P^s and the power allocated to multiple sub channels for a user should be constant [3].

There are a number of resource allocation problems that have been investigated for SC-FDMA. In most of the papers authors have considered localized-FDMA subcarrier allocation however subchannel adjacency constraint was mostly not considered [4],[5], [7]. In [3] this constraint along with user and subchannel power constraints was considered in weighted rate maximization. This problem was formulated as a set partitioning problem, which was solved using binary integer programming. Then a much less complex greedy allocation algorithm has been proposed. The authors in [6] propose four greedy algorithms to obtain proportional fairness. In [6] power was never considered as a constraint or a resource allocation parameter. In [7] different types of greedy algorithms have been proposed based on a cost matrix. Most of the authors have preferred to use greedy algorithms which is more simple in solution, because its hard to deal with complex problems with many constraints. In the literature, generally weighted sum-rate maximization was considered and [3] is the only paper that considered all of the main constraints in SC-FDMA based resource allocation. In this paper we both improve the greedy algorithm in [3] and also formulate two more different practical problems and find both optimal and greedy algorithms to solve them.

We basically consider three different problems. First, we

consider the proposed greedy algorithm in [3] and slightly improve its performance. Secondly, we consider the problem of resource allocation for minimum number of subchannels subject to user rate constraints. Using the framework in [3] we find the optimal solution. Again, we also propose suboptimal algorithms with comparable performance. Third, we consider resource allocation subject to rate constraints but this time with the objective of minimum total power expenditure. Again we propose optimal and efficient suboptimal solutions. We solve the maximum-throughput allocation problem and propose algorithms.

The paper is organized as follows; in Section II we explain the system model. In Section III, IV and V we formulate and solve the three different resource allocation problems. In each of these sections we state the problem, formulate the equivalent binary integer programming and propose some simpler greedy algorithms. In Section VII, using numerical evaluations we compare the performances of the optimal and suboptimal solutions for the problems. Section VII concludes the paper.

II. SYSTEM MODEL

In this paper we consider a single cellular network with multiple users. We consider uplink Localized FDMA, where a number of adjacent subcarriers are grouped into subchannels. Hence, system bandwidth W is divided into a set $\mathcal{K} = \{1, \dots, K\}$ of K orthogonal subchannels of bandwidth W_s each. There are a set $\mathcal{M} = \{1, \dots, M\}$ of M users. Subchannel k of user m has channel gain $h_{m,k}$ and it is assumed to be known at the base station. Subchannel noise power at the receiver is $N_o W_s$ W/Hz. There are two kinds of power constraints, which are the user (P^u) and subchannel (P^s) power constraints. The base station acts as the scheduler; after certain calculations the base station sends the users the information about the resources that they are supposed to use. Since we consider three individual problems, our problem formulations change according to the target but the system models (above-mentioned parameters) and the optimization approach (proposed in [3] and extended to different problems here) remain the same. Let \mathcal{K}_m be the set of subchannels allocated to user m and let $|\mathcal{K}_m|$ be the cardinality of it. The subchannels in this set must be adjacent in the frequency domain. Let p_m be the transmission power of user m , which is uniformly distributed to the $|\mathcal{K}_m|$ allocated subchannels. We assume the Shannon capacity formula as the relation between SNR and achievable rate. In this work, our main interest is the resource allocation algorithms and their relative performances. In practice, there may be imperfections due to power amplifiers in the user equipments and frequency domain equalization at the base station, however those are beyond the scope of this work.

III. WEIGHTED SUM-RATE MAXIMIZATION

The first problem we consider is exactly the same as the one studied in [3], which is a weighted-sum rate maximization problem. The user weights are denoted by w_m and reflect the priority of the user m . Here the peak subchannel power P^s

and the user power constraint P^u should be utilized as much as possible to maximize rates. The problem formulation can be shown (1) which is a resource allocation problem with the SC-FDMA constraints. We follow the notation in [3] and repeat this problem formulation for the sake of completeness.

$$\max_{\mathcal{K}_1, \dots, \mathcal{K}_M \in \mathbf{K}} \sum_{m \in \mathcal{M}} w_m \sum_{k \in \mathcal{K}_m} R_{m,k,\mathcal{K}_m} \text{ s.t. } \mathcal{K}_m \cap \mathcal{K}_{m'} = \emptyset, \quad \forall m \neq m', M \in \mathcal{M} \quad (1)$$

where \mathbf{K} is the set of all allocations that satisfy the adjacency constraint, and R_{m,k,\mathcal{K}_m} is the achievable rate by user m at one of its allocated subchannels k ,

$$R_{m,k,\mathcal{K}_m} = \log_2 \left(1 + \min \left(\frac{P^u}{|\mathcal{K}_m|}, P^s \right) \frac{h_{m,k}}{N_o W_s} \right), k \in \mathcal{K}_m \quad (2)$$

In [3] the problem is formulated as a binary integer programming. In order to do this, first the subchannel allocation pattern matrix is defined,

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \forall m \in \mathcal{M}$$

This matrix is the same for all users. A "one" means that the subchannel is allocated and a "zero" means the opposite. This is a $K \times C$ matrix, where C is the number of possible allocation patterns, which is equal to $\frac{1}{2}K^2 + \frac{1}{2}K + 1$ [3]. The adjacency constraint limits the possible allocation patterns, therefore makes the binary integer programming formulation possible. We define a resource allocation vector of size MC as $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_M]^T$ and $\mathbf{x}_m = [x_{m,1}, \dots, x_{m,C}]^T$. In this vector $x_{m,j} \in \{0, 1\}$, where a "one" corresponds to an allocation. For the weighted rate maximization problem, a reward vector \mathbf{r} of the same size as \mathbf{x} is defined, where $r_{m,j}$ is defined as

$$r_{m,j} = w_m \sum_{k \in \mathcal{K}_{m,j}} R_{m,k,\mathcal{K}_{m,j}} \quad (3)$$

where the set $\mathcal{K}_{m,j} = \{k \in \mathcal{K} : A_m(k,j) = 1\}$, set of subchannel indices corresponding to allocation pattern j . The reward vector becomes $\mathbf{r} = [\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_M]^T$ and $\mathbf{r}_m = [r_{m,1}, \dots, r_{m,C}]^T$. The objective of the optimization is $\max_{\mathbf{x}} \mathbf{r}^T \mathbf{x}$ and the constraints are $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{1}_{M+K}$ and $x_j \in \{0, 1\}, \forall j$, where $\mathbf{1}_{M+K}$ is an $M + K$ -length column vector. The matrix \mathbf{A} is defined as

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \dots & \mathbf{A}_M \\ \mathbf{1}_C^T & \dots & \mathbf{0}_C^T \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_C^T & \dots & \mathbf{1}_C^T \end{bmatrix} \quad (4)$$

where $\mathbf{1}_C^T$ is a row vector of all ones of length C . The top part of the equality, $[\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_M] \mathbf{x} = \mathbf{1}_K$, implies that each subchannel is allocated to a single user. The bottom part on the other hand, implies that each user selects only one of the patterns in \mathbf{A}_m . The MATLAB function `binprog` is used

in [3] to solve this problem. Of course, it takes unacceptably long time run this command, therefore a simpler algorithm is needed.

In [3] also a greedy algorithm was proposed for resource allocations. This algorithm allocates subchannels one by one to the user that best utilizes it. This algorithm is presented below in Algorithm 1, and its performance can be increased 7 – 8% by a very simple modification. We named this algorithm as Maximum Utility Increase (MUI).

Algorithm 1 Greedy Algorithm: Maximum Utility Increase (MUI)

```

1.  $r_m = 0, \mathcal{K}_m = \emptyset$  and  $\mathcal{K}_m^f = \mathcal{K}, \forall m \in \mathcal{M}$ , finish=0
2. MUI-1 [3]: Calculate  $\Delta r_{m,k} = r_{m, \mathcal{K}_m \cup \{k\}} - r_m, \forall m \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{K}$  using (3)
2. MUI-2: Calculate  $\Delta r_{m,k} = \frac{1}{3}(r_{m, \mathcal{K}_m \cup \{k-1\}} + r_{m, \mathcal{K}_m \cup \{k\}} + r_{m, \mathcal{K}_m \cup \{k+1\}}) - r_m, \forall m \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{K}$  using (3)
while finish = 0 do
  3. Find  $[m^*, k^*] = \max_{m \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{K}_m^f} \Delta r_{m,k}$ 
  if  $\Delta r_{m^*, k^*} > 0$  then
    4. Set  $\mathcal{K}_{m^*} = \mathcal{K}_{m^*} \cup k^*, \mathcal{K} = \mathcal{K} \setminus k^*$ 
    5. Calculate  $r_{m^*} = r_{m^*, \mathcal{K}_{m^*}}$ 
    6.  $\mathcal{K}_{m^*}^f = \{\min(\mathcal{K}_{m^*}) - 1, \max(\mathcal{K}_{m^*}) + 1\} \cap \mathcal{K}$ 
    7.  $\Delta r_{m^*, k^*} = 0, \forall m, \Delta r_{m^*, k} = 0, \forall k$ 
    8. Calculate  $\Delta r_{m^*, k} = r_{m^*, \mathcal{K}_{m^*} \cup \{k\}} - r_{m^*}, k \in \mathcal{K}_{m^*}^f$ 
  else
    9. finish=1;
  end if
if  $\mathcal{K} = \emptyset$  then
    10. finish=1;
  end if
end while

```

In Line 1 each weighted user rate r_m is set to zero, user subchannel allocation sets \mathcal{K}_m are initialized as empty sets, and the feasible subchannel allocation set \mathcal{K}_m^f is set to the subchannel set \mathcal{K} which contains the whole subchannels. In Line 2, the increase of utility ($\Delta r_{m,k}$) by allocating a subchannel is calculated for all user-subchannel pairs. There are two variants of this algorithm; MUI-1 and MUI-2. In MUI-1, which is exactly the same method in [3] the $\Delta r_{m,k}$ values are computed as the difference between the utility when the subchannel k is added to \mathcal{K}_m and current utility r_m . However, MUI-2 brings a small difference by taking into account the adjacent subchannels of subchannel k as well. This is done, because when we allocate a subchannel to a user, the user is limited to the neighbors of that channel because of the adjacency constraint. Of course, as exceptions, for $k = 1$ (respectively $k = K$) $k = 0$ (respectively $k = K + 1$) does not exist. After calculating $\Delta r_{m,k}$ the following procedure goes the same for both methods. The user m^* and the subchannel k^* that maximizes $\Delta r_{m,k}$ is calculated in Line 3. If this value $\Delta r_{m,k}$ is greater than zero (i.e. if there is an improvement), the subchannel k^* is added to the set \mathcal{K}_{m^*} and eliminated from the available subchannel set \mathcal{K} (Line 4). In Line 5 the r_{m^*} is recalculated according to the new set \mathcal{K}_{m^*} . In Line

6 the feasible set of user m^* is calculated, as the user can only be given the left and right adjacent channels of \mathcal{K}_m , if they are available. The $\Delta r_{m,k^*}$ for all users are set to zero in order to avoid reallocation (Line 6). In Line 7, $\Delta r_{m^*,k}$ are recalculated considering user m^* 's feasible set $\mathcal{K}_{m^*}^f$. The algorithm executes until the available subchannel set \mathcal{K} is empty.

IV. MINIMIZING NUMBER OF USED SUBCHANNELS

The second problem formulated in (5), (6) and (7) is satisfying rate constraints R_m^0 for all users with minimum total number of subchannels. This problem has practical sense, because we would like to spend as fewer subchannels as possible for the rate constrained real time user such as voice and video and keep as many resources as possible for data applications demanding elastic traffic.

$$\min_{\mathcal{K}_1, \dots, \mathcal{K}_M \in \mathbf{K}} \sum_{m \in \mathcal{M}} |\mathcal{K}_m| \quad (5)$$

s.t.

$$\sum_{k \in \mathcal{K}_m} \log_2 \left(1 + \min \left(\frac{P^u}{|\mathcal{K}_m|}, P^s \right) \frac{h_{m,k}}{N_o W_s} \right) > R_m^0, \forall m \in \mathcal{M} \quad (6)$$

$$\mathcal{K}_m \cap \mathcal{K}_{m'} = \emptyset, \forall m \neq m' \in \mathcal{M} \quad (7)$$

The objective is the total number of allocated subchannels and the constraints are the user rate and exclusivity constraints. We formulate a binary integer programming problem by defining the following $N \times C$ cost matrix.

$$s_{m,j} = \begin{cases} |\mathcal{K}_{m,j}| & \sum_{k \in \mathcal{K}_{m,j}} W_s \log_2 \left(1 + \frac{p_{m,k}^j h_{m,k}}{N_o W_s} \right) > R_m^0 \\ \infty & \text{else} \end{cases} \quad (8)$$

where $p_{m,k}^j = \min(\frac{P^u}{|\mathcal{K}_{m,j}|}, P^s)$. Here $s_{m,j}$ is the cost of the pattern j (simply the number of ones in the corresponding column of the matrix in (3)) for user m . If the pattern cannot satisfy the rate constraint for the user, the cost is infinity so that the allocation of the pattern for the particular user is discouraged¹. An $MC \times 1$ -sized column vector named \mathbf{s} is formed as $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_M]^T$ and $\mathbf{s}_m = [s_{1,1}, \dots, s_{s,C}]^T$ and the following problem is formulated,

$$\min_{\mathbf{x}} \{\mathbf{s}^T \mathbf{x}\} \quad (9)$$

s.t.

$$[\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_M] \mathbf{x} \leq \mathbf{1}_K \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1}_C^T & \dots & \mathbf{0}_C^T \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_C^T & \dots & \mathbf{1}_C^T \end{bmatrix} \mathbf{x} = \mathbf{1}_N \quad (11)$$

The constraint in (10) is an inequality because here a subchannel doesn't have to be allocated. But a pattern has to be chosen for all users therefore (11) is an equality.

Alternatively, we propose a greedy algorithm called Block Allocation for Minimum Number of Subchannels (BMNS)

¹The MATLAB function `bintprog` does not accept infinity, therefore a sufficiently high number such as K is given.

in Algorithm 2. The minimum-subchannel problem is quite different from rate maximization because each user has a rate requirement. Hence, finding a feasible allocation (where each user satisfies the rate requirements) is as important as spending minimum number of subchannels. The algorithms that are too *myopic* would end in unsuccessful allocations. For each user we allocate the subchannels *at once* as a block that is sufficient to satisfy the rate constraint. For this purpose we use the cost matrix defined in (8).

Algorithm 2 Greedy Algorithm: Block Allocation for Minimum Number of Subchannels (BMNS)

```

1. Calculate  $\mathbf{s} = \{s_{m,j}, \forall m \in \mathcal{M}, j \in \mathcal{C}\}$  using (8).
2.  $I_m = 0, \mathcal{K}_m = \emptyset, \forall m \in \mathcal{M}, finish = 0$ 
while  $finish = 0$  do
3. BMNS 1:  $[s^*, m^*] = \max_{m,s.t.I_m=0} \{s_m^2 - s_m^1\}$ 
3. BMNS 2:  $[s^*, m^*] = \max_{m,s.t.I_m=0} \{s_m^1\}$ 
if  $s_{m^*}^1 < \infty$  then
4. Find  $j^* = \min_{j \in \mathcal{C}} \{s_{m^*,j}\}$ ,
5.  $\mathcal{K}_{m^*} = \mathcal{K}_{m^*} \cup k, \forall k \in \mathcal{K}_{m^*,j^*}$ ,
6.  $I_{m^*} = 1$ 
7. Find all  $j \in \mathcal{C}$  s.t.  $\mathcal{K}_{m^*,j^*} \cap \mathcal{K}_{m,j} \neq \emptyset$ , and set:
 $s_{m,j} = \infty, \forall m$ 
else
8.  $finish=1$ ;
end if
if  $I_m = 1, \forall m \in \mathcal{M}$  or  $\bigcup_{m \in \mathcal{M}} \mathcal{K}_m = \mathcal{C}$  then
9.  $finish=1$ ;
end if
end while
if  $\sum_{k \in \mathcal{K}_m} W_s \log_2 \left( 1 + \frac{ph_{m,k}}{|\mathcal{K}_m|N_oW_s} \right) > R_m^0$  then
10.  $successful=1$ ;
else
11.  $successful=0$ ;
end if

```

Line 1 in the pseudocode calculates the costs $s_{m,j}$ for all user-pattern pairs using (8). In Line 2 the entries of the vector I_m are initialized to zero for all users $m \in \mathcal{M}$. I_m is an indicator value that takes value one if the user has already been allocated and avoids being allocated twice. The set of allocated subchannels \mathcal{K}_m are initialized to empty sets for all users. The algorithm executes as long as all users or all subchannels are allocated or if it is understood that the allocation is infeasible. In Line 3 there are two approaches for selecting the user to be allocated among the users that have not been allocated before. These are the two variants of the algorithm, denoted as BMNS-1 and BMNS-2, respectively. Here s_m^1 is the smallest and s_m^2 is the second smallest cost for subchannels of node m . BMNS-1 chooses the user that maximizes the difference between the first and second smallest costs. This reflects the possible missed opportunity of not allocating the currently best feasible pattern for the user. BMNS-2 chooses the user that maximizes the minimum pattern cost. The maximizing user has possibly more urgency of allocation. If the minimum cost of the chosen user m^* is infinity, the allocation is infeasible and the algorithm no longer executes. If not, the available

allocation pattern j^* minimizing the cost of m^* is given to this user and in Line 5 and line 6 the values I_{m^*} and \mathcal{K}_{m^*} are updated accordingly. In Line 7, the allocation patterns that have common subchannels with the allocated pattern are given infinity cost, so that they are not reallocated (exclusivity constraint). The conditions for finishing the algorithm are checked in Line 9. After the algorithm ends, Lines 10 and 11 check if the algorithm successfully satisfies the rate constraints for all users.

V. SUM-POWER MINIMIZATION

In our last problem we consider total power minimization subject to rate constraints. The motivation of this problem is minimizing the energy expenditure of the mobile devices in the uplink real time (e.g. telephone) transmission. The problem can be formulated as:

$$\min_{\mathcal{K}_1, \dots, \mathcal{K}_M \in \mathbf{K}} \sum_{m \in \mathcal{M}} p_{m, \mathcal{K}_m} \quad (12)$$

s.t.

$$\sum_{k \in \mathcal{K}_m} \log_2 \left(1 + \min \left(\frac{p_{m, \mathcal{K}_m}}{|\mathcal{K}_m|}, \frac{P^u}{|\mathcal{K}_m|}, P^s \right) \frac{h_{m,k}}{N_o W_s} \right) > R_m^0, \forall m \in \mathcal{M} \quad (13)$$

$$\mathcal{K}_m \cap \mathcal{K}_{m'} = \emptyset, \forall m \neq m' \in \mathcal{M} \quad (14)$$

p_{m, \mathcal{K}_m} denotes the power allocated to a user m given an allocation \mathcal{K}_m , which is divided equally across its sub-carriers and sufficient to satisfy the rate constraint R_m^0 ,

$$p_{m, \mathcal{K}_m} = \min_p \text{ s.t. } \sum_{k \in \mathcal{K}_m} W_s \log_2 \left(1 + \frac{ph_{m,k}}{|\mathcal{K}_m|N_oW_s} \right) > R_m^0 \quad (15)$$

This value can be found using Newton's method in a few iterations.

This problem can also be formulated as a binary integer programming problem. For this purpose we define the cost matrix $e_{m,j}$, where $e_{m,j}$ denotes the power expenditure user m if pattern j is used.

$$e_{m,j} = \begin{cases} p_{m, \mathcal{K}_{m,j}} & p_{m, \mathcal{K}_{m,j}} < P^u \text{ and } \frac{p_{m, \mathcal{K}_{m,j}}}{|\mathcal{K}_{m,j}|} < P^s \\ \infty & \text{else} \end{cases} \quad m \in \mathcal{M}, j \in \mathcal{C} \quad (16)$$

Here if a particular pattern j does not satisfy the rate constraint with the available power, then the cost is set to infinity in order to discourage its allocation. Then an MC sized cost vector \mathbf{e} is formed similar to the previous problems. Then the binary integer programming problem becomes $\min_{\mathbf{x}} \{\mathbf{e}^T \mathbf{x}\}$ subject to the same constraints as (10) and (11).

To find a sub-optimal solution two greedy algorithms are proposed. First we propose a greedy algorithm called maximum power decrease (MPD). This algorithm is similar in structure to the greedy MUI algorithm proposed in [3].

In Line 1, users powers are initialized to a very high value. The set of allocated subchannels \mathcal{K}_m and the set of feasible subchannels \mathcal{K}_m^f for each user are also initialized as before.

Algorithm 3 Greedy Algorithm 1: Maximum Power Decrease (MPD)

```

1.  $p_m = \infty$ ,  $\mathcal{K}_m = \emptyset$  and  $\mathcal{K}_m^f = \mathcal{K}$ ,  $\forall m \in \mathcal{M}$ , finish=0
2. Calculate  $\Delta p_{m,k} = p_m - p_{m,\mathcal{K}_m \cup \{k\}}$ ,  $\forall m \in \mathcal{M}$ ,  $k \in \mathcal{K}$ 
   using (15)
while finish = 0 do
  3. Find  $[m^*, k^*] = \max_{m \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{K}_m^f} \Delta p_{m,k}$ 
  if  $\Delta p_{m^*, k^*} > 0$  then
    4. Set  $\mathcal{K}_{m^*} = \mathcal{K}_{m^*} \cup k^*$ ,  $\mathcal{K} = \mathcal{K} \setminus k^*$ 
    5. Calculate  $p_{m^*} = p_{m^*, \mathcal{K}_{m^*}}$ 
    6.  $\mathcal{K}_{m^*}^f = \{\min(\mathcal{K}_{m^*}) - 1, \max(\mathcal{K}_{m^*}) + 1\} \cap \mathcal{K}$ 
    7.  $\Delta p_{m^*, k^*} = 0$ ,  $\forall m$ ,  $\Delta p_{m^*, k} = 0$ ,  $\forall k$ 
    8. Calculate  $\Delta p_{m^*, k} = p_{m^*} - p_{m^*, \mathcal{K}_{m^*} \cup \{k\}}$ ,  $\forall k \in \mathcal{K}_{m^*}^f$ 
  else
    9. finish=1;
  end if
if  $\mathcal{K} = \emptyset$  then
  10. finish=1;
end if
end while
if  $\sum_{k \in \mathcal{K}_m} W_s \log_2 \left( 1 + \frac{ph_{m,k}}{|\mathcal{K}_m| N_o W_s} \right) > R_m^0$  and  $p_m < P^u$ 
and  $\frac{p_m}{|\mathcal{K}_m|} < P^s$ ,  $\forall m \in \mathcal{M}$  then
  11. successful=1;
else
  12. successful=0;
end if

```

Finally the change in powers $\Delta p_{m,k}$ are calculated in Line 2. $\Delta p_{m,k}$ is the difference between the currently allocated power p_m and the power allocation when the subchannel k is additionally allocated to the user. After these initializations the algorithm executes until subchannel set \mathcal{K} is empty or no more improvement can be obtained. The subchannel-user pair $[k^*, m^*]$ that decreases the power the most is found in Line 3. After adding the subchannel k^* to the set \mathcal{K}_{m^*} in Line 4, this subchannel is eliminated from the set \mathcal{K} . After these changes, the user power p_{m^*} is recalculated in Line 5 and the set $\mathcal{K}_{m^*}^f$ is reconstructed in Line 6 as it is done in the MUI algorithm. In Line 7 $\Delta p_{m^*, k^*}$ is equaled to zero for each user m , in order to avoid reallocation. $\Delta p_{m^*, k}$'s are recalculated in Line 8 for each subchannel m^* , according to the new feasible set. In Lines 11 and 12 the success of the algorithm (i.e. satisfaction of the rate requirements and power constraints) are checked. This algorithm acts as if there is no power constraint. This greatly simplifies the algorithm, on the other hand it results in more unsuccessful allocations as will be shown in the numerical evaluation results.

The second proposed algorithm is the Block Allocation for Minimum Total Power (BMTP), which is proposed in order to better take into account the power constraints. Minimum energy problem is a tough problem because there is conflict among the users. In order to decrease the user power, we need to allocate more subchannels to a user, but then this leaves fewer subchannels to other users. In order to relieve the conflicts, the BMTP algorithms determines upper bounds on number subchannels for all users. BMTP uses the $M \times C$

Algorithm 4 Greedy Algorithm 2: Block Allocation for Minimum Total Power (BMTP)

```

1.  $p_m = \infty$ ,  $\mathcal{K}_m = \emptyset$  and  $\mathcal{K}_m^f = \mathcal{K}$ ,  $\forall m \in \mathcal{M}$ , finish=0
2. Calculate  $e_{m,j}$ ,  $\forall m \in \mathcal{M}$ ,  $j \in \mathcal{C}$  using (15) and (16)
if  $\exists j$ ,  $\forall m$  s.t.  $e_{m,j} < \infty$  then
  3. Calculate lower bounds
      
$$L_m = \min_{j \in \mathcal{C}} \{|\mathcal{K}_{m,j}| : e_{m,j} < \infty\}, \forall m \in \mathcal{M} \quad (17)$$

  if  $\sum_m L_m > K$  then
    4. finish=1
  else
    5. Upper bounds:  $U_m = K - \sum_{m \neq n} L_n$ ,  $\forall m \in \mathcal{M}$ 
    6.  $e_{m,j} = \infty$ ,  $\forall j$  s.t.  $|\mathcal{K}_{m,j}| > U_m$   $\forall m \in \mathcal{M}$ 
  end if
else
  7. finish=1
end if
while finish = 0 do
  8.  $[e^*, m^*] = \max_{m,s.t. I_m=0} \{e_m^2 - e_m^1\}$ 
  if  $e_{m^*}^1 < \infty$  then
    9. Find  $j^* = \min_{j \in \mathcal{C}} \{e_{m^*, j^*}\}$ ,
    10.  $\mathcal{K}_{m^*} = \mathcal{K}_{m^*} \cup k$ ,  $\mathcal{K} = \mathcal{K} \setminus k \forall k \in \mathcal{K}_{m^*, j^*}$ ,
    11.  $I_{m^*} = 1$ 
    12. Find all  $j \in \mathcal{C}$  s.t.  $\mathcal{K}_{m^*, j^*} \cap \mathcal{K}_{m^*, j} \neq \emptyset$ , and set:
         $s_{m^*, j} = \infty$ ,  $\forall m$ 
  else
    13. finish=1;
  end if
if  $I_m = 1$ ,  $\forall m \in \mathcal{M}$  or  $\bigcup_m \mathcal{K}_{m \in \mathcal{M}} = \mathcal{K}$  then
  14. finish=1;
end if
end while
  15. Determine the feasible sets  $\mathcal{K}_m^f$ ,  $\forall m \in \mathcal{M}$  and allocate
      the rest of the subchannels  $\mathcal{K}$  according to the MPD
      algorithm above.
  if  $\sum_{k \in \mathcal{K}_m} W_s \log_2 \left( 1 + \frac{ph_{m,k}}{|\mathcal{K}_m| N_o W_s} \right) > R_m^0$  and  $p_m < P^u$ 
and  $\frac{p_m}{|\mathcal{K}_m|} < P^s$ ,  $\forall m \in \mathcal{M}$  then
    16. successful=1;
  else
    17. successful=0;
  end if

```

power cost matrix $e_{m,j}$, $\forall j \in \mathcal{C}$, $\forall m \in \mathcal{M}$ defined in (16). Initializations are done as usual in Line 1 and cost matrix is formed in Line 2. If there is any user that does not have any finite cost pattern, then the solution is infeasible and the algorithm is finished in Line 7. If the problem is feasible, then lower bounds are calculated in Line 3, where the lower bound L_m is the minimum number of subchannels corresponding to a finite cost pattern according to (16) for user m . If the sum of lower bounds for all users is larger than the total number of subchannels K then the algorithm stops executing in Line 4. If not, then the upper bounds are calculated in Line 5. For each user, the upper bound is K minus the sum of lower bounds for all other users. Using these bounds restrict the search area, avoids searching unnecessary patterns and maintain feasibility.

The cost for patterns that are out of these bounds are equaled to infinity for all users (Line 6). After upper and lower bound calculations the algorithm executes until all users are allocated or there are no subchannels left to allocate. Then the maximum of the difference between the second minimum and the first minimum subchannel among all nodes is found in Line 8. Allocation to user m^* and necessary set and cost updates are performed in Lines 9, 10, 11 and 12. After these allocations, there may still be unallocated subchannels. More decrease in transmission powers may be obtained by allocating these. In Line 15, the feasible subchannels are determined as in MUI and MPD. These subchannels are allocated one by one until the subchannels finish or there can be no more improvement. The success of the algorithm is checked in Lines 16 and 17, in order to determine whether the resultant allocations violate the constraints or not.

VI. NUMERICAL EVALUATIONS

We consider a single cell with radius of 1000 meters and 10 users are transmitting to a base station. The users are uniformly distributed in the cellular area and the path loss is $31.5 + 37.6 \log_{10} d$ dB, where d is the distance to the base station in meters. We assume a fading Gaussian channel with -161dBm/Hz noise power spectral density. A Non-Line of Sight channel with Log-Normal shadowing standard deviation of 8dB is considered. Subchannel bandwidth is 180KHz, sub-channel power constraint is 10mW and user power constraint is $P^u = 200\text{mW}$ [8] [9]. We generate several sets of distance and fading instances and for each of these we perform allocations and record the resulting performance values. We plot the cumulative distributions of these values.

A. Maximum Weighted Sum-Rate

Figure 1 displays the empirical cumulative distribution functions of weighted sum rates corresponding to the optimal allocation (found by binary integer programming), greedy algorithm MUI-1 in [3] and our modified version MUI-2 that considers the adjacent subchannels in reward vector computation. The user weights w_m are uniformly distributed between zero and one at each optimization instant. The results show that although having the same complexity, our modification results in observable performance improvement and approaches to the performance of the optimal scheme. Results also prove that our algorithm achieves 7.5 – 8% average performance improvement over MUI-2. There still exists room for improvement to reach the optimal weighted sum rate, however at the cost of more complex algorithms. At each step, our MATLAB code for the greedy algorithm only updates the rewards of the user-subchannel pairs that needs to be updated, therefore it results in almost 500 times less computation time then the binary integer programming.

B. Minimum Number of Subchannels

Figure 2 displays the empirical cdf's of the number of subchannels corresponding to the optimal allocation and the two variations of the greedy BMNS algorithm. We consider user

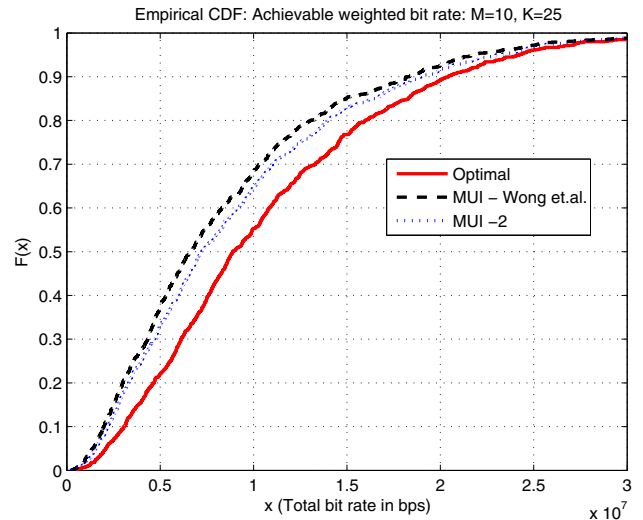


Fig. 1. Cumulative distribution of the weighted sum rate for different schemes. $M=10$ users and $K=25$ subchannels. The slight improvement that we made in the greedy algorithm of [3] achieves observable performance improvement (approximately 7 percent on average.)

rate constraints of 16kbps/user. BMNS-1 allocates the user that maximizes the difference of the second and first minimum pattern costs. BMNS-2 allocates the user that maximizes the minimum pattern cost. We look at 1000 cases and for the infeasible and unsuccessful allocations we give a high resultant cost in order to distinguish them. The numerical results show that the greedy algorithms perform almost identical to the binary integer programming solution. This is an important result because the greedy algorithms execute almost 30-35 times faster than MATLAB function `bintprog`. The optimal allocation is successful 51% of the time, while the greedy ones are 49% successful, with only 2 percent difference. Although the BMNS-1 algorithm that looks at the differential cost performs slightly better, BMNS-1 and 2 perform very similarly. We see that even for the optimal allocation, 49% of the times the allocation is infeasible because the log-normal shadowing and Rayleigh fading can take any number. In real time implementations, these algorithms should be used jointly with admission control and scheduling schemes, so that transmissions of users with bad channels are postponed. In this work, we are more interested in relative performances of the algorithms.

C. Minimum Sum-Power

In Figure 3 we see the cdf of the total power expenditure with the binary integer programming solution (top line) and the proposed greedy algorithms Maximum Power Decrease (MPD)(bottom) and Block Allocation for Minimum Total Power (BMTP) (middle). Since the `bintprog` function results in memory problems, we perform simulations for $K = 20$. The BMTP algorithm performs surprisingly close to the binary integer programming solution. The main reason of this is that we determine upper bounds for the number of subchannel allocations for all users. This avoids overallocation of some users

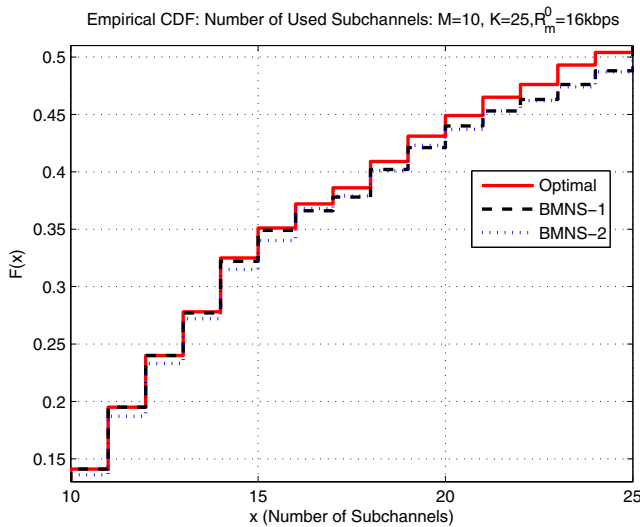


Fig. 2. Cumulative distribution of the weighted sum rate for different schemes. $M=10$ users and $K=25$ subchannels. Rate constraints are 16kbps per user. Proposed greedy algorithms perform almost as good as the binary integer programming solution.

and increases the chance of satisfying the rate constraints. We have also mentioned that MPD algorithm behaves as if there is no power constraint and as a result it has only 15% chance of successful allocation. The optimal and BMTP-based allocation have around 43% chance of successful allocation. The BMTP achieves this success at the cost of computational time. It can only achieve 10 times less computation time than the bintprog solution. MPD algorithm is 300 times faster than the bintprog function at the cost of poor performance.

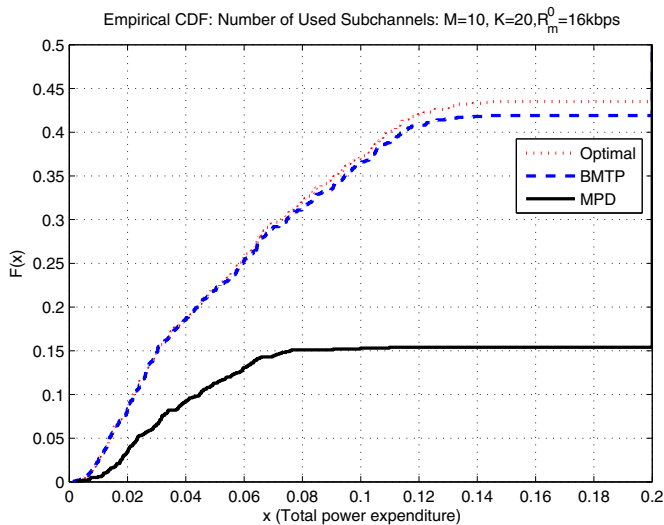


Fig. 3. Cumulative distribution of the weighted sum power for different schemes. $M=10$ users and $K=20$ subchannels. Rate constraints are 16kbps per user. Proposed greedy algorithm BMTP performs almost as good as the binary integer programming solution and it significantly outperforms the greedy MPD algorithm.

VII. CONCLUSIONS

We considered three resource allocation problems such as: weighted sum-rate maximization, transmission with minimal number of subchannels and sum-power minimization subject to rate constraints. For the first problem we made a simple modification to an algorithm proposed in the literature. The simulation results show that 7 – 8% improvement can be typically obtained. For the latter two problems, we stated the problems as optimal binary integer programming problems, extending a framework proposed in the literature. We also proposed efficient greedy algorithms for these allocation problems. The numerical evaluation results show that for the minimum number of subchannel problem, the greedy algorithm works 30 times faster than the optimal solution and performs 97 – 98% identical to it. As for the minimum sum-power problem we proposed an algorithm that runs at least 10 times faster than the optimal solution and performs almost identical to it.

Motivated by these promising results, first of all, the complexities of the greedy algorithms should be analyzed as future work. Possible less complex algorithms with close performance or better algorithms with acceptable complexity will be researched. Resource allocation for cooperative relayed transmission is also a direction of future research.

ACKNOWLEDGMENT

The work in this paper was supported by TUBİTAK under 1001 grant 108E208.

REFERENCES

- [1] Myung H.G., Lim J., Goodman D.J., "Single Carrier FDMA for Uplink Wireless Transmission" IEEE Veh. Tech. Mag. september 2006
- [2] Rumney M., "3GPP LTE: Introducing Single-Carrier FDMA", Agilent Measurement Journal, Inc., Issue 4, page 18, Jan. 2008
- [3] Wong I.C., Oteri O., McCoy W. "Optimal Resource Allocation in SC-FDMA Systems" IEEE Trans. on Wireless Com. Vol. 8 No. 5. May 2009
- [4] Lim J., Myung H.G., Oh K., Goodman D.J. "Channel Dependent Scheduling of Uplink Single Carrier FDMA Systems" IEEE 64th Veh. Tech. Conf., VTC-2006 Fall. 25-28 Sept. 2006 Page(s):1 - 5
- [5] Lim J., Myung H.G., Oh K., Goodman D.J. "Proportional Fair Scheduling of Uplink Single-Carrier FDMA Systems" 17th annual IEEE symp. PIMRC 2006
- [6] Lee S. Pefkianakis I., Meyerson A., Xu S., Lu S. "Proportional Fair Frequency-Domain Packet Scheduling for 3GPP LTE Uplink" IEEE INFOCOM 2009
- [7] Nwamadi O., Zhu X., Nandi A. "Dynamic Subcarrier Allocation For Single Carrier FDMA Systems", In Proc. of EUSIPCO 2008.
- [8] Calabrese, F.D.; Michaelsen, P.H.; Rosa, C.; Anas, M.; Castellanos, C.U.; Villa, D.L.; Pedersen, K.I.; Mogensen, P.E., "Search-Tree Based Uplink Channel Aware Packet Scheduling for UTRAN LTE," IEEE Vehicular Technology Conference, 2008. , pp.1949-1953, 11-14 May 2008
- [9] M. E. Ortega-Lerida, "Adaptive Radio Resource Management for VoIP and Data Traffic in 3GPP LTE Networks", Masters Thesis, Radio Communication Systems Group, KTH, Sweden, 2008

Single Carrier-FDMA Based Resource Allocation for Heterogeneous Users

Tolga Girici, *Member, IEEE*, and Fatma Irem Sokmen

Abstract—Single-Carrier Frequency Division Multiple Access (SC-FDMA) is a multicarrier modulation technique that has performance close to OFDMA, with the additional advantage of low peak to average power ratio (PAPR). It is chosen as the transmission technique for Long Term Evolution (LTE) uplink transmissions. In order to keep the PAPR low, resource blocks allocated to a user has to be adjacent in frequency, which makes the resource allocation problem interesting. In this work, we study resource block and power allocation with heterogeneous users. The first group of users have strict rate requirements. The second group of users create elastic traffic, which can use all the available bit rate. We formulate and solve the optimal resource allocation as a binary integer programming problem. We also propose a much simpler greedy algorithm that performs very close to the optimal.

Index Terms—SC-FDMA, resource allocation, uplink, LTE.

I. INTRODUCTION

SINGLE Carrier-FDMA (SC-FDMA) has been adopted as the uplink technique for 3GPP-LTE (Long Term Evolution). It has the same performance with a lower peak to average power ratio (PAPR) than a wide known technique called Orthogonal Frequency Division Multiple Access (OFDMA) [1]. Low PAPR property is due to the DFT-precoding applied to the symbols. Low PAPR increases the power efficiency of the transmitter power amplifiers, an advantage for low-power mobile stations. Receivers need a Frequency domain equalizer, which is possible to be deployed at the base stations rather than mobile stations. It makes SC-FDMA more preferable for uplink transmissions.

Like in OFDMA, the subcarriers are allocated in groups in SC-FDMA. SC-FDMA has two subcarrier grouping techniques called localized-FDMA and distributed FDMA. In L-FDMA, adjacent *subcarriers* are combined to form a *Resource Block* (RB), while in I-FDMA, equidistant subcarriers form an RB. L-FDMA takes the advantage of selecting desirable parts of the channel while D-FDMA takes advantage of avoiding the allocation of adjacent subcarriers that are in deep fade[3]. In this work we chose L-FDMA. When multiple RBs are allocated to a user in L-FDMA, it is better to allocate contiguous RBs, in order to keep the PAPR low. This *contiguity constraint* makes the resource allocation problem hard and interesting and it's been addressed in various recent studies. The authors in [2] used binary integer programming to find the optimal RB allocation for maximum weighted sum rate. They also

proposed a simpler greedy algorithm to achieve a less complex suboptimal solution.

All previous studies on SC-FDMA based resource allocation addressed the objective of maximum total (weighted) throughput, e.g., [2],[3],[4] and [5]. In [3] the contiguity constraint was not considered. The work in [4] considers the contiguity constraint and proposes some greedy resource allocation algorithms. One of those algorithms are similar to the one in [2]. One other algorithm takes into account correlations among adjacent channels, however the success of this algorithm depends on the amount of correlation. Besides, since the channels are allocated in bigger RBs instead of subcarriers, they may not be correlated. The authors in [5] propose an algorithm called Improved Recursive Maximum Expansion (IRME) algorithm. In this scheme, once an RB is allocated to a user, left and right neighbors of the allocated region are also allocated if the user has good channel condition (i.e. rank above a certain threshold) in these RBs. Our simulations show that IRME performs better than the greedy algorithm of [2]. It is worthy of noting that the algorithms in [4], [5] do not take into account the uplink situation, where each user has a separate power constraint and RB power depends on the number of RBs allocated to a user.

The objectives of maximizing total throughput or proportional fairness are more suitable for best effort or non-real time (elastic) traffic such as FTP, e-mail or www. With various multimedia applications such as VOIP and videoconference Quality of Service (QoS) demands occur in many ways including e.g, delay, data integrity, minimum transmission rates, tolerable error rates. Resource allocation for heterogeneous users (users with different QoS demands) was addressed in the context of OFDMA before (Some examples, [7],[8]). In [7] the objective is to maximize the rate of non-delay constrained users, while satisfying the rate requirements of delay constrained users. The authors use a convex optimization technique. This is not applicable to our case because of the contiguity constraint, which has a combinatoric nature. Another method for QoS-aware resource allocation is developing resource allocation metrics that take into account the channel, packet delay and average received rate as in [8].

In this work we considered SC-FDMA based resource allocation in uplink of an LTE system. There are two types of users; the ones that demand non-elastic traffic (strict per-slot rate requirements) and elastic traffic (can use any available bit rate). Our aim is to maximize the weighted total throughput of the elastic users while providing the constant bit rate constraints for non-elastic users. We adopt the binary integer programming framework in [2] in order to formulate and solve

Manuscript received November 17, 2010. The associate editor coordinating the review of this letter and approving it for publication was

T. Girici and F.I. Sokmen are with the Department of Electrical and Electronics Engineering at TOBB University of Economics and Technology, 06560 Ankara, Turkey. Email: tgirici@etu.edu.tr.

the optimum allocation problem. We also develop a simpler greedy algorithm that satisfies non-elastic users with as few RBs as possible and allocates the remaining to the elastic users as efficiently as possible. In [6] we have previously proposed solutions for satisfying rate requirements with minimum number of RBs or minimum total power. In this letter, on the other hand, we consider the joint problem of elastic and non-elastic users.

The letter is organized as follows; in Section II we explain the system model. In Section III, we formulate the resource allocation problem and propose optimal and suboptimal solutions. In Section IV we explain the previously proposed algorithms for elastic only traffic. In Section V we present the numerical results for comparison. Section VI concludes the letter.

II. SYSTEM MODEL

In this paper we consider a single cell with multiple users transmitting to a base station (BS). We consider Localized FDMA, where a number of adjacent subcarriers are grouped into RBs. Hence, system bandwidth W is divided into a set $\mathcal{K} = \{1, \dots, K\}$ of K orthogonal RBs of bandwidth W_s each. There are a set $\mathcal{M} = \{1, \dots, M\}$ of M users. There are two disjoint groups of users such as the users demanding elastic traffic (\mathcal{M}_E) and non-elastic traffic (\mathcal{M}_{NE}). We assume that users with non-elastic traffic demands a fixed rate of R^0 bps at each time slot. We also assume that elastic users have infinitely backlogged queues and can use any available bit rate.

RB k of user m has channel gain $h_{m,k}$ and it is assumed to be known at the BS. RB noise power at the receiver is $N_o W_s$ W/Hz. There are two kinds of maximum power constraints, which are the per-user (P^u) and per-RB (P^s) power constraints. Let \mathcal{K}_m be the set of RBs allocated to user m and let $|\mathcal{K}_m|$ be the cardinality of it. According to the contiguity constraint the RBs in this set must be adjacent in the frequency domain. The available power of user m , P^u , is uniformly distributed to the $|\mathcal{K}_m|$ allocated RBs¹, but power per RB cannot be greater than P^s . We assume the Shannon capacity formula as the relation between SNR and achievable rate. R_{m,k,\mathcal{K}_m} is the achievable rate by user m at one of its allocated RBs $k \in \mathcal{K}_m$,

$$R_{m,k,\mathcal{K}_m} = \log_2 \left(1 + \min \left(\frac{P^u}{|\mathcal{K}_m|}, P^s \right) \frac{h_{m,k}}{N_o W_s} \right), k \in \mathcal{K}_m \quad (1)$$

The BS acts as the scheduler; after certain calculations the sends the users the information about the resources that they are supposed to use. In this work, our main interest is subchannel allocation subject to contiguity constraint in the presence of heterogeneous users. In practice, there may be imperfections due to power amplifiers in the user equipments and frequency domain equalization at the base station, however those are beyond the scope of this work.

III. PROBLEM FORMULATION

The problem is to allocate RBs to users in order to satisfy the rate constraints of non-elastic users and maximize the

weighted sum rate of elastic users. Allocation must be done subject to contiguity and power constraints. We formulate the problem as it is shown in (2), (3) and (4). In (2) w_m denotes the user weight for m and reflects the user priority². Inequality (3) is the user rate constraint for non-elastic users. Equation (4) is the constraint that a subchannel is allocated to only one user.

$$\max_{\mathcal{K}_1, \dots, \mathcal{K}_M \in \mathbf{K}} \sum_{m \in \mathcal{M}_E} w_m \sum_{k \in \mathcal{K}_m} R_{m,k,\mathcal{K}_m} \quad (2)$$

s.t

$$\sum_{k \in \mathcal{K}_m} R_{m,k,\mathcal{K}_m} \geq R_m^0 \quad \forall m \in \mathcal{M}_{NE} \quad (3)$$

$$\mathcal{K}_m \cap \mathcal{K}_{m'} = \emptyset, \forall m \neq m', \in \mathcal{M} \quad (4)$$

where \mathbf{K} is the set of all allocations that satisfy the contiguity constraint.

Binary integer programming approached developed in [2] can be extended for this problem for heterogeneous users. The following *allocation pattern matrix* (for $K = 4$ RBs) is useful in the binary integer programming formulation.

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \forall m \in \mathcal{M}$$

This matrix is the same for all users. Each row corresponds to a RB and each column is a different allocation pattern. A "one" means that the RB is allocated and a "zero" means the opposite. This is a $K \times C$ matrix, where C is the number of possible allocation patterns, which is equal to $\frac{1}{2}K^2 + \frac{1}{2}K + 1$ [2]. The contiguity constraint limits the possible allocation patterns, therefore makes the binary integer programming formulation possible. We define a resource allocation vector of size MC as $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_M]^T$, where $\mathbf{x}_m = [x_{m,1}, \dots, x_{m,C}]^T$. In this vector $x_{m,j} \in \{0, 1\}$, where a "one" corresponds to an allocation. For the weighted rate maximization problem, a reward vector \mathbf{r} of the same size as \mathbf{x} is defined, where $r_{m,j}$ is defined as

$$r_{m,j} = w_m \sum_{k \in \mathcal{K}_{m,j}} R_{m,k,\mathcal{K}_{m,j}} \quad (5)$$

where the set $\mathcal{K}_{m,j} = \{k \in \mathcal{K} : A_m(k,j) = 1\}$, set of RB indices corresponding to allocation pattern j . The reward vector becomes $\mathbf{r} = [\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_2]^T$ and $\mathbf{r}_m = [r_{1,1}, \dots, r_{m,C}]^T$. However since we consider rate constraints, the entries of the reward vector changes for non-elastic users. If the achievable rate of user m with pattern j ($R_{m,k,\mathcal{K}_{m,j}}$) satisfies the rate constraint R_m^0 then the corresponding entry $r_{m,j}$ becomes zero, else its set to $-\infty$. Thus, it becomes obligatory to satisfy the rate constraints in order to maximize the total reward. The objective of the optimization becomes $\max_{\mathbf{x}} \mathbf{r}^T \mathbf{x}$ and the constraints are $\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{1}_{M+K}$ and $x_j \in \{0, 1\}, \forall j$, where $\mathbf{1}_{M+K}$ is an $M + K$ -length column vector. The matrix \mathbf{A}

¹Uniform power allocation help to maintain low PAPR [2]

²If w_m is chosen as the inverse of the average received rate, then proportional fairness can be maintained.

is defined as

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \dots & \mathbf{A}_M \\ \mathbf{1}_C^T & \dots & \mathbf{0}_C^T \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_C^T & \dots & \mathbf{1}_C^T \end{bmatrix} \quad (6)$$

where $\mathbf{1}_C^T$ is a row vector of all ones of length C . The equality corresponding to the top part of the matrix, $[\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_M]\mathbf{x} = \mathbf{1}_K$, implies that each RB is allocated to a single user. The bottom part on the other hand, implies that each user selects only one of the patterns in \mathbf{A}_m . The MATLAB function `bintprog` is used in [2] to solve this problem. However the time it takes to find the solution is prohibitively long, which necessitates much simpler heuristics.

A. Proposed Suboptimal Algorithm

After analyzing the optimal solution for several cases we made the following observations 1) Among the elastic users, most of the RBs are given to a single user 2) The non-elastic users are usually allocated RBs that are at the edges of the spectrum, because this leaves a solid block of RBs in the middle and they are allocated to one or two best elastic users. Considering these, the proposed algorithm in Algorithm 1 consists of three stages. In the first stage (Lines 1-14) the allocations for non-elastic users are performed. First of all for every non-elastic user and every allocation pattern, costs $s_{m,j}$ are computed as in (7). If the pattern satisfies the rate constraint, then the cost is the number of RBs in that pattern, otherwise it is infinity.

$$s_{m,j} = \begin{cases} |\mathcal{K}_{m,j}| & r_{m,j} > R_m^0 \\ \infty & \text{else} \end{cases}, \forall m \in \mathcal{M}_{NE}, \forall j \in \mathcal{C} \quad (7)$$

In Line 4 the minimum number of required RBs to satisfy the rate constraint for each user is found. In Line 5 the user m^* that maximizes this minimum cost is found. This user has the highest priority. Then we check minimum cost patterns for user m^* and find the one that is closest to the edge. We do this in order to leave a large block of contiguous RBs to the elastic users. If the minimal cost is infinity then the problem is infeasible and the algorithm is aborted. Otherwise, the rate constraint of user m^* is satisfied and we go on with allocating RBs to the other non-elastic users. We repeat the loop (Lines 3-14) until either the allocation is infeasible or all non-elastic users are allocated. In the second stage (Lines 15-20) the remaining blocks of RBs are allocated. First the achievable weighted rates are calculated for all elastic users and all *feasible* patterns (i.e. the patterns that only contain unallocated RBs). For other patterns and users, the weighted rate is zero. At each step the user-pattern pair with the highest reward is allocated (Line 18). This stage usually allocates most of the RBs to a single user. In the third stage (Lines 21-34) *reallocations* are performed in order to further increase the weighted total rate. Let \mathcal{N}_E be the set of elastic users that are allocated RBs in Stage 2. We look at these users one by one in Lines 21-34. Each user has a contiguous block of RBs. We start from the edges of a block and see if we can allocate to a different user (of course, considering the contiguity constraint)

and increase the total weighted rate. Lines 24 and 25 compute the utility increase for both edges. This while loop continues until there is no more improvement or two edges reach each other.

Algorithm 1 Proposed Algorithm

- 1: Calculate $\{s_{m,j}, \forall m \in \mathcal{M}_{NE}, j \in \mathcal{C}\}$, using (7).
 - 2: Set, `finish=0, feasible=1`, $\mathcal{K}_m = \emptyset$, $I_m = 0 \forall m$, $\mathcal{K}^f = \mathcal{K}$
 - 3: **while** `finish = 0` and $\exists m \in \mathcal{M}_{NE}$ s. t. $I_m = 0$ **do**
 - 4: Find $cost_m^{min} = \min\{s_{m,j}\}, \forall m \in \mathcal{M}_{NE}$ s. t. $I_m = 0$
 - 5: Find $m^* = \arg \max_{m \in \mathcal{M}_{NE}} \text{s. t. } I_m = 0 \{cost_m^{min}\}$
 - 6: Check all j s.t. $s_{m^*,j} = cost_{m^*}^{min}$ and find the one (j^*) closest to one of the edges.
 - 7: **if** $s_{m^*,j^*} < \infty$ **then**
 - 8: $\mathcal{K}_{m^*} = \mathcal{K}_{m^*,j^*}$, $\mathcal{K}^f = \mathcal{K}^f / \mathcal{K}_{m^*}$
 - 9: $I_{m^*} = 1$
 - 10: Set $s_{m,j} = \infty, \forall m, j$ s.t. $\mathcal{K}_{m^*,j^*} \cap \mathcal{K}_{m,j} \neq \emptyset$
 - 11: **else**
 - 12: `finish=1, feasible=0`
 - 13: **end if**
 - 14: **end while**
 - 15: Set `finish=0`, $\mathcal{N}_E = \emptyset$
 - 16: **while** $\mathcal{K}^f \neq \emptyset$ and `feasible = 1` **do**
 - 17: Calculate $r_{m,j}, \forall m \in \mathcal{M}_E$ and $\forall j$ s.t. $\mathcal{K}_{m,j} \subset \mathcal{K}^f$ (5)
 - 18: Find $[m^*, j^*] = \max_{m \in \mathcal{M}_E, j} \{r_{m,j}\}$
 - 19: $I_{m^*} = 1, \mathcal{N}_E = \mathcal{N}_E \cup m^*$, $\mathcal{K}^f = \mathcal{K}^f / \mathcal{K}_{m^*,j^*}$, $\mathcal{K}_{m^*} = \mathcal{K}_{m^*,j^*}$
 - 20: **end while**
 - 21: **for all** $n \in \mathcal{N}_E$ **do**
 - 22: Set $k_1 = \min\{\mathcal{K}_n\}$ and $k_2 = \max\{\mathcal{K}_n\}$, $\Delta_{1,m}, \Delta_{1,m} = 0$
 - 23: **while** $k_1 < k_2$ or `finish=0` **do**
 - 24: Calculate $\Delta_{1,m} = w_m \sum_{k \in \mathcal{K}_m + k_1} R_{m,k, \mathcal{K}_m + k_1} + w_n \sum_{k \in \mathcal{K}_n - k_1} R_{n,k, \mathcal{K}_n - k_1} - w_m \sum_{k \in \mathcal{K}_m} R_{m,k, \mathcal{K}_m} - w_n \sum_{k \in \mathcal{K}_n} R_{n,k, \mathcal{K}_n}, \forall m$ s. t. $I_m = 0$
 - 25: Calculate $\Delta_{2,m} = w_m \sum_{k \in \mathcal{K}_m + k_2} R_{m,k, \mathcal{K}_m + k_2} + w_n \sum_{k \in \mathcal{K}_n - k_2} R_{n,k, \mathcal{K}_n - k_2} - w_m \sum_{k \in \mathcal{K}_m} R_{m,k, \mathcal{K}_m} - w_n \sum_{k \in \mathcal{K}_n} R_{n,k, \mathcal{K}_n}, \forall m$ s. t. $I_m = 0$
 - 26: Find the Δ -maximizing user-RB pair (k^*, m^*) among k_1, k_2 and $m \in \mathcal{M}$
 - 27: **if** $\Delta^{max} > 0$ **then**
 - 28: $\mathcal{K}_{m^*} = \mathcal{K}_{m^*} \cup k^*$, $\mathcal{K}_n = \mathcal{K}_n / k^*$
 - 29: $k_1 = k_1 + 1$ if $k^* = k_1$ or $k_2 = k_2 - 1$ if $k^* = k_2$
 - 30: **else**
 - 31: `finish=1`;
 - 32: **end if**
 - 33: **end while**
 - 34: **end for**
-

IV. ALGORITHMS FOR ELASTIC-ONLY TRAFFIC

The algorithm that we propose is the first SC-FDMA based uplink resource allocation algorithm for heterogeneous users. The proposed algorithms in the literature are for systems that only have users demanding elastic traffic. We will consider two of those algorithms. The first one written in Algorithm 2 was proposed by Wong et. al. [2] and we name it *Maximal Utility*

Increase (MUI). First, in Line 2 utility increase is computed by adding a RB to a user, for each user and RB. In the while loop, the user-RB pair that maximizes the utility increase is allocated. Contiguity constraint has to be obeyed, therefore, when a user is allocated a contiguous set of RBs, there are at most two feasible RBs for that users, which are the left and right neighbor of the block (Line 8).

Algorithm 2 Maximum Utility Increase [2] (MUI)

```

1:  $r_m = 0, \mathcal{K}_m = \emptyset, \mathcal{K}_m^f = \mathcal{K}, \forall m \in \mathcal{M}_E, \text{finish}=0$ .
2: For all users  $m \in \mathcal{M}_E$ , calculate  $\Delta r_{m,k} = w_m \sum_{k \in \mathcal{K}_m \cup \{k\}} R_{m,k, \mathcal{K}_m \cup \{k\}} - r_m, \forall k \in \mathcal{K}_m^f$  using (5)
3: while  $\text{finish} = 0$  do
4:   Find  $[m^*, k^*] = \max_{m \in \mathcal{M}_E, k \in \mathcal{K}_m^f} \Delta r_{m,k}$ 
5:   if  $\Delta r_{m^*, k^*} > 0$  then
6:     Set  $\mathcal{K}_{m^*} = \mathcal{K}_{m^*} \cup \{k^*\}$ ,
7:     Update  $r_{m^*} = r_{m^*} + \Delta r_{m^*, k^*}$ 
8:      $\mathcal{K}_{m^*}^f = \{\min(\mathcal{K}_{m^*}) - 1, \max(\mathcal{K}_{m^*}) + 1\} \cap \mathcal{K}$ 
9:      $\Delta r_{m^*, k^*} = 0, \forall m, \Delta r_{m^*, k} = 0, \forall k$ 
10:    Calc.  $\Delta r_{m^*, k} = w_{m^*} \sum_{k \in \mathcal{K}_{m^*} \cup \{k\}} R_{m^*, k, \mathcal{K}_{m^*} \cup \{k\}} - r_{m^*}, k \in \mathcal{K}_{m^*}^f$ 
11:  else
12:     $\text{finish}=1$ ;
13:  end if
14:  if  $\mathcal{K}_m^f = \emptyset, \forall m$  then
15:     $\text{finish}=1$ ;
16:  end if
17: end while

```

Another algorithm for elastic-only users is proposed in [5], which is called Improved Recursive Maximum Expansion (IRME). In fact this algorithm is not totally suitable for uplink, because it assumes there is single power source and power is equally distributed to the RBs. Anyway, we assume that at each RB, the transmission power is P^s and perform IRME, according to that. Line 2 in Algorithm 3 calculates the weighted rate for each user m and RB k , using (1).

At each main loop the user-RB pair (m^*, k^*) that maximizes $U_{m,k}$ are found among all the *feasible* pairs and RB k^* is allocated to user m^* (Lines 4,5). Line 5 redetermines the feasible set of user m^* as the left and right neighbors of the set of RBs of user m^* , if they are still available. Then, Lines 6-15 expand this allocation to the left and right as much as possible. In Line 6 all the users for whom the considered RB is feasible are taken and their utilities are sorted. If the utility of user m^* ranks among the greatest Tr , then user m^* takes that RB. This expansion continues left and right until the ranking of m^* is not good enough or there are no more free RBs. When whole RB set is allocated completely the algorithm stops (Line 17).

V. NUMERICAL EVALUATIONS

We consider a single cell with radius of 1000 meters and 10 users transmitting to a base station. The users are uniformly distributed in the cellular area and the path loss is $31.5 + 37.6 \log_{10} d$ dB, where d is the distance to the base station in meters. We assume a fading Gaussian channel with

Algorithm 3 Improved Recursive Maximum Expansion [5] (IRME)

```

1: Init.  $\mathcal{K}_m = \emptyset, \mathcal{K}_m^f = \mathcal{K} \forall m \in \mathcal{M}, \text{finish} = 0$  and set  $Tr$ 
2: Find  $U_{m,k} = R_{m,k, \{k\}} \forall m \in \mathcal{M}_E$  and  $k \in \mathcal{K}$  using (1),
3: while  $\text{finish} = 0$  do
4:   Find  $[m^*, k^*] = \max_{m \in \mathcal{M}_E, k \in \mathcal{K}_m^f} U_{m,k}$ ,
5:    $\mathcal{K}_{m^*} = \mathcal{K}_{m^*} \cup k^*, \mathcal{K}_{m^*}^f = \{\min(\mathcal{K}_{m^*}) - 1, \max(\mathcal{K}_{m^*}) + 1\} \cap \mathcal{K}$ ,
6:   while there is improvement do
7:     Sort  $U_{m, \min\{\mathcal{K}_{m^*}^f\}}$  among all  $m$  s.t.  $m \in \mathcal{M}$  and  $\min\{\mathcal{K}_{m^*}^f\} \in \mathcal{K}_{m^*}^f$ 
8:     if  $\text{order} > Tr$  then
9:       Find  $k^{**} = \min\{\mathcal{K}_{m^*}^f\}$ 
10:       $\mathcal{K}_{m^*} = \mathcal{K}_{m^*} \cup k^{**}, \mathcal{K}_{m^*}^f = \{\min(\mathcal{K}_{m^*}) - 1, \max(\mathcal{K}_{m^*}) + 1\} \cap \mathcal{K}$  and  $\mathcal{K} = \mathcal{K} \setminus k^{**}$ ,
11:    else
12:      no improvement
13:    end if
14:  end while
15:  Repeat Lines 6 – 14 for  $k^{**} = \max\{\mathcal{K}_{m^*}^f\}$ 
16:  if  $\mathcal{K}_m^f = \emptyset, \forall m$  then
17:     $\text{finish} = 1$ 
18:  end if
19: end while

```

–161dBm/Hz noise power spectral density. A Non-Line of Sight channel with Log-Normal shadowing standard deviation of 8dB is considered. There are 25 RBs each with bandwidth 180KHz. RB power constraint is $P^s = 8.0403\text{mW}$ and user power constraint is $P^u = 125.89\text{mW}$ [9]. We generate 2000 sets of user distances and fading values and for each of these we perform allocations and record the resulting performance values in an array. For all the considered schemes, we obtain these arrays. We divide the array of the optimal scheme to the arrays of each of the suboptimal schemes entry-by-entry. As a result, what we obtain is an array of relative performances for each suboptimal algorithm. We plot the empirical cumulative distribution of these arrays. The rate constraint for each non-elastic user is 90Kbps. Let N_{NE} be the number of non-elastic users. In Figure 1 we consider the case of all-elastic users ($N_{NE} = 0$). We compare the relative performance of our proposed algorithm with relative performances of IRME and MUI algorithms. It is seen from Figure 1 that our proposed algorithm is the best suboptimal algorithm. With 80 percent chance, it is within 10 percent of the optimal algorithm. It is seen that IRME is better than MUI, and its performance depends on the threshold Tr value ($Tr = 4$ is the best). As we said before, the optimal solution tends to give most of the RBs to a single user, which is done in IRME for higher Tr values. Our proposed algorithm performs significantly better than the other suboptimal ones and it doesn't need a Tr parameter, which is a plus.

In Figure 2 we present the performance results for 1 and 3 non-elastic users, respectively. For this purpose we create benchmark algorithms by modifying MUI and IRME for heterogenous case as in Algorithm 4. Briefly, the algorithm

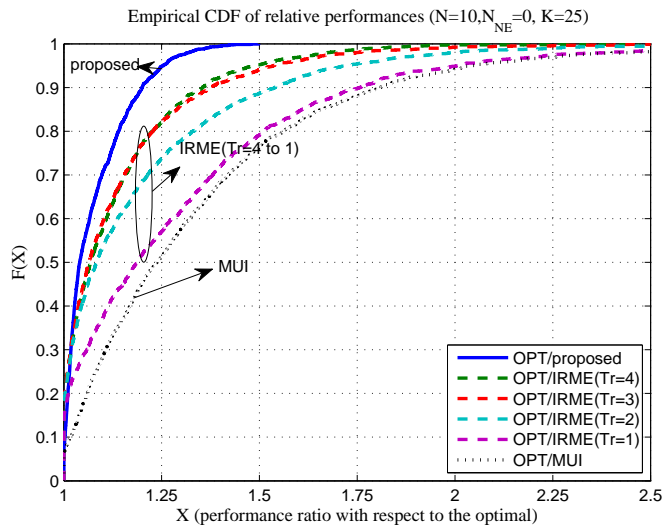


Fig. 1. Relative performance results for a system with only elastic users. Proposed algorithm is the best among the suboptimal ones, and it has a performance mostly within 10 percent of the optimal.

first allocates RBs to non-elastic users based on achievable rates. Then the remaining RBs (if there are any) are allocated to elastic users.

Algorithm 4 Benchmark Algorithms for Heterogeneous Users: (Named as MUI-H and IRME-H)

- 1: Set the weights of non-elastic users as one: $w_n = 1, \forall n \in \mathcal{M}_{NE}$
- 2: Run the MUI or IRME algorithm for the non-elastic users. The only difference from actual MUI or IRME is that as soon as the rate constraint of a user is satisfied, that node doesn't receive any more RBs.
- 3: Run the MUI or IRME algorithm among the elastic users in order to allocate the remaining RBs.

It is certainly possible that a solution may not be feasible in worse channel conditions. If the rate requirements can't be satisfied, then we assume that the elastic users can't receive any rate but the performance value is assumed to be a very small positive number in order to avoid division by zero.

In the left of Figure 2 we see the results for 1 non-elastic user. Our proposed algorithm is clearly the best greedy algorithm. Besides, the numbers show that our algorithm only fails in 2 (in 1584) of the cases that the optimal solution succeed. MUI-H and IRME-H fail in 13 and 11 more cases, respectively. Performance dramatically drops for the case of $N_{NE} = 3$ (right subplot). The advantage of our proposed algorithm becomes more clear. It only fails in 4 (in 932) of the cases that the optimal solution succeed. MUI-H and IRME-H fail in 180 more cases, which is a significant quantity.

VI. CONCLUSION

We proposed optimal and near-optimal solutions for SC-FDMA based resource allocation in LTE uplink. The objective of the resource allocation is to satisfy the rate requirements

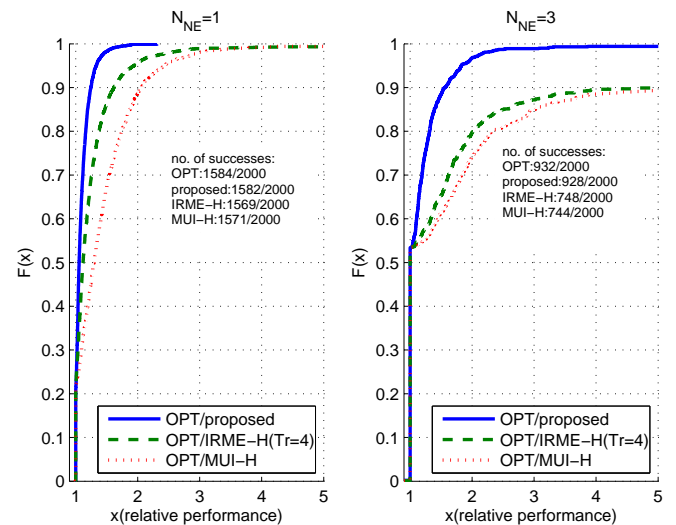


Fig. 2. Relative performance results for the cases of 1 and 3 non-elastic users. As the number of non-elastic users increase, the proposed algorithm significantly outperforms the benchmarks.

of certain users (if possible), while maximizing the weighted sum rate of others. Comparisons with some benchmarks show that the proposed greedy algorithm is close to optimal and significantly outperforms the benchmarks, as the number of rate-constrained users increase. Future work will address systems with random packet arrivals and delay-aware resource allocation.

ACKNOWLEDGMENT

The work in this paper was supported by Turkish Scientific and Technical Research Council (TUBITAK) under 1001 grant 108E208.

REFERENCES

- [1] Myung.H.G.,Lim J.,Goodman D.J., "Single Carrier FDMA for Uplink Wireless Transmission" IEEE Veh. Tech. Mag. September 2006
- [2] Wong I.C., Oteri O., McCoy W. "Optimal Resource Allocation in SC-FDMA Systems" IEEE Trans. on Wireless Com. Vol. 8 No. 5. May 2009
- [3] Lim J., Myung H.G., Oh K., Goodman D.J. "Channel Dependent Scheduling of Uplink Single Carrier FDMA Systems" IEEE 64th Veh. Tech. Conf., VTC-2006 Fall. 25-28 Sept. 2006 pp.1 - 5
- [4] S.-B. Lee; Pefkianakis, I; Meyerson, A.; S. Xu; S. Lu; , "Proportional Fair Frequency-Domain Packet Scheduling for 3GPP LTE Uplink," IN-FOCOM 2009, IEEE , vol., no., pp.2611-2615, 19-25 April 2009
- [5] F. Liu, X. She, L. Chen, H. Otsuka "Improved Recursive Maximum Expansion Scheduling Algorithms for Uplink Single Carrier FDMA System" IEEE 71st Veh. Tech. Conf, 16-19 May 2010 pp.1 - 5
- [6] Sokmen, F.I; Girici, T.; , "Uplink resource allocation algorithms for Single-Carrier FDMA systems," Wireless Conference (EW), 2010 European , vol., no., pp.339-345, 12-15 April 2010
- [7] Meixia Tao; Ying-Chang Liang; Fan Zhang; , "Resource Allocation for Delay Differentiated Traffic in Multiuser OFDM Systems," IEEE Tran. on Wireless Com., , vol.7, no.6, pp.2190-2201, June 2008
- [8] Song, G.; Li, Y.; Cimini, L.J., Jr; Zheng, H.; , "Joint channel-aware and queue-aware data scheduling in multiple shared wireless channels," IEEE Wireless Communications and Networking Conference, 2004. (WCNC. 2004) , vol.3, no., pp. 1939- 1944 Vol.3, 21-25 March 2004
- [9] Radiocommunication Study Groups, "Parameters of IMT Radio Interface Technologies Following WRC-07", Revision 2 to Document 5D/TEMP/109, 2008

Resource Allocation in Multicast OFDMA Systems

Irem Sokmen and Tolga Girici

Department of Electrical and Electronics Engineering
TOBB University of Economics and Technology, Ankara, Turkey
Email: {fsokmen, tgirici}@etu.edu.tr

Abstract—We consider an OFDMA based multicast system where a base station transmits multicast sessions to a number of multicast groups. The goal is to maintain fairness among the multicast rates of groups. Contrary to classical multicast systems, the achievable subchannel rate is not limited to the worst user, Thanks to Reed-Solomon coding [4]. In this paper we propose an iterative subchannel and bit allocation algorithm that has much lower complexity and better performance than the one proposed in [4]. Secondly, we consider a simple bit loading scheme for single-group multicast and obtain approximate closed-form expressions for the average multicast rate. We show by simulations that the analytical results are very accurate.

I. INTRODUCTION

Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) is one of the promising techniques to combat frequency selective fading in broadband wireless systems. With this technique, the information is sent over narrowband transmission channels named subchannels. In a multiple-user system, where each user experiences different frequency selective fading, OFDM can be used as a multiple access technique (OFDMA) by judiciously allocating subchannels to users.

Wireless Multicast/Broadcast services such as IP radio broadcast and Mobile TV is a growing application in broadband wireless access systems [1]. As individual feedback-based systems such as ARQ/HARQ can't be supported in multicast systems (due to large amount of feedback required), robust modulation and coding schemes are used, which limits the throughput. Traditionally in multicast resource allocation, the base station looks at the user in the multicast group with the worst channel gain [6]. In [6], total throughput is maximized in the presence of multiple multicast groups. Some-lower complexity resource allocation schemes are also proposed in this paper. The work in [2] improves the total throughput by using the benefits of OFDM along with multiple description coding (MDC) [3]. Users with better channel conditions receive the same broadcast, but with better quality. However their work didn't provide fairness, and the users with bad channel conditions had less benefits. The received rate of the user with the worst channel significantly decreases as the number of users in the group increases.

The work in [4] significantly improves the throughput of the worst user by using a technique based on Reed-Solomon coding. In this work, the case of multiple multicast groups was also studied. In this paper we base our work on [4] and propose an iterative resource allocation algorithm for multiple multicast groups. Our algorithm has both better performance

and significantly less complexity than that of [4]. The performance and complexity improvement becomes more significant as the number of users and groups increase.

Secondly, we consider a simple bit allocation scheme, for a single group of multicast users. For this scheme, we derive the approximate probability distribution function of the system multicast rate. Simulation results reveal that the derived analytical approximation is very accurate.

II. MULTI MULTICAST SESSION

A base station transmits to K users, which are grouped into G multicast groups. A user can subscribe to more than one group. The total bandwidth is divided into N subchannels. These subchannels are shared among multicast groups. The channel gain between the BS and user k in subcarrier n is denoted by $h_{n,k}$, and is assumed to be known by the base station. The base station has a short term power budget P_T . Let $R^{g,T}$ and R^g be the target and achieved multicast rate of group g , respectively. The objective is to maximize

$$\alpha = \min_g \left\{ \frac{R^g}{R^{g,T}} \right\} \quad (1)$$

Hence the BS aims a kind of proportional fairness and tries to match the rate of each group to its target as much as possible.

Resource allocation involves 1) Allocating each subchannel to a group and 2) Deciding the set of users in the group that will decode the subchannel 3) The number of bits to transmit at each subchannel. We have the indicator $\delta_{n,g}$, which takes value one if subchannel n is allocated to group g and zero if not. We define a set S^g that includes the users in group g . The indicator $w_{n,k}$ takes value one if subchannel n is to be decoded by user k , and zero if not. Let c_n denote the number of bits assigned to subchannel n . This value is assumed to be chosen from a discrete set \mathcal{C} where $\mathcal{C} = \{C^1, C^2, \dots, C^M\}$ where C^M is the maximum number of bits that can be transmitted in a subchannel. The data rate R_k^g of the user k in group g can be expressed as $R_k^g = \sum_{n=1}^N c_n w_{n,k} \delta_{n,g}$, the sum of all bits allocated to the user k .

Let $b_{n,k} \in \mathcal{C}$ be the maximum number of bits that can be decoded by user k in subchannel n . It depends on the type of modulation and BER requirement. If $\delta_{n,g} = 1$, then $w_{n,k}$ can be defined as $w_{n,k} = I\{b_{n,k} \geq c_n\}$, that is, becomes one if achievable rate of a user is greater than the transmitted bits. We define R^g as the minimum of all user rates in session g .

The multicast data rate for session g can be expressed as

$$R^g = \min_{k \in S^g} \sum_{n=1}^N c_n w_{n,k} \delta_{n,g} \quad (2)$$

Let $R_{sum}^g = \sum_{n=1}^N c_n \delta_{n,g}$ be the total number of bits transmitted to group g . Multicast data of session g (i.e. R^g bits) is coded into $R_{sum}^g \geq R^g$ bits of data using Reed Solomon coding. Then the R_{sum}^g coded bits are separated and allocated into different subchannels. As each user in session g can decode R^g bits of data they can recover the original multicast data. User doesn't have to decode each and every subchannel and only needs to decode a subset of it. This results in significant increase in multicast throughput as shown in [4].

Let $f(c_n, BER)$ be the required received power for any user to receive c_n bits of data with a bit error rate BER ¹. Then the power allocated to subchannel n must satisfy

$$\max_{k,g} \left\{ \frac{f(c_n, BER) w_{n,k} \delta_{n,g}}{h_{n,k}^g} \right\} \leq P_n \quad (3)$$

P_n should be sufficient to decode c_n bits with error rate BER for all the assigned users. The objective α can be regarded as a measure of proportional fairness, where each group gets the highest possible rate proportional to its target. Optimization problem is formulated as follows [4]

$$\max_{w_{n,k}, \delta_{n,g}, c_n^g} \left\{ \alpha = \min_g \left\{ \frac{\min_{k \in S^g} \sum_{n=1}^N c_n w_{n,k} \delta_{n,g}}{R^{g,T}} \right\} \right\} \quad (4)$$

$$\text{s. t. } \sum_{n=1}^N P_n \leq P_T \quad (5)$$

$$\sum_{g=1}^G \delta_{n,g}^g = 1, \forall n \quad (6)$$

$$c_n \in C = \{C^1, C^2, \dots, C^M\} \forall n, g \quad (7)$$

In (6), one subchannel is allowed to be allocated to only one multicast session. In order to solve the optimization problem (4), a joint subchannel and bit allocation has to be done. Moreover, the subchannel allocation is composed of two parts, the subchannel allocation among multicast sessions, $\delta_{n,g}$ and among users within multicast sessions, $w_{n,k}$. Although this problem can be solved by nonlinear integer programming, the optimum algorithm is NP-hard. In [4] a suboptimal resource allocation algorithm was proposed. In this paper we propose another suboptimal algorithm that jointly allocates power and subchannel among sessions and users in an iterative fashion.

¹These BER requirements can be different for different multicast groups and applications

III. PROPOSED ALGORITHM

Proposed algorithm is a three stage algorithm. In the first stage the subchannels are shared among the multicast groups. In the second stage an iterative scheme is used for each groups separately in order to further increase the multicast rate of each group. In the last stage the residual power is calculated and allocated in order to load more bits to each subchannel. The first stage is the Lines 1-14. In this stage the BS distributes the available power equally to each subchannel and compute the $b_{n,k}$ values. This stage loads each subchannel with equal number of bits, i.e. $c_1 = c_2 = \dots = c_N$. The algorithm tries all the values from C^1 to C^M in Lines 2-13. The C^{best} that maximizes the α value is found.

The second stage consists of iterations. At each iteration each subchannel is checked one by one (Lines 16-31). The owner g^* of the subchannel n is found (Line 17). Then the algorithm finds the number of bits $c_n = C^{best}$ of the subchannel n that most improves the multicast rate (Lines 19-27). Then the algorithm finds the least-rate group $g^{min} = \arg \min_{g \in S} \frac{R^{g,T}}{R^g}$ and (if $g^{min} \neq g^*$) see if the α improves by giving subchannel n to group g^{min} (Line 29). This process is performed for all subchannels. If there is no improvement in an iteration, then the algorithm is aborted. In the third stage power is further optimized in a way that increases the α value. We adopt the RPA scheme in [4]. The details of **RPA** are explained in the Algorithm 2.

IV. BENCHMARK ALGORITHMS

A. Multiple Multicast Groups

In [4], a Greedy Algorithm (**GA**) is proposed. As shown in Algorithm 2, the algorithm consists of two stages. In the first stage (Lines 1-7), it is assumed that subchannels in a multicast session are allocated to all users within the multicast group (Line 1). At each step the group g^* with the smallest $R^g/R^{g,T}$ is found and that group is allocated the best available subchannel. In the second stage an iterative procedure is implemented. The group with the highest and lowest $R^g/R^{g,T}$ value are found. A subchannel (the one with least no. bits) is taken from the best and allocated to the worst. Then subchannel and power allocation algorithms **SAAU-EP** and **RPA** are applied for each group of users. These two algorithms are originally proposed in [4] for a single multicast group. They are explained briefly in Algorithm 2. As a result of this reallocation, if the α value increases, then one more iteration is performed, else the algorithm is aborted. **SAAU-EP**, simply chooses the least-rate user at each step and allocates the best available subchannel. **RPA** is a variation of Levin-Campello algorithm and it uses the residual power in order to load more bits and improve the multicast rate.

GA has to repeatedly run **SAAU-EP** and **RPA** for each iteration, thus its run time becomes too high.

B. Single Multicast Group

There are also algorithms proposed for single multicast session in the literature.

Algorithm 1 Iterative Subchannel and Bit Allocation for Multigroup Multicast (**ISBM**)

- 1: Calculate $b_{n,k}, \forall n, k$ assuming equal power/subchannel.
Set $\alpha^{max} = 0$,
- 2: **for** $m = 1 : M$ **do**
- 3: Set $\delta_{n,g} = 0, \forall n, g, w_{n,k} = 0, \forall n, k$ and $c_n = C^m, \forall n$
- 4: **for** $n = 1 : N$ **do**
- 5: Find the min-rate group $g^* = \arg \min_g \{R^g/R^{g,T}\}$
- 6: Set $\delta_{n,g^*} = 1, w_{n,k} = I\{b_{n,k} \geq C^m\}, \forall k \in S^g$
- 7: Update group rate R^{g^*} using (2)
- 8: **end for**
- 9: Calculate α using (1)
- 10: **if** $\alpha \geq \alpha^{max}$ **then**
- 11: $C^{best} = C^m$
- 12: **end if**
- 13: **end for**
- 14: Set $c_n = C^{best}, \forall n$ and run the Lines 3-8 again.
- 15: **while** there is improvement **do**
- 16: **for** $n = 1 : N$ **do**
- 17: Find g^* s.t. $\delta_{n,g^*} = 1$
- 18: Find $k^* = \arg \min_{k \in S^g} \{R_k^{g^*}\}$,
- 19: Find $C^{max} = \max_{C^1 \dots C^M}$ s.t. $C^m < b_{n,k^*}$
- 20: Max rate = R^{g^*}
- 21: **for all** C^m s.t. $C^m \leq C^{max}$ **do**
- 22: Set $w'_{n,k} = w_{n,k}, \forall n, k, c'_n = c_n, \forall n$
- 23: Set $w'_{n,k} = I\{b_{n,k} \geq C^m\}, \forall k \in S^g$
- 24: **if** $\min_{k \in S^g} \sum_{n=1}^N c'_n w'_{n,k} \delta_{n,g} \geq \text{Max rate}$ **then**
- 25: $C^{best} = C^m$,
- 26: Max rate = $\min_{k \in S^g} \sum_{n=1}^N c_n w'_{n,k} \delta_{n,g}$
- 27: **end if**
- 28: **end for**
- 29: Update $w_{n,k}, \forall k \in S^g$ according to $c_n = C^{best}$.
- 30: Find $g^{min} = \arg \min_{g \in S} \frac{R^{g,T}}{R^g}$. Set $\delta'_{n,g^{min}} = 1$ and repeat Lines 18-28. If the resulting α value is better, then Set $\delta_{n,g^{min}} = 1$.
- 31: **end for**
- 32: **end while**
- 33: Using Levin-Campello Algorithm [8] [4] allocate residual power to subchannels

- 1) **SAAU-EP+RPA**: This algorithm was proposed in [4] and its explanation can be found in 2.
- 2) Least Subchannel Gain Allocation (**LSGA**): **LSGA** assumes that all users have to be able to receive all subchannels (i.e. $w_{n,k} = 1, \forall n, k$). Therefore the loaded bits in each subchannel are determined by the worst user at each subchannel. The algorithm is very simple, but has poor performance. **RPA** can be performed in order to use the residual power, which improves the performance.
- 3) **Minsum** [2]: This algorithm does not aim max-min fairness. The goal is to maximize the total rate of users.
- 4) Equal Bit Algorithm (**Equal**): This algorithm is a simple scheme that we considered. This scheme assumes that every subchannel is loaded with equal number of

Algorithm 2 Greedy Algorithm (**GA**)[4]

- 1: Assumption for the first stage: All subchannels are allocated to all users in a group, Define and calculate $c_n^g = \min_{k \in S^g} b_{n,k}, \forall n, g$
- 2: Initialize $\delta_{n,g} = 0, \forall n, g$
- 3: **for** $n=1:N$ **do**
- 4: Find $g^* = \arg \min_g (R^g/R^{g,T})$
- 5: Find $n^* = \arg \max_{n.s.t. \delta_{n,g}=0, \forall g} \{c_n^g\}$
- 6: Update $\delta_{n^*,g^*} = 1$ and Calculate multicast rate R^{g^*} using (2)
- 7: **end for**
- 8: **while** There is improvement **do**
- 9: Find the best and worst group ($g^{min} = \arg \min_g (R^g/R^{g,T})$ and $g^{max} = \arg \max_g (R^g/R^{g,T})$)
- 10: Find the subchannel n^* (allocated to g^{max}) that has the least number of bits.
- 11: Allocate n^* to g^{min} if there is improvement in multicast rate
- 12: Perform **SAAU-EP** and **RPA** algorithms proposed in [4], for each group of users.
- 13: **end while**
- 14: **SAAU-EP**: Assumes uniform power per subchannel and performs at each step the following: Find the user k^* in the group with the smallest rate. Then, find the free subchannel n^* that results in the maximum increase in user rate, and allocate it to the minimum-rate user ($w_{n^*,k^*} = 1$). Meanwhile, find the users k^{**} such that $b_{n^*,k^{**}} > b_{n^*,k^*}$ and also set $w_{n^*,k^{**}} = 1$. Update the user rates.
- 15: **RPA**: This algorithm calculates the residual power and allocates to the subchannels in order to maximally increase the multicast rate of the group. It is a modified version of Levin-Campello algorithm[8]. It first calculates the required power to support the current c^n bits for all n and calculates the residual power. It then calculates for all subchannels the power required to increase the number of bits one step further. Then at each step the minimum-rate user k^* is found. Among the subchannels allocated to k^* , the one n^* that requires least amount of additional power is found. The c^{n^*} is increased one step further. Residual power is updated. The algorithm continues until the residual power is not enough to increase the bits.

bits ($c = c_1 = c_2 \dots = c_N$). If a user has $b_{n,k} > c$, then $w_{n,k} = 1$. We try each member of the discrete set $\{C^1, C^2, \dots, C^M\}$ and choose the one that maximizes the multicast rate. Then **RPA** can be performed in order to use the residual power.

V. NUMERICAL RESULTS

We consider a simulation setup similar to the one in [4]. Users are randomly distributed in a circular area of radius 1. A frequency selective Rayleigh fading channel is assumed, where the channel gains of subchannels are i.i.d. Channel is corrupted with additive white Gaussian noise with power 1. Path loss exponent is assumed to be

equal to 4. M-ary QAM modulation is assumed. Then the required received power function $f(c_n, BER)$ is equal to $f(c_n, BER) = \frac{N_0}{3} [Q^{-1}(BER/4)]^2 (2^{c_n} - 1)$, where N_0 is the variance of the AWGN and $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt$. As in [4] the set of number of bits is chosen as $C = \{0, 0.53, 0.79, 1.58, 3.17, 4.75, 6.34, 9.50, 12.67, 14.26, 15.84\}$.

Figure 1 shows the performance results of allocation schemes for the case of a single multicast group. The results reveal that our proposed scheme has almost the same performance as **SAAU-EP+RPA** [4]. The advantage of our scheme is that it has almost three times less run time. Surprisingly the **Equalc** scheme has a performance close to these two schemes. **Equalc** has a much less run time than **ISBM** and **SAAU-EP+RPA**. **LSGA+RPA** and **MinSum** schemes have significantly worse performance.

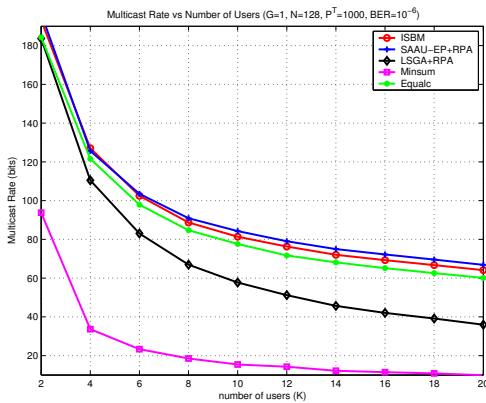


Fig. 1. Multicast rate of a single multicast group vs. number of users.

Figure 2 shows the performance for the case of multiple multicast sessions. Simulations are performed for number of groups from 2 to 9. Target multicast rate of each group is uniformly distributed between 50 and 150 bits. Each user can be a member of a multicast group with probability $\frac{1}{2}$, and a user can be a member of more than one group simultaneously. We compare three schemes, **ISBM** (proposed algorithm), **GA** [4] and **FSAAS+SAAU+RPA** [4]. The last algorithm is a benchmark algorithm, where each group g gets $\frac{R^{T,g}}{\sum_{g=1}^G R^{T,g}}$ subchannels and then **SAAU-EP** and **RPA** are applied. Simulation results show that the proposed **ISBM** has the best performance. At high number of groups, **ISBM** has 50% better performance than **FSAAS+SAAU+RPA**. **GA** is close to **ISBM**, but it has 3-4 times longer run time than **ISBM**.

VI. PERFORMANCE ANALYSIS OF A RESOURCE ALLOCATION SCHEME

In this section we will consider a simple bit loading scheme for a multicast system with single multicast group. For simplicity of analysis we assume a continuous set of bits $c_n \in [0, \infty)$ instead of a discrete set. We also assume that each user has equal distance from the BS, hence the average channel gains are equal. Let γ_0 be the average SNR of the users. Channel gains of users are i.i.d and exponential distributed. This may

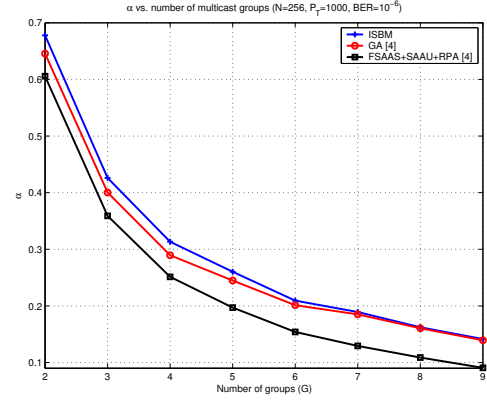


Fig. 2. α vs. number of multicast groups. The proposed algorithm has both better performance and much less run time than GA [4]

not be a realistic assumption but the resulting analysis reveals significant performance gains by Reed-Solomon based coding.

The bit loading scheme is as follows. For each subchannel n , the achievable number of bits of users are ordered and the $\frac{K}{r}$ th smallest rate is chosen as the number of bits loaded in that subchannel. So the probability that a user can receive from subchannel n is $1 - \frac{1}{r}$. When r is low, users receive from a lower number of subchannels but number of bits is higher. On the other hand, when r is high, users get higher number of subchannels but number of bits of each of them are lower. Let the random variable $R^{n,k}$ be the achievable number of bits of users k at subchannel n . Let's define the random variable $R_{K/r}^K$ as the $\frac{K}{r}$ th smallest number of bits ($\frac{K}{r}$ th order statistics)². We will use the results from order statistics [10] in order to understand the behavior of $R_{K/r}^K$ and the resulting total multicast rate. The following result is taken from [10]. We assume that the achievable rate of user k on subchannel k is $R^{n,k} = \log(1 + \gamma_0 h_{n,k}), \forall n, k$, where $h_{n,k}$ is an i.i.d. exponentially distributed random variable with mean $1 \forall n, k$.

Result 1: Let the random variable $R^{n,k}$ has a continuous p.d.f. $f(b)$. Let $\zeta_{1/r}$ denote the $\frac{1}{r}$ th quantile of the random variable $R^{n,k}$ (i.e. $Prob(R^{n,k} < \zeta_{1/r}) = \frac{1}{r}$). Then for sufficiently large K the distribution of $R_{K/r}^K$ converges to the normal distribution in the following manner,

$$R_{K/r}^K \sim \mathcal{N}\left(\zeta_{1/r}, \frac{r-1}{Kr^2 f^2(\zeta_{1/r})}\right) \quad (8)$$

For our model the distribution of the number of bits is as follows $F_R(b) = Prob(R^{n,k} < b) = 1 - \exp\left(-\frac{\exp(b)-1}{\gamma_0}\right)$. The $\frac{1}{r}$ th quantile of the random variable $R^{n,k}$ is $\zeta_{1/r} = \ln\left(1 - \gamma_0 \ln\left(1 - \frac{1}{r}\right)\right)$. As $K \rightarrow \infty$ the distribution of the random variable $R_{K/r}^K$ converges to the following Normal distribution,

$$R_{K/r}^K \sim \mathcal{N}\left(\ln\left(1 - \gamma_0 \ln\left(1 - \frac{1}{r}\right)\right), \frac{\frac{1}{K(r-1)}}{\left(\frac{1}{\gamma_0} - \ln\left(1 - \frac{1}{r}\right)\right)^2}\right) \quad (9)$$

²Note that $r = K$ corresponds to R_1^K , which is the worst-channel and $r = 2$ corresponds to $R_{K/2}^K$, which is the median.

So, we obtained a result for a single subchannel. This is the distribution of the achievable rate for a single subchannel when the $\frac{K}{r}$ th smallest achievable rate among users is chosen. Each subchannel gain is statistically i.i.d. From the Central Limit Theorem we know that the sum of a large number of i.i.d. random variables converges to a Normal distributed random variable. Let R^k be the random variable defining the total user rate collected from all subchannels.

Result 2: For a large number of users and subchannels, the distribution of R^k converges to a normal distribution with mean and variance as follows,

$$\lim_{K, N \rightarrow \infty} E[R^k] = K \left(1 - \frac{1}{r}\right) \ln \left(1 - \gamma_0 \ln\left(1 - \frac{1}{r}\right)\right) \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \lim_{K, N \rightarrow \infty} Var[R^k] &= K \left(1 - \frac{1}{r}\right) \\ &\times \left[\frac{\frac{1}{K(r-1)}}{\left(\frac{1}{\gamma_0} - \ln\left(1 - \frac{1}{r}\right)\right)^2} + \frac{1}{r} \left(\ln\left(1 - \gamma_0 \ln\left(1 - \frac{1}{r}\right)\right)\right)^2 \right] \quad (11) \end{aligned}$$

So, we obtained the achievable rate for a single user. Now, we need to find the expected value of system multicast rate R , which is the smallest rate $\min_k R^k$. Using Result 1 the expected value of the multicast rate becomes the $\frac{1}{K}$ th quantile of the distribution found in Result 2. The $\frac{1}{K}$ th quantile of Normal distribution with mean μ and variance σ^2 becomes $\mu + \sigma \times \text{erf}^{-1}\left(\frac{2}{K} - 1\right)$,

Result 3: The expected multicast rate in the limit of large number of subcarriers and users becomes

$$\lim_{N, K \rightarrow \infty} E[R] = E[R^k] + \sqrt{Var[R^k]} \text{erf}^{-1}\left(\frac{2}{K} - 1\right) \quad (12)$$

where $\text{erf}^{-1}(\cdot)$ is the inverse error function.

We tested the accuracy of this approximation by comparing it with simulation results. Figure 3 contains the average multicast rate as a function of the quantile parameter r , for number of users $K = 30$ and 60 . Each user has average SNR of 6. The top figure is for $N = 64$ and the bottom one is for $N = 128$ subchannels. First of all we observe that average multicast rate is maximum for $r = 3$, for both numbers of subchannels and user. This means that for 30 users (60 users), the number of bits loaded to each subchannel is equal to the achievable rate of the 10th (20th) worst user. Choosing the multicast rate as the worst user at each subchannel corresponds to $\frac{1}{K}$ th quantile, which results in four times (five times) less multicast rate for 30 (60) users. For a given r , the average multicast rate does not depend much on the number of users. The reason is that for large K the term $\text{erf}^{-1}\left(\frac{2}{K} - 1\right)$ does not change much with K . This is an important results, which says that contrary to classical multicasting, our scheme maintains high rates even in the case of high number of users. Secondly, for 64 subchannels, there is at most 7% difference between the analytical and simulation results. This difference drops to less than 4% for $N = 128$ (Central Limit Theorem).

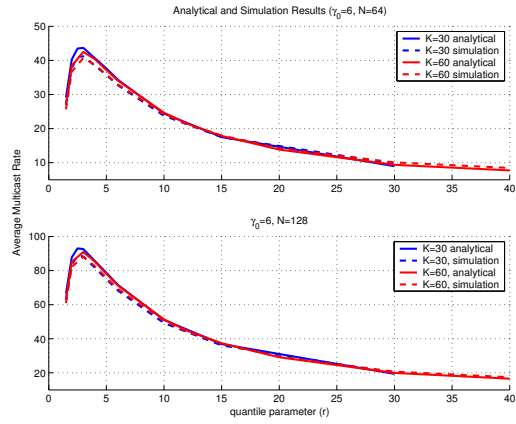


Fig. 3. The comparison of simulation and analytical results for $N = 64, 128$ and $K = 30, 60$. The performance of quantile-based bit loading is insensitive to number of users (K), but very sensitive to the quantile parameter (r). The accuracy of the analysis gets better as the number of subchannels increase.

VII. CONCLUSION

We proposed a subchannel and bit allocation algorithm for OFDMA-based multicast systems with multiple multicast groups. Our algorithm has much less run time, but better performance than the benchmark algorithm. Secondly, we found an approximate closed-form expression for the expected multicast rate for a single-group multicast system, using order statistics. Simulation results show that the approximations are very accurate and the scheduling (quantile) parameter has a significant effect on the multicast rate.³

REFERENCES

- [1] Tao Jiang; Weidong Xiang; Hsiao-Hwa Chen; Qiang Ni; , "Multicast Broadcast Services Support in OFDMA-Based WiMAX Systems [Advances in Mobile Multimedia]," IEEE Comm. Mag. , vol.45, no.8, pp.78-86, August 2007
- [2] C. Suh, J. Mo "Resource Allocation for Multicast Services in Multicarrier Wireless Communications " IEEE Tr. on Wirel. Com., Vol. 7, No. 1, Jan. 2008
- [3] J. Wolf, A. Wyner and J. Ziv, "source coding for multiple descriptions"
- [4] K. Bakanoglu, W. Minquan, L. Hang, M. Saurabh, "Adaptive Resource Allocation in Multicast OFDMA Systems", WCNC 2010
- [5] Jin Jin; Baochun Li; , "Cooperative multicast scheduling with random network coding in WiMAX," Quality of Service, 2009. IWQoS. 17th Int. Workshop on , vol., no., pp.1-9, Jul. 2009
- [6] Juan Liu; Wei Chen; Zhigang Cao; Letaief, K.B.; , "Dynamic Power and Sub-Carrier Allocation for OFDMA-Based Wireless Multicast Systems," Communications, 2008. ICC '08. IEEE International Conference on , vol., no., pp.2607-2611, 19-23 May 2008
- [7] Yao Ma; Letaief, K.; Zhengdao Wang; Murch, R.; Zhiqiang Wu; , "Multiple Description Coding-Based Optimal Resource Allocation for OFDMA Multicast Service," GLOBECOM 2010, 2010 IEEE Global Telecommunications Conference , vol., no., pp.1-5, 6-10 Dec. 2010
- [8] J. Campello, "Discrete Bit Loading for Multicarrier Modulation Systems", Ph. D dissertations, Stanford, 1997.
- [9] Y. Wang; S. Jain; M. Martonosi; K. Fall, "Eerasure-Coding Based Routing for Opportunistic Networks", SigComm 2005, pp. 229-236, Aug 2005
- [10] R.J. Serfling, "Approximation Theorems of Mathematical Statistics", Wiley Series in Probability and Statistics, 1980

³The work in this paper was supported by TUBITAK under 1001 grant 108E208.

Buffer Sharing on an OFDMA Downlink

Tolga Girici

Department of Electrical and Electronics Engineering
TOBB University of Economics and Technology
Ankara Turkey
tgirici@etu.edu.tr

Omur Ozel, Elif Uysal-Biyikoglu

Department of Electrical and Electronics Engineering
Middle East Technical University
Ankara Turkey
omur,elif@eee.metu.edu.tr

Abstract—In this work we consider the allocation of buffer space to data streams sharing a common high-speed wireless transmitter. As an example, we focus on an OFDMA-based downlink system scenario. Scheduling for maximum throughput has been extensively studied in the literature. However, the practically interesting case of a finite buffer has not been sufficiently addressed before. Especially in the case of overloaded packet queues, the choice of buffer management policy substantially affects the throughput performance. We consider a physical-layer scheduling scheme that allocates users to subcarriers based on channel state, in order to make the most use of multiuser diversity. We then consider optimal buffer partitioning to accommodate the resulting rates. We study the system throughput by simulations. As a benchmark, we also simulate MaxWeight, a well-known cross-layer channel and queue-aware scheduling policy that is throughput-optimal in the absence of a finite buffer constraint. We observe that a suitable buffer management policy with a simple channel-aware queuing policy achieves cross-layer scheduling performance, and can exceed it.

Index Terms—Buffer Partitioning, Optimization, Downlink, Broadband Wireless Access, OFDM, Queuing Analysis.

I. INTRODUCTION

A typical broadband wireless access base station (such as in WiMax [1] and LTE [2]) serves a metropolitan area, where hundreds of users are demanding high speed multimedia applications. As advanced physical layer techniques such as array processing and multicarrier transmission have facilitated the delivery of high speed data over wireless links, the higher layer issues of scheduling and buffer management for multiple users to maximize efficiency and service quality are largely open. Among the main problems which have been successfully addressed [3], whilst under somewhat restrictive assumptions, is achieving network capacity (such as the stability region of a fading broadcast channel, for example) while packet arrivals are discrete stochastic processes, and queues are required to be finite with probability one. However, the related problem of throughput maximization under constraints on queue length ('finite buffer constraint') remains as a challenge.

Meanwhile, finite buffers are a practical reality. One example is relay stations that are used to improve coverage in IEEE 802.16j-based mobile multihop relay networks [4]. These relay stations have to be low in cost, therefore they come with a number of capacity limitations and memory can be one of them. In wireless broadband access networks instantaneous capacity may be far from expected, because of the unpredictable channel conditions. Because of the limitations in transport control protocols, base stations often work in

the oversubscribed regime, where some packet buffers will be working with loads greater than one. Therefore, finding implementable scheduling and buffer management strategies in the oversubscribed regime is important.

Resource allocation in broadband wireless access networks is a challenging problem. Next generation broadband technologies are mostly based on Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) in the physical layer. OFDM provides immunity to intersymbol interference and multipath fading; it also can be used as a multiple access scheme (OFDMA), where the subchannels are allocated to individual users, based on channel condition, buffer occupancy and service requirements. As for optimal throughput, for single channels Largest weighted delay first (LWDF) in [5] is shown to be throughput optimal. This scheme was extended for OFDMA-based (multichannel) systems in [6] and [7]. These schemes use head-of-line delay or average delay along with channel condition in scheduling metrics and use those metrics to allocate subchannels to users one by one. In wireless metropolitan area networks fairness is also an important criteria because channel-aware scheduling schemes normally favor users close to the base station. Proportional fairness [8] is a good tradeoff between throughput and fairness. Such schemes usually give equal chance to access the channel and hence users receive rates proportional to their average rate or SNR. Proportional fairness in OFDMA based systems was formulated in [9].

It is conceivable that the optimal solution of the scheduling-throughput maximization problem requires a cross-layer algorithm: one which uses information on channel and queue/delay states at the same time. It is even more so in the finite buffer case. Even if the arrival rates are the same, in a metropolitan area network, the service rates of users in the cellular area vary considerably with distance. If a purely channel state-based scheduler is applied, then the unserved packets of the distant users may fill up the buffer, resulting in, (1) unfairness: Some users do not get any service, and (2) loss of network capacity: as only a subset of the users are using the total system bandwidth, the throughput is limited by these users' total achieved rate. In addition, there is a loss in total achievable rate in the wireless channel due to the reduced multiuser diversity. Specifically, in our example, considering equal service demand by all users, eventually the only scheduled users will tend to be among the ones whose receivers are most distant from the transmitter, as they typically have the lowest data rates hence the highest loading factors. On the other hand, when rate demands are unequal, even in the case of symmetric channels,

users with high demand will tend to fill up, or **hog**, the buffer.

One way of solving the described problem is judicious buffer management. It is worth defining the two opposite extremes of using a buffer: Complete Sharing (CS) and Complete Partitioning (CP) [10] [11]. In CS, the complete memory pool can be used by the BS for all sessions. This improves the degree of resource utilization but a session with high traffic intensity (e.g. in a BWA network, a distant user) can completely *hog* the buffer degrading the performance as mentioned in the previous paragraph. On the other hand, in CP, each session has its own reserved buffer partition. This is a definite solution to the hogging problem, for example, in the simplest case of Equal Partitioning (EP). However, EP is not necessarily the throughput-optimal one among all CP solutions.

Optimal buffer partitioning has been studied in [13]¹. In this paper, building on the results of [13], we consider the joint problem of buffer management and scheduling in an OFDMA based finite-buffer downlink system. Jointly optimal scheduling and buffer management is at present an open problem. Here our goal is not to fully solve this problem, but suggest that its solution could lead to technologically attractive single-layer schemes that achieve cross-layer performance in the high-speed wireless downlink. We do this by presenting a proof-of-concept algorithm and compare its performance with the MaxWeight benchmark. Specifically, we want to answer the following questions: 1) How effective is the buffer sharing policy on throughput and fairness performances in the over-subscribed regime? 2) Can a simple scheduling policy with suitable buffer management perform better than current best known cross-layer scheduling policies?

We first consider a simple normalized SNR-based scheduling as in [15] and estimate its throughput performance under finite buffer assumptions. Based on this estimation, we consider allocating the buffer resource optimally. In addition to this scheme, we consider Max-Weight schemes to which both queue and channel state information is made available, and which make use of these jointly. The latter type of schemes are *cross-layer* and they possibly have better performance. However, a method that keeps layers *separate* is certainly preferable- if not necessary, as system designers often argue- from an implementability perspective. We shall target such a layered approach and see if a purely channel aware scheduling can perform comparably to a cross layer scheduling, if suitable buffer management is applied. In the next section we will present the formulation of buffer management as an optimization problem.

II. BUFFER PARTITIONING

In [12] it was observed that throughput is an increasing concave function of traffic intensity ρ and buffer capacity m for $M/M/1/m$ and $M/G/1/m$ systems. Let $B(\rho, m)$ be the overflow probability and let $T(\rho, m) = \lambda(1 - B(\rho, m))$ be the

throughput. $T(\rho, m+1) - T(\rho, m)$ is the increase in throughput by adding one more unit to the buffer capacity. In [12] it is proven that $T(\rho, m+1) - T(\rho, m)$ is a decreasing function, therefore increasing buffer capacity brings diminishing returns. Another interesting finding is that the traffic intensity ρ^* that maximizes this throughput improvement in $M/M/1/m$ is between 1 and 1.8. This implies that in the oversubscribed case that we consider, optimal buffer partitioning is very important.

A. Optimal Buffer Allocation Algorithm

In [13], these two properties are used and a buffer allocation algorithm with optimal throughput is proposed. Suppose that the BS has memory capacity of M packets of fixed length. The algorithm initially allocates space for one packet to each of the N nodes. Then it calculates $\Delta T_i(m_i) = T(\rho_i, m_i + 1) - T(\rho_i, m_i)$ for each node, where m_i is the buffer space allocated to node i at the current step. The BS allocates one more buffer space to the node maximizing $\Delta T_i(m_i)$. This continues until all the buffer spaces are allocated. If the throughput function $T(\rho, m)$ is concave in m , then the algorithm is optimal [13].

III. OFDMA-BASED DOWNLINK RESOURCE ALLOCATION WITH FINITE BUFFERS

In this case we consider a base station transmitting to N users. A wideband channel of bandwidth W is divided into K subchannels of W_{sub} Hz. We assume that the channel gain from Base Station to each user consists of a slow and a fast-varying component. Slow component consists of pathloss and fading, while the fast part consists of Rayleigh fading. We assume in this work that the slow part is actually time-invariant for each user and the fast part is independent and identically distributed for each user, time slot and subchannel. Assuming a fixed transmission power per subchannel (as we assume in this work) the SNR of user i at subchannel k is $\gamma_{i,k} = \gamma_i^0 h_{i,k}$, where γ_i^0 is the average SNR of user i (combination of pathloss and shadowing) and $h_{i,k}$ represents fast Rayleigh fading at subchannel k for user i . Therefore $h_{i,k}$ is an exponential random variable with mean one. The achievable rate by user i at subchannel k is assumed to be $\log_2(1 + \gamma_{i,k})$ bits/sec/Hz. We assume a normalized SNR-based scheduling, where at each subchannel, the user $\arg \max_i \{ \frac{\gamma_{i,k}}{\gamma_i^0} = h_{i,k} \}$ is scheduled. Because of the i.i.d. nature of normalized SNR, each user gets any subchannel with probability $1/N$. We prefer this scheduling method because it maintains a balance between fairness and throughput, by allocating equal resource to each user on the average. Besides it is an analytically tractable method. Other types of scheduling methods and joint scheduling and buffer management is a subject of future research. We assume packets of constant length L bits. Let R be the random variable representing the achievable spectral efficiency given that a node with average SNR γ^0 wins subchannel k . The expression for R is $R = \log_2(1 + \gamma^0 \max_i h_{i,k})$. Using extreme value theory [14], [15] the probability distribution function of number of bits that can be transmitted by the maximizing user from a subchannel converges to the following expression as

¹There are also hybrid schemes like buffer sharing with minimum buffer guarantees and push-out type of policies, where some packets in the buffer can be removed for some higher priority packets that arrive. These schemes are beyond the scope of this work.

number of users go to infinity,

$$\lim_{N \rightarrow \infty} F_R^N(r) = \exp\left(-\exp\left(-\frac{r - a^N}{b^N}\right)\right) \quad (1)$$

where $\exp(-\exp(-x))$ is the normalized Gumbel distribution. Here a^N and b^N (in bits/sec/Hz) is [14],

$$\begin{aligned} a^N &= \log_2(1 + \gamma^0 \ln N) \\ b^N &= \log_2\left(\frac{1 + \gamma^0(1 + \ln N)}{1 + \gamma^0 \ln N}\right) \end{aligned} \quad (2)$$

The probability density function of R is as follows:

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} f_R^N(r) \\ = \frac{1}{b^N} \exp\left(-\exp\left(-\frac{r - a^N}{b^N}\right)\right) \exp\left(-\frac{r - a^N}{b^N}\right) \end{aligned} \quad (3)$$

The average spectral efficiency converges to $a^N + E_0 b^N$, where $E_0 = 0.5772\dots$ is the Euler number [14]. The standard deviation becomes $b^N \frac{\pi}{\sqrt{6}}$. As seen from these expressions, the mean increases and the standard deviation decreases with increasing N . Therefore achievable rate per subchannel converges to a deterministic quantity as N increases.

A. M/G/1/m Model

We assume Poisson arrivals of rate λ bits/sec for each user. Packets are of constant length L bits. The services for each time slot and subchannel can be in fractions of a packet. Let M be the total buffer capacity and for the case of complete partitioning, let m_i be the buffer capacity allocated to user i by the BS. If a packet does not completely fit into the residual buffer memory, it is dropped.

The system described can be modeled as an $M/G/1/m_i$ system, where m_i is the buffer allocated to user i . Gelenbe's formula is known as an accurate approximation to the packet drop probability for $M/G/1/m_i$ [19]:

$$P_d(\lambda, \mu, m_i) = \frac{\lambda(\mu - \lambda) \exp(-2 \frac{(\mu - \lambda)(m_i - 1)}{\lambda A^2 + \mu S^2})}{\mu^2 - \lambda^2 \exp(-2 \frac{(\mu - \lambda)(m_i - 1)}{\lambda A^2 + \mu S^2})}, \forall i \quad (4)$$

In the above, $S = \frac{Var[T]}{E[T]^2}$ where T is service time, and $A = \frac{Var[T_a]}{E[T_a]^2}$, where T_a is inter-arrival time. As inter-arrivals are exponential, $A = 1$. To apply the above approximation for drop probability, we shall thus need the first and second moments of the service time.

The service time (*i.e.*, packet transmission duration) is the number of timeslots from the start of the transmission of the first bit of a packet until the end of the time slot in which all L bits are sent. Considering packets that are long compared to the maximum number of bits that can be sent in a subchannel, it will take a number of subchannel uses to transmit a packet. The probability that user i gets a given subchannel in a given time slot is $\frac{1}{N}$ and K is the number of subchannels. We know that each packet is of length L bits, and user n will on average transmit $\frac{WT_s}{K}(a_n^N + E_0 b_n^N)$ bits of data when it is assigned a subchannel in any given timeslot². These statistical values are

²From now on, we will omit the subscripts and superscripts in a_n^N and b_n^N for the sake of simplicity. In fact, the parameters a and b are possibly different for each user and depend on the user distance.

obtained using Extreme Value Theory, and they are exact as number of users go to infinity. In the rest, we will assume that these values are exact.

Now consider T time slots. The number of bits collected by a given user over this duration is the random variable $S_T = \sum_{j=1}^T R_j$, where R_j is the number of bits that the user receives in the j^{th} timeslot. Note now that T is a stopping rule associated with the process S_T [18] In order to be able to use Gelenbe's formula, we need to find the mean and variance of time until a L bits are received (*i.e.* process is stopped) by a user. The following theorem was proven in [18] and references therein.

Theorem 1: Let x_1, x_2, \dots be independent random variables with mean μ and variance σ^2 . Let $s_n = \sum_{k=1}^n x_k$ and for any $c > 0$ define $T = T(c)$ as the first $n \geq 1$ such that $s_n > c$. Then, as $c \rightarrow \infty$, $E\{T\} \sim \frac{c}{\mu}$ and $Var\{T\} \sim \frac{c\sigma^2}{\mu^3}$

In our problem, stopping time is packet completion time, and packets are of constant length L , so $c = L$. Note that the result in Theorem 1 is asymptotic in c , so we are considering the regime where packet length is much larger than the mean number of bits transmitted, μ , per subcarrier allocated. Note that this mean number of bits is approximately $\frac{WT_s}{N}(a + E_0 b)$, where a , and b are defined in (2). As for the variance of the number of bits per time slot, σ^2 , again let us again use the large- n stochastic limit for this quantity as an approximation. Variance of number of transmitted bits over an allocated subchannel is approximately $(\frac{WT_s}{K})^2 b^2 \frac{\pi^2}{6}$ as mentioned above, which follows from extreme value theory. The second moment is found as $(\frac{WT_s}{K})^2 (b^2 \frac{\pi^2}{6} + (a + E_0 b)^2)$, by adding the square of its mean. A subchannel is allocated with probability $1/N$. Thus, the second moment of transmitted bits over any subchannel is found by multiplying the above quantity by $1/N$. We find the parameter σ^2 by subtracting the square of mean and then multiplying the result by K .

$$\begin{aligned} \sigma^2 &\sim K \left[\frac{1}{N} \left(\frac{WT_s}{K} \right)^2 \left(b^2 \frac{\pi^2}{6} + (a + E_0 b)^2 \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{N^2} \left(\frac{WT_s}{K} \right)^2 (a + E_0 b)^2 \right] \\ &= \frac{K}{N} \left(\frac{WT_s}{K} \right)^2 \left(\frac{b^2 \pi^2}{6} + (a + E_0 b)^2 \left(1 - \frac{1}{N} \right) \right) \end{aligned}$$

As a result, the mean and variance of the service time are equal to,

$$\begin{aligned} E[T] &\sim \frac{LN}{WT_s} \frac{1}{a + E_0 b} \\ Var[T] &\sim \frac{L \frac{K}{N} \left(\frac{WT_s}{K} \right)^2 \left(\frac{b^2 \pi^2}{6} + (a + E_0 b)^2 \left(1 - \frac{1}{N} \right) \right)}{\left(\left(\frac{WT_s}{K} \right)^2 b^2 \frac{\pi^2}{6} \right)^3} \end{aligned} \quad (5)$$

Using these, the parameter S in (4) can be calculated.

In the performance evaluations, we will compute the optimal partitions by computing the blocking probability using Gelenbe's formula given above, with the service time mean and variance we have just derived. The computation of optimal partitions uses the observation that the throughput

$T(\lambda, \rho_i, m_i) = \lambda(1 - P_d(\lambda, \mu_i, m_i))$ is a concave function of m_i in the $M/G/1/m_i$ system [13], and the algorithm provided in chapter II of [13].

IV. PERFORMANCE STUDIES

We consider a system of 40 users and a cellular area of radius 2000m. In order to better observe the performance, the users are located at discrete distances from the BS. 20% of the users are located at 400, 800, 1200, 1600 and 2000 meters from the BS. We arranged the BS power, channel noise and Non Line of Sight path loss model so that the users at each distance level have approximately 34.4, 23.9, 17.7, 13.4 and 9.9dB SNR. A 1MHz channel is divided into 100 subcarriers.

We will evaluate the performance of the proposed optimal buffer partitioning scheme by comparing some joint-scheduling and buffer management schemes. Scheduling schemes include channel-aware and joint channel and queue-aware policies. Buffer management schemes include complete sharing, and equal and optimal partitioning schemes. Performance comparison will be performed by gradually increasing the system arrival rate for a fixed number of users, and memory resource. But first, we need to observe the accuracy of the $M/G/1/m$ analysis that we presented in the previous section.

A. Accuracy of The $M/G/1/m$ Analysis

While analyzing the drop rate and throughput, we used approximation techniques such as extreme value theory and Gelenbe's formula. In this part, we will test the accuracy of these approximations. We will consider the normalized SNR based scheduling mentioned in Section 3. Let's call this scheme as MC. As the buffer partitioning scheme, we consider equal partitioning, which will be denoted as EP. In Figure 1 we see the per user throughput for different users as a function of buffer space for the MC-EP scheme. For a system of 40 users and 10Mbps total arrival rate (i.e. 250kbps per user) buffer space is changed from 4 to 12 packets per user, which means a change from 40KB to 120KB total memory resource. The dotted lines are the simulation results. It can be seen that analytical results closely follow the simulation results. $M/G/1$ model is especially more accurate for distant users, which have higher load and therefore higher drop rate.

Figure 2 shows the throughput as a function of arrival rate. For a system of 40 users and a memory space of 8 packets/user (i.e. 80KB of total resource), the total arrival rate is changed from 4 to 12 Mbps. We observe even a closer match between the results of the simplified analysis of the previous section and the simulation results, where the deviation is always below 1%. These results show that the $M/G/1$ analysis can be used in optimum buffer partitioning.

B. Benchmark Algorithms

Let MC denote the scheduling scheme mentioned above. As an alternative to MC we will consider Max-Weight (MW) scheduling, where, each subchannel, at each time slot is allocated to the user

$$\arg \max_i \{q_i(t) \log_2(1 + \gamma_{i,k})\} \quad (6)$$

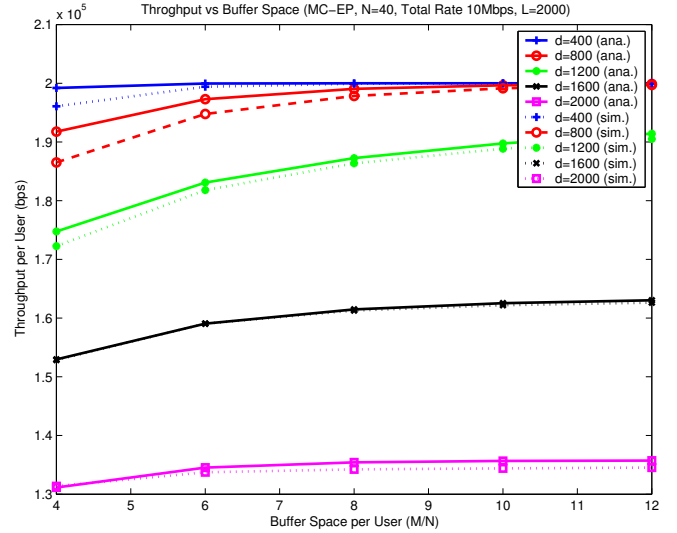


Fig. 1. Accuracy of the analytical approximation is tested by increasing the total buffer space. Accuracy increases as the buffer space and user distance (hence user load ρ) increases. For most of the cases the analytic result deviates less than 1% from the simulation results.

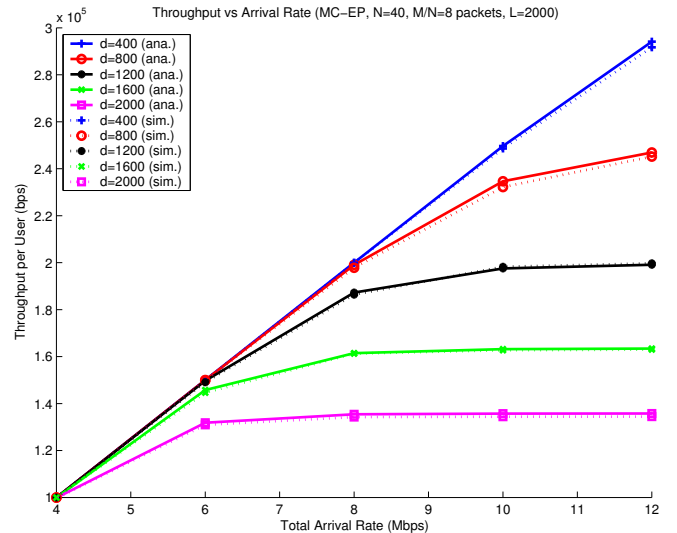


Fig. 2. Accuracy of the analytical approximation is tested by increasing the bit arrival rate. Analytic result always deviates less than 1% from the simulation results.

, where $q_i(t)$ is the buffer occupancy for user i at time slot t . We also consider a proportional fair alternative called MW-PF, where the metric is

$$\arg \max_i \left\{ \frac{q_i(t) \log_2(1 + \gamma_{i,k})}{R_i(t)} \right\} \quad (7)$$

$R_i(t)$ is the average received rate for user i at time slot t , which is updated at each time slot as $R_i(t+1) = \alpha R_i(t) + (1-\alpha)r_i(t)$, where $r_i(t)$ is the rate allocated to user i at time slot t and α is a constant typically close to 1. In both of these queue-aware scheme, after the allocation of each subchannel (e.g. subchannel k to user i^*) the buffer occupancy of the user is updated as $q_{i^*}(t) = \max(0, q_{i^*}(t) - \frac{WT_s}{K} \log_2(1 + \gamma_{i^*,k}))$, so that users are not overallocated.

As for the buffer management schemes, CS, EP, OP mean Complete Sharing, Equal Partitioning and Optimal Partitioning, respectively.

C. Simulation results and performance comparisons

The arrival rate for each user varies from 175 to 350kbps. Packets are of fixed length of 2000 bits. Considering the average SNR and the multiuser diversity gain calculated in (2), the total traffic intensity of the system for the MC scheme goes approximately from 0.5 to 1.8. Of course, individual traffic intensities for the near (far) users are lower (higher) than these average numbers for each arrival rate.

Figure 3 shows the throughput performance MC-CS, MW-CS, MW-PF-CS and MC-OP, in order to show the effect of using Optimal Partitioning with a channel-aware scheduler. Total buffer capacity is $M = 200$ packets (50KB). For the optimal partitioning, we used the M/G/1/m based model. We made the following observations,

- 1) Complete sharing policies (MC-CS, MW-CS, MW-PF-CS) all saturate early. This is due to the hogging effect of distant user traffic. Especially the performance of MC-CS is poor.
- 2) Applying optimal partitioning to MC (MC-OP) we obtain significant performance improvement with respect to MC-CS (60% improvement). Moreover, in the high load case MC-OP performs better than max weight/complete sharing policies. Considering that the max-weight scheduler uses full knowledge of queue states and the channel, and is optimal (under infinite buffers), outperforming it by simple channel-state based scheduling is notable.

This time, in Figure 4, we apply equal partitioning to the Max-Weight policies and compare their performance to MC-EP and MC-OP. We make the following observations.

- 1) The algorithm that we achieve by allowing MaxWeight to also use a partitioned buffer (MW-EP) is the best out of all policies considered. This algorithm is really a cross between queue-and-channel aware scheduling, and buffer management. This shows that even an asymptotically throughput-optimal cross-layer scheme can benefit from buffer partitioning, when buffers are finite. This observation is encouraging, both because it suggests that partitioning has significant impact, and because it suggests a direction in which to look for the solution of the globally optimal joint scheduling and buffer management problem. The simple, MC-EP and MC-OP policies are seen to achieve comparable performance to MW-EP, which answers the question posed in the Introduction. At this point, one may ask why no MW-OP policy is shown. The answer is twofold: first, the service time distribution for MaxWeight with partitioned buffers is quite intractable thus making it intractable to compute optimal buffer partitioning using our methods, and second, as MaxWeight adapts to queue size, and service time depends on queue size itself, the circulant approach of setting limits to queue sizes based on service time does not make much sense.

- 2) MC-EP and OP policies are better than MW-PF-EP at high load. Since MC is a normalized SNR based scheduling, it inherently respects proportional fairness. Therefore comparing it with MW-PF-EP is a somewhat fairer comparison.

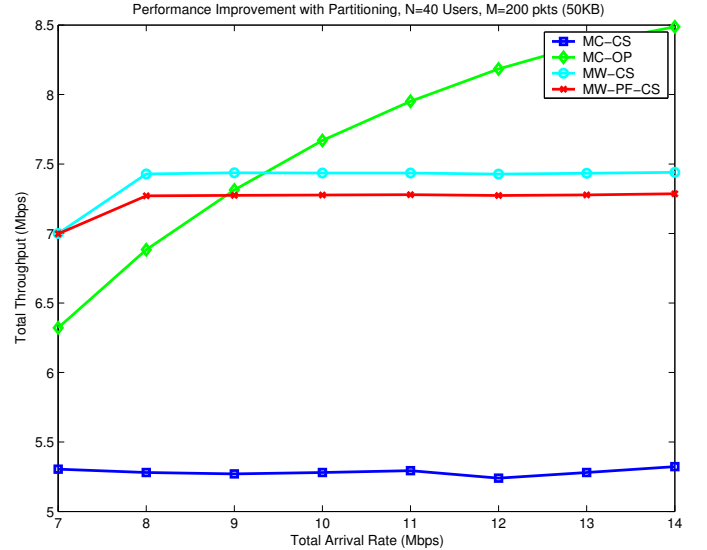


Fig. 3. Total Throughput vs. Arrival Rate: Max Channel-Optimal Partitioning (MC-OP), our channel-based scheduling and optimal buffer partitioning policy, significantly outperforms channel-aware scheduling under no buffer partitions (Max Channel- complete sharing, MC-CS) as load increases. This is due to the *hogging* of the buffers by high-load sessions.

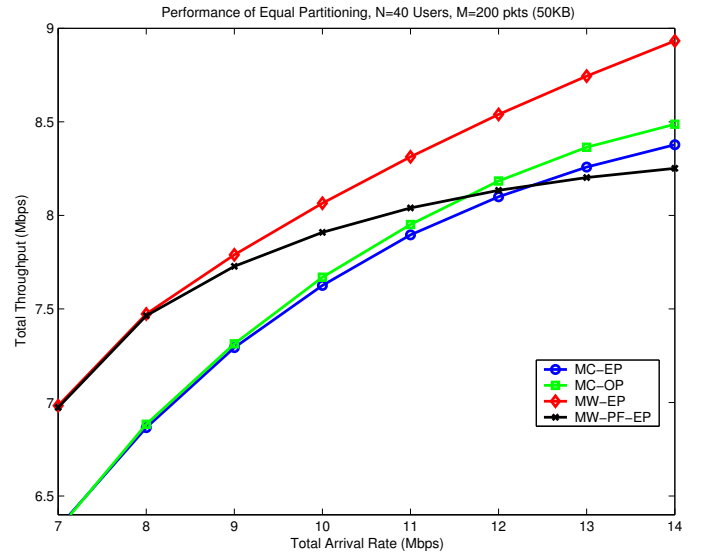


Fig. 4. Total Throughput vs. Arrival Rate: MaxWeight, the cross-layer scheduling benchmark, can also make use of partitioned buffers. This way, the best performance out of all algorithms considered is achieved. MC-OP still outperforms MW-PF-EP in the high load case.

Figure 5 plots the sum of logarithms of user throughputs (a measure of proportional fairness [9]) for the same system parameters as Figures 3 and 4. The most interesting result is that the MC-OP scheme performs even better than MW-EP

in the high load case. While complete sharing schemes still perform rather poorly, contrary to Figure 4, MW-EP scheme also becomes poor in terms of proportional fairness as the system load increases. This is quite intuitive: as load increases, eventually each user has a buffer that is almost surely full, and at that point, queue size is no longer a distinguishing factor between users in the MaxWeight scheme. Therefore MW-EP turns into a maximum-instantaneous-throughput scheme. It does attain maximum throughput (as shown in Figure 4) but distant users are almost never scheduled, which degrades the fairness.

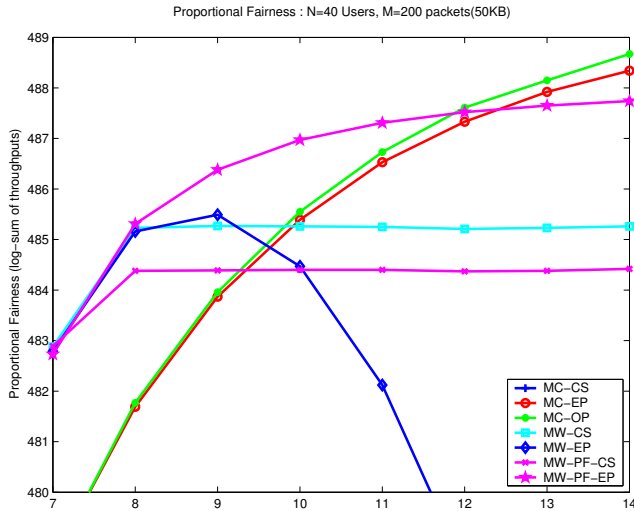


Fig. 5. Proportional Fairness (log-sum throughput) vs arrival rate. MC-OP is the best for higher loads. MW-EP has a surprisingly poor proportional fairness performance.

V. CONCLUSIONS

In this work we considered the problem of subchannel and buffer allocation in an OFDMA-based downlink system. We developed an accurate finite buffer queueing model for a channel-based scheduling scheme and obtained the optimal buffer partitioning based on that model. By simulations, we compared the throughput performance of this scheme with other scheduling/buffer management schemes. The simulation results reveal that using simple channel aware scheduling jointly with equal partitioning, provided better proportional fairness performance than joint channel *and queue* aware scheme with complete buffer sharing, as load increases. It is also seen that with optimal buffer partitioning scheme, comparable, and even better, throughput can be achieved with respect to MaxWeight, which is optimal for infinite buffers. There are plenty of possible interesting directions for future work: for one thing, the question of optimal joint scheduling and buffer control is open. Secondly, while the results here seem promising, as the optimal cross-layer scheme for finite buffers is unknown, the question of whether single-layer schemes are sufficient is still unanswered. Of course, there are the more practical aspects of all these questions, which

involve transport-layer mechanisms for controlling the load that enters the buffer.

ACKNOWLEDGMENT

The work in this paper was supported in part by TUBITAK under grants no.108E208 and no.106E119, and in part by NSF.

REFERENCES

- [1] C. Eklund, R. B. Marks, K.L. Stanwood, and S. Wang., "IEEE Standard 802.16: A Technical Overview of the WirelessMAN Air Interface for Broadband Wireless Access", IEEE Comm. Magazine, June 2002.
- [2] H. Ekstrom, A. Furuskar, J. Karlsson, M. Meyer, S. Parkvall, J. Torsner, and M. Wahlqvist', Technical solutions for the 3g long-term evolution', Communications Magazine, IEEE, 44(3):3845, March 2006.
- [3] E. Yeh and A. Cohen, 'Throughput and delay optimal resource allocation in multiaccess fading channels', Information Theory, 2003. Proceedings. IEEE International Symposium on, pp. 245245, June-4 July 2003.
- [4] Peters, S.W.; Heath, R.W.; , 'The future of WiMAX: Multihop relaying with IEEE 802.16j', Communications Magazine, IEEE , vol.47, no.1, pp.104-111, January 2009
- [5] M. Andrews, K. Kumaran, K. Ramanan, A. Stolyar, and P. Whiting, 'Providing Quality of Service over a Shared Wireless Link', IEEE Communications Magazine, pages 150154, Feb. 2001.
- [6] G. Song, Y. Y. Li, L. J. Cimini, and H. Zheng,' Joint channel-aware and queue-aware data scheduling in multiple shared wireless channels', Proc. IEEE WCNC, 3:19391944, Mar. 2004.
- [7] P. Parag, S. Bhashyam, and R. Aravind, 'A subcarrier allocation algorithm for OFDMA using buffer and channel state informatio', Proc. 62nd IEEE Veh. Technol. Conf., 1:622625, Sep. 2005.
- [8] A. Jalali, R. Padovani, and R. Pankaj,' Data throughput of CDMA-HDR: A high efficiency-high data rate personal communication wireless system', In Proceedings of the IEEE Semiannual Vehicular Technology Conference, VTC2000-Spring, Tokyo, Japan, May 2000.
- [9] H. Kim and Y. Han, ' A Proportional Fair Scheduling for Multicarrier Transmission Systems', IEEE Comm. Letters, pages 210212, Mar. 2005.
- [10] F. Kamoun and L. Kleinrock, 'Analysis of shared finite storage in a computer network node environment under general traffic conditions', IEEE Trans. Commun, July 1979
- [11] G. Foschini and B. Gopinath, 'Sharing memory optimally', IEEE Transactions on Communications, vol. 31, pp. 352360, March 1983
- [12] Ziya, S., 'On the relationships among traffic load, capacity, and throughput for the M/M/1/m, M/G/1/m-PS, and M/G/c/c queues', IEEE Transactions on Automatic Control 53 (2008),2696-2701.
- [13] Ozel,O., 'Optimal Resource Allocation Algorithms for Efficient Operation of Wireless Networks ', M.Sc. Thesis, Middle East Technical University, 2009
- [14] Galambos, J., 'The Asymptotic Theory of Extreme Order Statistics', John Wiley & Sons, 1978
- [15] G. Song and Y. (G.) Li, 'Asymptotic throughput analysis for channel-aware scheduling,' IEEE Transactions on Communications, vol.54, no.10, pp.1827-1834, Oct 2006.
- [16] R. G. Gallager, 'Discrete Stochastic Processes', Boston/ Dordrecht/ London: Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [17] NIST/SEMATECH, '6.3.3.1. Counts Control Charts, e-Handbook of Statistical Methods', <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/pmc/section3/pmc331.htm>
- [18] D. Siegmund, 'The Variance of One-Sided Stopping Rules', in *The Annals of Math. Statistics*, Vol. 40, No. 3 (Jun., 1969), pp. 1074-1077.
- [19] Guoqing Li; Hui Liu; , 'Dynamic resource allocation with finite buffer constraint in broadband OFDMA networks,' Wireless Communications and Networking, 2003. WCNC 2003. 2003 IEEE , vol.2, no., pp.1037-1042 vol.2, 20-20 March 2003

Energy-Efficient Resource Allocation in Cooperative OFDMA Systems

Fatma Irem Sökmen

Department of Electrical and
Electronics Engineering

TOBB University of Economics and Technology
Ankara, Turkey

Email: fsokmen@etu.edu.tr

Tolga Girici

Department of Electrical and
Electronics Engineering

TOBB University of Economics and Technology
Ankara, Turkey

Email: tgirici@etu.edu.tr

Abstract—In this work we study framed transmission in an OFDMA based relayed wireless access system that utilize cooperative diversity. We consider a system of a source, a relay and a number of destination nodes, where the nodes can combine the signals coming from the source and relay. We are interested in the case that the source and relay only have the information of path loss and slow fading. The goal in resource allocation is to allocate resources (time slots, subchannels and power) in an energy efficient manner given target rates and target outage probability. Numerical results show that cooperative relaying requires significantly less energy than noncooperative relaying. Adjusting the source and relay transmission durations has a marginal effect on the performance, although it results in a significant increase in complexity.

I. INTRODUCTION

In this work we consider the transmission of a source node to a number of destination nodes, with the help of a relay node. Transmitters use a multichannel transmission scheme such as Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM). OFDM is the underlying transmission technology in current wireless technologies such as Wi-Fi, WiMax and LTE. OFDM provides immunity to multipath fading and intersymbol interference, hence higher signal to interference plus noise ratio (SINR). Besides, it can be used as a multiple access scheme (OFDMA) in order to exploit multichannel and multiuser diversity by judiciously allocating subchannels to users.

Relays are deployed in order to improve coverage, throughput and energy-efficiency in broadband wireless access [1] and multihop wireless networks [2]. These relays can also be used to mimic multiple antenna systems and take advantage of cooperative diversity. For example in the downlink, a destination node can combine signals coming from the source and relay in order to improve the SINR. There are two practical and well-known forms of cooperative diversity, which are Amplify and Forward (AF) and Decode and Forward (DF) [3]. Using OFDM and relays along with cooperative transmission can provide more degrees of freedom by exploiting adaptive subchannel, power and time allocation. Besides relays in wireless networks are usually half-duplex, which necessitates a TDMA-type of time sharing mechanism between the source and relay. Time allocation adds another dimension to the

resource allocation problem. In a cooperative relayed cellular system, time is divided into transmission frames. In the first part of the frame the source broadcasts the information, which is both heard from the relay and the destination. After the relay receives the signal it transmits it to the destination where the signals are combined at the MS. In order to achieve this the source-relay and relay-destination transmission durations and signaling must be equal [3]. On the other hand, some destination nodes may be so close to the source that direct transmission by the source using the whole frame duration may be more efficient.

OFDMA-based cooperative resource allocation can be made for various purposes such as maximizing the throughput or proportional fairness subject to power constraints or reducing power expenditure subject to some rate requirements. In the previous literature on the subject mostly throughput maximization was studied. In [4] and [5] the goal is to maximize the throughput. Subchannel allocation at the source-relay and relay-destination channels should be jointly considered in order to maximize capacity. In these works power allocation was also considered. In [6] a three terminal system is considered and adaptive power loading is studied in order to minimize bit error rate. Joint resource allocation and selection of cooperation strategies and relay to be used in multi relay systems has been studied in [7]. In [8], the authors considered proportional fair resource allocation in an OFDM based cooperative relayed cellular system. They studied different subframe allocation and cooperative diversity schemes. In this work it is shown that time durations (subframes) allocated for the base and relay stations is a very important factor in performance improvement.

Most of the previous works on OFDM based resource allocation assume that the channel conditions are perfectly known at each scheduling interval (that is, a frame or a slot). In reality, obtaining the channel state information for each user-subchannel pair is not very practical. Especially in the presence of relays, channel information of users should be forwarded to the source (base station), creating further communication overhead. A more practical assumption is that the users measure the channel state for some time and feedback the channel information averaged over that certain duration.

Channel state is usually a combination of path loss, log-normal shadowing and fast fading (which is usually Rayleigh distributed and frequency selective). Time-averaged channel gain captures the slow components of the fading, which are the path loss and shadowing. In this case scheduling decisions have to be made under channel uncertainty. Then, given a modulation and coding rate there is a nonzero probability of *outage* [3] where the received SNR falls below a required level. In [19] a single source single destination and multiple-relay system was considered. There is a fixed target rate and each transmitted subchannel is relayed by the best relay such that the achievable rate is maximized. The probability that achievable rate falls below the target (i.e. outage) is analyzed. However, it is still assumed that exact channel conditions are known. On the other hand in [11] the authors consider multiple users transmitting to a center with the help of a relay. It is assumed that channel condition is not known and the outage probability of the proposed transmission protocol is probabilistically analyzed. The optimum relay location is computed based on the analytical result.

In this work, we consider the problem of resource allocation for total energy expenditure minimization in a cooperative system of a source, a relay multiple users. The resource are subchannels, power, and transmission durations of source and relay at each subchannel (i.e. subframe durations). We assume that the resource allocation is made by the source and it knows only the average channel gains. Minimum-power resource allocation in OFDM based systems was previously studied for systems without relays [14], [13] and with non-cooperative relaying in [16] and [15]. In cooperative relayed OFDMA systems power minimization was first considered in [18]. Here the authors consider a two-user, one-base station uplink scenario. The users help each other using an AF scheme. Power minimization in a single source-destination pair and multi-relay system is studied in [19]. The authors propose a scheme that reallocates subchannels at the relay in order to improve the performance. Differently from this work we assume that fast fading is not known and outage probability is a performance target. In our work the aim in resource allocation is to minimize the total transmission energy in a frame duration while satisfying rate and outage probability constraints. We are interested in the performance improvement by 1) Cooperative transmission of source and relay in the absence of perfect channel information and outages 2) Optimally determining the subframe duration for the source-relay and relay-destination transmissions. The rest of the paper is organized as follows; in section II the system model is introduced. In Section III the various transmission methods have been described and analyzed. Section IV includes the numerical evaluation results and Section V gives the conclusions we have reached in this paper.

II. SYSTEM MODEL

We consider a source node (e.g. a base station), a relay and multiple destination nodes. The relay uses Decode and Forward (DF) or Amplify and Forward (AF) in relaying

the information from the source to destinations. The total bandwidth of W Hz is divided into K subchannels each having the bandwidth W_s . These channel states are assumed to be constant during a transmission frame. Each user experiences path loss, log-normal shadowing and frequency selective and fast Rayleigh fading. In this system there are three types of transmission channels which are the (S)ource-(R)elay, (R)elay-(D)estination and (S)ource-(D)estination channels. The destinations can also overhear the transmissions from the S-R channel. Let g_n^{SD} , g_n^{SR} , g_n^{RD} be the combination of pathloss and slow (shadow) fading for destination n . The source node perfectly knows these average values for all nodes and the relay and performs the resource allocation based on these values. Let $h_{n,k}^{SD}$, h_k^{SR} , $h_{n,k}^{RD}$ be the frequency selective Rayleigh fading for user n and subchannel k . Note that g^{SR} and h_k^{SR} are the same for all users, because there is a single relay. The users are assumed to have constant channel gains during a transmission frame, which is of duration T_f and divided into time slots of duration T_s . Let R_n be the rate requirement and κ_n be the number of subchannels allocated to user n . Given κ_n we assume that there exists a modulation-coding pair and the transmitters use that pair. We use the information theoretic achievable rate expressions [3] and outage happens if the achievable rate is lower than the target rate. We also assume that information transmitted using a subchannel by the source is transmitted using the same subchannel by the relay. Outage probability can be reduced by increasing the energy expenditure. The goal is to satisfy the user rate and outage probability requirements by minimum energy.

III. RESOURCE ALLOCATION SCHEMES

As the frequency selective fast fading is not known and path loss and shadowing are assumed to be subchannel-independent, all subchannels are equivalent and therefore power is equally distributed to the allocated subchannels. Target rate is equally shared among the subchannels and outage happens if any of the subchannels experience outage. This implies that each subchannel of a user has equal probability of outage. Given the target outage probability P_{out} , the target outage probability of user n for each subchannel becomes $P_{out}^{s,n} = 1 - (1 - P_{out})^{\frac{1}{\kappa_n}}$. For low outage probabilities, this can be approximated by $\frac{P_{out}}{\kappa_n}$. In fact, this is always slightly less than the actual value, therefore it is more conservative. We consider four different transmission (and frame allocation) policies, as illustrated in Figure 1. As illustrated in the figure, for all policies, a number of subchannels are allocated to each user. For relayed users, allocated subchannels are divided into two subframes, where the source and relay transmit. There are also direct users, which don't use the relay. The details are described below;

A. Non-Cooperative Relaying with Time Optimization (NCR-TO)

Figure 1(a) shows the frame model for the case of five users. For destination n , κ_n subchannels are allocated and the frame time T_f is divided into two for the source and relay

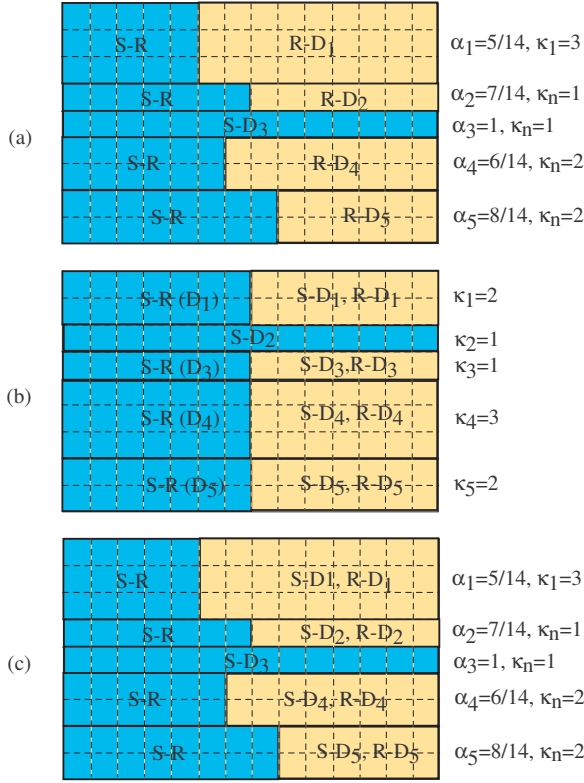


Fig. 1. Transmission policies and corresponding frame models. (a) Non-Cooperative Relaying with Time Optimization (NCR-TO) (b) Cooperative Relaying (Using Decode and Forward (DF) or Amplify and Forward (AF) without Time Optimization (c) Decode and Forward Relaying with Time Optimization (DF-TO)

transmissions. In the first subframe (of duration $\alpha_n T_f$) the source broadcasts the information, but is only decoded by the relay. Once the relay gathers the information it decodes, it re-encodes and forwards it to the destination in the second subframe (of duration $(1-\alpha_n)T_f$). Here α_n can be optimized ($\alpha_n T_f$ has to be an integer multiple of time slot duration) for all n to further improve the resource utilization. On the other hand, if it is more energy-efficient, some users can be set as direct users and served directly by the source using all the frame duration (e.g. node D_3). Let e_n^{SR} and e_n^{RD} be the energy expenditures by the source and relay for destination n . Then $\frac{e_n^{SR}}{\alpha_n T_f}$ and $\frac{e_n^{RD}}{(1-\alpha_n)T_f}$ become the power expenditure by the source and relay for user n . The aim is to find for all users the energy expenditures that satisfy the target outage probability and rate requirements with minimal total energy. As mentioned above, $\frac{P_{out}}{\kappa_n}$ is the target outage probability for any subchannel allocated to destination n . Without using subscripts, let h^{SR} and h^{RD} be the Rayleigh fading gain for any subchannel allocated to user n . We assume that h^{SD} , h^{RD} and h^{RD} are independent and exponentially distributed with unit mean. For each allocated subchannel, the outage probability equation is,

$$\frac{P_{out}}{\kappa_n} = Pr \left\{ \min \left\{ \alpha_n \log_2 \left(1 + \frac{e_n^{SR} g^{SR} h^{SR}}{\kappa_n N_0 W_s \alpha_n T_f} \right) \right. \right. \\ \left. \left. , (1-\alpha_n) \log_2 \left(1 + \frac{e_n^{RD} g_n^{RD} h^{RD}}{\kappa_n N_0 W_s (1-\alpha_n) T_f} \right) \right\} < \frac{R_n}{\kappa_n W_s T_f} \right\}$$

Here $\frac{e_n^{SR}}{\kappa_n \alpha_n T_f}$ and $\frac{e_n^{RD}}{\kappa_n (1-\alpha_n) T_f}$ are the power expenditures for the S-R and R-D links in one of the allocated subchannels. For simplicity, let's define,

$$e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n) = \alpha_n T_f \kappa_n N_0 W_s \left(2^{\frac{R_n}{\kappa_n W_s T_f \alpha_n}} - 1 \right)$$

$$e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n) = (1-\alpha_n) T_f \kappa_n N_0 W_s \left(2^{\frac{R_n}{\kappa_n W_s T_f (1-\alpha_n)}} - 1 \right)$$

After some rearrangements on the outage equation, we obtain,

$$-\ln \left(1 - \frac{P_{out}}{\kappa_n} \right) = \frac{e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n)}{e_n^{SR} g^{SR}} + \frac{e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n)}{e_n^{RD} g_n^{RD}} \quad (1)$$

We need to find the energy expenditures e_n^{SR} and e_n^{RD} that satisfy the above equation with a minimal total, for energy efficiency. Using convex optimization techniques, the optimal energy expenditures are,

$$e_n^{SR}(\kappa_n, \alpha_n) = \frac{\frac{e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n)}{g^{SR}} + \sqrt{\frac{e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n) e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n)}{g^{SR} g_n^{RD}}}}{-\ln \left(1 - \frac{P_{out}}{\kappa_n} \right)} \quad (2)$$

$$e_n^{RD}(\kappa_n, \alpha_n) = \frac{\frac{e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n)}{g_n^{RD}} + \sqrt{\frac{e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n) e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n)}{g^{SR} g_n^{RD}}}}{-\ln \left(1 - \frac{P_{out}}{\kappa_n} \right)} \quad (3)$$

The total energy expenditure using the relay is,

$$e_n^{relay}(\kappa_n, \alpha_n) = e_n^{SR}(\kappa_n, \alpha_n) + e_n^{RD}(\kappa_n, \alpha_n) \\ = \frac{\left(\sqrt{\frac{e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n)}{g^{SR}}} + \sqrt{\frac{e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n)}{g_n^{RD}}} \right)^2}{-\ln \left(1 - \frac{P_{out}}{\kappa_n} \right)} \quad (4)$$

Time-optimized energy expenditure can be found by optimizing α_n . Let $e_n^{relay}(\kappa_n, \alpha_n^*) = e_n^{SR}(\kappa_n, \alpha_n^*) + e_n^{RD}(\kappa_n, \alpha_n^*)$ be the time optimized total energy expenditure for a relayed user.

In case of direct transmission that uses the whole frame duration, the total energy expenditure is e_n^{SD} , which becomes

$$e_n^{direct}(\kappa_n) = e_n^{SD}(\kappa_n) = \frac{T_f \kappa_n N_0 W_s \left(2^{\frac{R_n}{W_s T_f \kappa_n}} - 1 \right)}{-\ln \left(1 - \frac{P_{out}}{\kappa_n} \right) g_n^{SD}} \quad (5)$$

Since the frame is not divided in case of direct transmission, the energy is not a function of α_n . If $e_n^{direct}(\kappa_n)$ is smaller than $e_n^{relay}(\kappa_n, \alpha_n^*)$, then $e_n^{SR}(\kappa_n) = e_n^{RD}(\kappa_n) = 0$ and $e_n^{direct}(\kappa_n)$ is as in the above equation.

B. Decode and Forward based Relaying (DF)

In this scheme the destination nodes can combine the signals coming from the source and relay. As seen in Figure 1(b), if relayed transmission is used, then the frame is divided into two equal subframes. In the first subframe the source transmits to the relay using energy e_n^{SR} and the destination overhears it. In the second subframe both source and relay transmit simultaneously with energy e_n^{SD} and e_n^{RD} , using space time coding [8],[9]. If it is more energy-efficient, direct transmission can also be used as is the case for destination D_2 . These energy values are divided into κ_n to get the energy used in one subchannel. Now let us define for simplicity $e_n^0(\kappa_n) = 0.5T_f\kappa_n N_o W_s \left(2^{2\frac{R_n}{2\kappa_n}} - 1 \right)$. The outage probability equation becomes as follows [3],

$$\frac{P_{out}}{\kappa_n} = Pr \left\{ \min(e_n^{SR} g^{SR} h^{SR}, (e_n^{SR} + e_n^{SD}) g_n^{SD} h^{SD} + e_n^{RD} g_n^{RD} h^{RD}) < e_n^0(\kappa_n) \right\} \quad (6)$$

This can be rewritten as,

$$\begin{aligned} \frac{P_{out}}{\kappa_n} &= Pr \left\{ e_n^{SR} g^{SR} h^{SR} < e_n^0(\kappa_n) \right\} \\ &\quad + Pr \left\{ e_n^{SR} g^{SR} h^{SR} \geq e_n^0(\kappa_n) \right\} \\ &\times Pr \left\{ (e_n^{SR} + e_n^{SD}) g_n^{SD} h^{SD} + e_n^{RD} g_n^{RD} h^{RD} < e_n^0(\kappa_n) \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

We need to find e_n^{SR} , e_n^{SD} and e_n^{RD} that satisfies the above equation with minimum total. In order to find the energy values more simply (sacrificing optimality), we give the two added terms in the above equation equal probability $\frac{P_{out}}{2\kappa_n}$. Targeting $Pr \left\{ e_n^{SR} g^{SR} h^{SR} < e_n^0(\kappa_n) \right\} = \frac{P_{out}}{2\kappa_n}$ we directly find e_n^{SR} as

$$e_n^{SR}(\kappa_n) = \frac{e_n^0(\kappa_n)}{-\ln\left(1 - \frac{P_{out}}{2\kappa_n}\right)g^{SR}} \quad (8)$$

Equation (8) implies $Pr \left\{ e_n^{SR} g^{SR} h^{SR} > e_n^0(\kappa_n) \right\} = 1 - \frac{P_{out}}{2\kappa_n}$. Using this we find

$$\frac{1}{\frac{2\kappa_n}{P_{out}} - 1} = Pr \left\{ (e_n^{SR} + e_n^{SD}) g_n^{SD} h^{SD} + e_n^{RD} g_n^{RD} h^{RD} < e_n^0(\kappa_n) \right\}$$

This involves the summation of two exponentially distributed random variables being smaller than a constant. We can write this relation as,

$$\frac{1}{\frac{2\kappa_n}{P_{out}} - 1} = \frac{1 - e^{-\frac{e_n^0(\kappa_n)}{(e_n^{SR} + e_n^{SD})g_n^{SD}}}}{\frac{e_n^{RD} g_n^{RD}}{e_n^{SR} + e_n^{SD}}} - \frac{1 - e^{-\frac{e_n^0(\kappa_n)}{e_n^{RD} g_n^{RD}}}}{e_n^{SR} + e_n^{SD}} \quad (9)$$

For a low target outage probability and high SNR, we can assume that $e^{-\frac{\kappa_n e_n^0(\kappa_n)}{(e_n^{SR} + e_n^{SD})g_n^{SD}}}$ and $e^{-\frac{\kappa_n e_n^0(\kappa_n)}{e_n^{RD} g_n^{RD}}}$ are close to zero. At this point we make the approximation $e^{-x} \simeq 1 - x + x^2$ and write the following

$$\frac{1}{\frac{2\kappa_n}{P_{out}} - 1} = \frac{(e_n^0(\kappa_n))^2}{2(e_n^{SR} + e_n^{SD})g_n^{SD}e_n^{RD}g_n^{RD}} \quad (10)$$

If we use the approximation in (10) then

$$(e_n^{SR} + e_n^{SD})e_n^{RD} = \frac{(e_n^0(\kappa_n))^2 \left(\frac{2\kappa_n}{P_{out}} - 1 \right)}{2g_n^{SD}g_n^{RD}} \quad (11)$$

Here we have the requirement that the product of two values $e_n^{SR} + e_n^{SD}$ and e_n^{RD} are equal to a constant. We need to find the two values such that $e_n^{SR} + e_n^{SD} + e_n^{RD}$ is minimal. Normally this implies that $e_n^{SR} + e_n^{SD} = e_n^{RD}$, however the actual values of e_n^{SR} , e_n^{SD} and e_n^{RD} also depend on (8). These values are found as follows,

- $e_n^{SR}(\kappa_n)$ is found according to (8)
- If $\frac{e_n^0(\kappa_n)}{-\ln\left(1 - \frac{P_{out}}{2\kappa_n}\right)g^{SR}} > e_n^0(\kappa_n) \sqrt{\frac{2\kappa_n - 1}{2g_n^{SD}g_n^{RD}}}$ then
$$e_n^{SD}(\kappa_n) = 0 \quad (12)$$

$$e_n^{RD}(\kappa_n) = \frac{-\ln\left(1 - \frac{P_{out}}{2\kappa_n}\right) \left(\frac{2\kappa_n}{P_{out}} - 1 \right) e_n^0(\kappa_n) g^{SR}}{2g_n^{SD}g_n^{RD}} \quad (13)$$

- If $\frac{e_n^0(\kappa_n)}{-\ln\left(1 - \frac{P_{out}}{2\kappa_n}\right)g^{SR}} < e_n^0(\kappa_n) \sqrt{\frac{2\kappa_n - 1}{2g_n^{SD}g_n^{RD}}}$ then
$$e_n^{SD}(\kappa_n) = e_n^0(\kappa_n) \sqrt{\frac{2\kappa_n - 1}{2g_n^{SD}g_n^{RD}}} - \frac{e_n^0(\kappa_n)}{-\ln\left(1 - \frac{P_{out}}{2\kappa_n}\right)g^{SR}} \quad (14)$$

$$e_n^{RD}(\kappa_n) = e_n^0(\kappa_n) \sqrt{\frac{2\kappa_n - 1}{2g_n^{SD}g_n^{RD}}} \quad (15)$$

- Calculate $e_n^{direct}(\kappa_n)$ using (5). If $e_n^{direct} < e_n^{SD}(\kappa_n) + e_n^{RD}(\kappa_n) + e_n^{SR}(\kappa_n)$

$$e_n^{SD}(\kappa_n) = e_n^{direct}(\kappa_n) \quad (16)$$

$$e_n^{RD}(\kappa_n) = e_n^{SR}(\kappa_n) = 0 \quad (17)$$

C. Amplify and Forward

In this scheme, in the first subframe the source transmits to the relay and the destination also hears it. In the second subframe the relay amplifies and forwards the received signal. At the same time the source transmits again. The source and relay use space time coding as mentioned in [9],[20]. Frame model is similar to the DF model in Figure 1(b). AF is simpler than DF since there is no decoding at the relay. Besides, its performance can be better since there is no error propagation by decoding at the relay. In this work we aim to find the minimum energy power allocation that satisfies the rate and outage probability constraints. Let us define $\gamma_n^{SD} = \frac{e_n^{SD} g_n^{SD} h^{SD}}{T_f N_o W_s \kappa_n / 2}$, $\gamma_n^{RD} = \frac{e_n^{RD} g_n^{RD} h^{RD}}{T_f N_o W_s \kappa_n / 2}$, $\gamma_n^{SR} = \frac{e_n^{SR} g^{SR} h^{SR}}{T_f N_o W_s \kappa_n / 2}$ and $\gamma_n^{SRD} = \frac{e_n^{SR} g^{SD} h^{SD}}{T_f N_o W_s \kappa_n / 2}$. Assuming κ_n subchannels are allocated, the mutual information at the receiver can be found as [20]¹,

$$I = \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \frac{1}{\omega^2} \gamma_n^{SD} + \gamma_n^{SRD} + \frac{1}{\omega^2} \gamma_n^{SRD} \gamma_n^{SD} + \frac{\gamma_n^{SR} \gamma_n^{RD}}{1 + \gamma_n^{SR} + \gamma_n^{RD}} \right) \quad (18)$$

¹In [20] it was assumed that $h^{RD} = 1$, while deriving the mutual information and outage. In this work we assume that it is also exponentially distributed like h^{SD} and h^{SR} .

where $\omega^2 = 1 + \frac{\gamma_n^{RD}}{\gamma_n^{SR} + 1}$. The term $\frac{1}{\omega^2} \gamma_n^{SR} \gamma_n^{SD}$ involves $(h^{SD})^2$, which is small for the outage case, therefore it is ignored [20]. One more approximation can be made. Source-relay channel is usually much better than the relay destination channel. Therefore ω^2 can be approximated as 1. Outage probability at the receiver of destination n can be written as,

$$\frac{P_{out}}{\kappa_n} = Pr \left\{ \frac{\frac{e_n^{SR} g^{SR} h^{SR}}{T_f N_o W_s \kappa_n / 2} \frac{e_n^{RD} g_n^{RD} h^{RD}}{T_f N_o W_s \kappa_n / 2}}{1 + \frac{e_n^{SR} g^{SR} h^{SR}}{T_f N_o W_s \kappa_n / 2} + \frac{e_n^{RD} g_n^{RD} h^{RD}}{T_f N_o W_s \kappa_n / 2}} + \frac{(e_n^{SR} + e_n^{SD}) g_n^{SD} h^{SD}}{T_f N_o W_s \kappa_n / 2} < 2^{\frac{2R_n}{T_f W_s \kappa_n}} - 1 \right\} \quad (19)$$

Here we will neglect the "1" in the denominator, which is a common high-SNR assumption [4][11]. Then, defining $e_n^0(\kappa_n) = 0.5 T_f \kappa_n N_o W_s \left(2^{\frac{2R_n}{T_f W_s \kappa_n}} - 1 \right)$ as before, we get,

$$\frac{P_{out}}{\kappa_n} = Pr \left\{ \left(\frac{1}{e_n^{SR} g^{SR} h^{SR}} + \frac{1}{e_n^{RD} g_n^{RD} h^{RD}} \right)^{-1} + (e_n^{SR} + e_n^{SD}) g_n^{SD} h^{SD} < e_n^0(\kappa_n) \right\} \quad (20)$$

The first term involves the harmonic mean of two exponential random variables with means $e_n^{SR} g^{SR}$ and $e_n^{RD} g_n^{RD}$, respectively. In [21] it was proven that for the high SNR case the harmonic mean of two exponential random variables can be approximated by an exponential random variable with mean equal to the harmonic mean of the two means. This approximation is successful especially in outage calculations. Now, as before, outage event involves the summation of two exponential random variables being smaller than a constant. Using the result in (10), we obtain,

$$\frac{e_n^{SR} + e_n^{SD}}{\frac{1}{e_n^{SR} g^{SR}} + \frac{1}{e_n^{RD} g_n^{RD}}} = \frac{(e_n^0(\kappa_n))^2 \kappa_n}{2 g_n^{SD} P_{out}} \quad (21)$$

In order to find the minimum-energy allocation that satisfies the above equation, we formulate a constrained optimization problem of minimizing $e_n^{SR} + e_n^{RD} + e_n^{SD}$ subject to the satisfaction of equality (21). We obtain the energy values as a function of number of allocated subchannels (details are omitted for the sake of brevity)

$$\text{If } g^{SR} < g_n^{RD},$$

$$e_n^{SR}(\kappa_n) = e_n^0(\kappa_n) \sqrt{\frac{0.5 \kappa_n}{g_n^{SD} P_{out}} \frac{\sqrt{g_n^{RD}}}{g^{SR}} \left(\frac{1}{\sqrt{g^{SR}}} + \frac{1}{\sqrt{g_n^{RD}}} \right)}$$

$$e_n^{RD}(\kappa_n) = e_n^0(\kappa_n) \sqrt{\frac{0.5 \kappa_n}{g_n^{SD} P_{out}} \frac{1}{\sqrt{g_n^{RD}}} \left(\frac{1}{\sqrt{g^{SR}}} + \frac{1}{\sqrt{g_n^{RD}}} \right)}$$

$$e_n^{SD}(\kappa_n) = e_n^0(\kappa_n) \sqrt{\frac{0.5 \kappa_n}{g_n^{SD} P_{out}} \left(\frac{1}{\sqrt{g^{SR}}} + \frac{1}{\sqrt{g_n^{RD}}} \right) \left(\frac{1}{\sqrt{g_n^{RD}}} - \frac{\sqrt{g_n^{RD}}}{\sqrt{g^{SR}}} \right)}$$

$$\text{If } g^{SR} < g_n^{RD}$$

$$e_n^{SR}(\kappa_n) = e_n^0(\kappa_n) \sqrt{\frac{0.5 \kappa_n}{g_n^{SD} P_{out}} \frac{1}{\sqrt{g^{SR}}} \left(\frac{1}{\sqrt{g^{SR}}} + \frac{1}{\sqrt{g_n^{RD}}} \right)}$$

$$e_n^{RD}(\kappa_n) = e_n^0(\kappa_n) \sqrt{\frac{0.5 \kappa_n}{g_n^{SD} P_{out}} \frac{\sqrt{g^{SR}}}{g_n^{RD}} \left(\frac{1}{\sqrt{g^{SR}}} + \frac{1}{\sqrt{g_n^{RD}}} \right)}$$

$$e_n^{SD}(\kappa_n) = 0$$

After these calculations we again calculate $e_n^{direct}(\kappa_n)$ using (5). If $e_n^{direct} < e_n^{SD}(\kappa_n) + e_n^{RD}(\kappa_n) + e_n^{SR}(\kappa_n)$

$$e_n^{SD}(\kappa_n) = e_n^{direct}(\kappa_n)$$

$$e_n^{RD}(\kappa_n) = e_n^{SR}(\kappa_n) = 0$$

D. Decode and Forward with Time Optimization (DF-TO)

Time optimization can be used together with cooperative transmission as in Figure 1(c). In the first subframe the source transmits to the relay but the destination doesn't decode this signal, therefore the modulation/coding pair - hence, the duration- can be different than $T_f/2$. In the second subframe the source and relay transmit simultaneously using again a space time coding scheme. We call this scheme as Decode-and-Forward with Time Optimization (DF-TO). Now let us define, $e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n) = \alpha_n T_f \kappa_n N_o W_s \left(2^{\frac{R_n}{W_s T_f \kappa_n \alpha_n}} - 1 \right)$ and $e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n) = (1 - \alpha_n) T_f \kappa_n N_o W_s \left(2^{\frac{R_n}{W_s T_f \kappa_n (1 - \alpha_n)}} - 1 \right)$. We redefine the subchannel outage probability as follows [3],

$$\frac{P_{out}}{\kappa_n} = Pr \left\{ e_n^{SR} g^{SR} h^{SR} < e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n) \right\} + Pr \left\{ e_n^{SR} g^{SR} h^{SR} \geq e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n) \right\} \times Pr \left\{ e_n^{SD} g_n^{SD} h^{SD} + e_n^{RD} g_n^{RD} h^{RD} < e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n) \right\} \quad (22)$$

As before, we target $Pr \left\{ e_n^{SR} g^{SR} h^{SR} < e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n) \right\} = \frac{P_{out}}{2\kappa_n}$. We directly find e_n^{SR} as,

$$e_n^{SR}(\kappa_n, \alpha_n) = \frac{e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n)}{-\ln(1 - \frac{P_{out}}{2\kappa_n}) g^{SR}} \quad (23)$$

Other term involves the summation of two exponentially distributed random variables being smaller than a constant.

$$\frac{1}{\frac{2\kappa_n}{P_{out}} - 1} = \frac{\frac{1 - e^{-\frac{e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n)}{e_n^{SD} g_n^{SD}}}}{e_n^{RD} g_n^{RD}} - \frac{1 - e^{-\frac{e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n)}{e_n^{RD} g_n^{RD}}}}{(e_n^{SR} + e_n^{SD}) g_n^{SD}}}{\frac{1}{e_n^{RD} g_n^{RD}} - \frac{1}{(e_n^{SR} + e_n^{SD}) g_n^{SD}}} \quad (24)$$

Again, we make the approximation $e^{-x} \simeq 1 - x + x^2$ and write the following

$$\frac{1}{\frac{2\kappa_n}{P_{out}} - 1} = \frac{(e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n))^2}{2e_n^{SD} g_n^{SD} e_n^{RD} g_n^{RD}} \quad (25)$$

If we use the approximation in (10) then

$$e_n^{SD}(\kappa_n, \alpha_n) = e_n^{RD}(\kappa_n, \alpha_n) = e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n) \sqrt{\frac{\frac{2\kappa_n}{P_{out}} - 1}{2g_n^{SD} g_n^{RD}}} \quad (26)$$

Let α_n^* be the value that minimizes $e_n^{relay}(\kappa_n, \alpha_n) = e_n^{SD}(\kappa_n, \alpha_n) + e_n^{RD}(\kappa_n, \alpha_n) + e_n^{direct}(\kappa_n, \alpha_n)$. Power expenditure by direct transmission can be found using (5). If $e_n^{direct}(\kappa_n)$ is smaller than $e_n^{relay}(\kappa_n, \alpha_n^*)$ then direct transmission is chosen.

E. Resource Allocation Algorithm

While describing the above transmission schemes, we derived the energy (and subframe time) allocation given the number of subchannels allocated to a user. How do we determine the number of subchannels allocated to each user? In this section we present the subchannel allocation algorithm for the DF-TO scheme. Other schemes are similar,

- 1) Set $\kappa_n = 1, \forall n$
- 2) For each user calculate $e_n(\kappa_n, \alpha_n^*)$ and $e_n(\kappa_n + 1, \alpha_n^*)$ ($e_n(\kappa_n, \alpha_n^*) = \min\{e_n^{relay}(\kappa_n, \alpha_n^*), e_n^{direct}(\kappa_n)\}$)
- 3) Determine $n^* = \arg \max_n \{e_n(\kappa_n, \alpha_n^*) - e_n(\kappa_n + 1, \alpha_n^*)\}$ and $\Delta e^* = \max_n \{e_n(\kappa_n, \alpha_n^*) - e_n(\kappa_n + 1, \alpha_n^*)\}$
- 4) **If** $\Delta e^* > 0$ **Set** $\kappa_{n^*} = \kappa_{n^*} + 1$ **else finish**
- 5) **If** $\sum_n \kappa_n = K$ **finish else continue from Step 2**

The proposed greedy algorithm allocates at each round a subchannel to the user that most needs it. Step 1 allocates each user a subchannel. Step 2 calculates the energy requirement for the current number of subchannels and for the case of one more added subchannel for each user. Step 3 calculates the decrease in energy expenditure by adding one more subchannel to each user. Then it finds the user that can most improve its energy expenditure by adding a subchannel. Step 4 allocates a subchannel to the maximizing user. This continues until all subchannels are allocated. Depending on the characteristics of the energy function it is also possible that allocating more than a certain number of subchannels causes increase in energy expenditure. This is also the case in our problem and it is related to the definition of outage. An outage happens for a destination node if one of the subchannels experience outage. Increasing the number of subchannels first decreases the energy expenditure but then increases the chance of outage (Figure 2), thus requiring more energy to compensate it (especially if rate requirement is low). The algorithm finishes if either all subchannels are allocated or adding a subchannel results in increased energy expenditure for all nodes.

Step 2 also involves finding the optimal α_n for a given number of allocated subchannels for all users (For NCR-TO and DF-TO). Simulation results show that the energy $e_n(\kappa_n, \alpha_n)$ is a concave function of $\alpha_n = t_n \times \frac{T_f}{T_s}$ where $t_n \in \{1, 2, \dots, K-1\}$. The search algorithm starts from

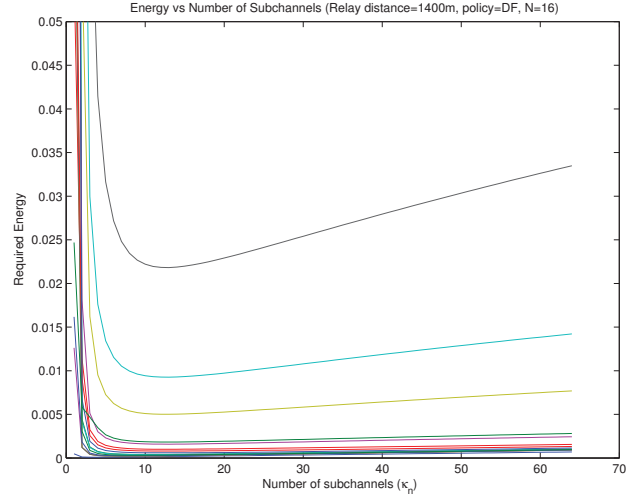


Fig. 2. Variation of required energy expenditure for all users with the number of subchannels. The characteristics show that adding one more subchannel brings diminishing returns as the number of subchannels increase. In fact energy expenditure increases after allocating more than a certain number of subchannels to a node. The characteristics are similar for all transmission schemes.

$t_n = \text{round}(\frac{T_f}{T_s 2})$. Then the algorithm increases t_n by one. If the energy expenditure decreases, then t_n is increased by one until the minimizing t_n is found. If the energy expenditure increases then t_n is decreased by one until the minimizing t_n is found.

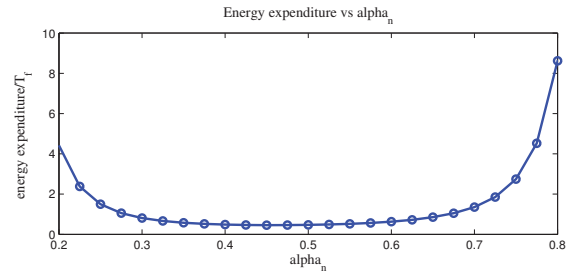


Fig. 3. Energy expenditure is a convex function of α_n . Giving too much subframe for either source or relay increases the energy requirement of the other one. Optimal α_n is somewhere in between. This convexity simplifies search for energy-optimal α_n^* . Relay distance is 1400m, number of nodes is 16. Total rate requirement is 10 Mbps.

1) *Optimality*: The resource allocation algorithm greedily allocates the subchannels to the user that it provides most energy decrease. The paper [22] proves that such greedy allocations are optimal for a specific class of problems. If adding more resources to a node brings diminishing returns (i.e. concavity), then allocating a resource to the user that brings maximum increase of utility is the optimum scheme. In our problem we can regard *negative energy* as the utility. Diminishing return characteristics in Figure 2 show that the above algorithm is suitable. On the other hand, various ap-

proximations that we made to ease the analysis results in loss of optimality.

IV. NUMERICAL EVALUATION

In this section we numerically evaluate the four transmission policies. We consider a *tandem* cell of 2000 meters long, where the base station is located at the origin and the users are located uniformly in the region 100-2000 meters. As for the channel model we adopt the IEEE 802.16j model, where the path loss in the source relay (BS-RS) link is $31.5 + 35 \times \log_{10}(d)$ dB and the path loss in the source-destination and relay-destination link is $36.5 + 23.5 \times \log_{10}(d)$ dB. Here d (in meters) is the distance of the considered link. Log normal shadowing (in dB) has standard deviation of 3.4 dB in the source relay and 8 dB in the source-destination and relay destination channel. Rayleigh fading is assumed to be independent across all the links and subchannels. Total bandwidth is 5MHz and it is divided into 64 subchannels.

Figure 4 presents the total energy expenditure vs. distance of relay from the base station. We obtained these results for a total rate requirement of 10Mbps divided equally into 16 users. We changed the source-relay distances from 1000 to 1800 m in 100 m steps. For each distance we generated 10000 different sets of path losses, shadow fading and Rayleigh fading; ran the algorithms and took the averages of total energy expenditures. We further divided these values by the frame duration T_s to obtain the average power expenditure. The most interesting result in Figure 4 is that cooperative transmission results in significant savings from energy. Cooperative relaying results in less than half (almost one third) of the energy expenditure of noncooperative relaying. Second interesting result is that the further performance improvement by optimization of the subframe time may not be worth it because it is less significant and requires much more computation time. In fact AF without time optimization results in approximately 30 percent less energy expenditure than DF and 15-20 percent less energy expenditure than DF-TO. Lastly, we observe that best performance is observed when the source-relay distance is between 1400-1500m.

We also need to check if we achieve the target outage probability. Target outage probability is chosen to be 0.01 in all simulations. Table I shows that for the non cooperative case this target is achieved. For the cooperative cases the outage performance is better than 0.01. This is because of the approximation $e^{-x} \simeq 1 - x + x^2$ that was made in the analysis. Less energy expenditure can be achieved by using the exact formula instead of approximations, however the approximation results in a very simple scheme with acceptable performance. In the AF scheme we make more approximations which results in more deviations from 0.01.

The reason of close performance of CR and CR-TO implies that time optimization is not as effective as cooperative diversity. Figure 3 shows for a typical case that the performance $0.3 < \alpha_n < 0.6$ does not provide significant performance variation. Figure 5 shows the cumulative distribution of α for the above simulation parameters. This figure shows that

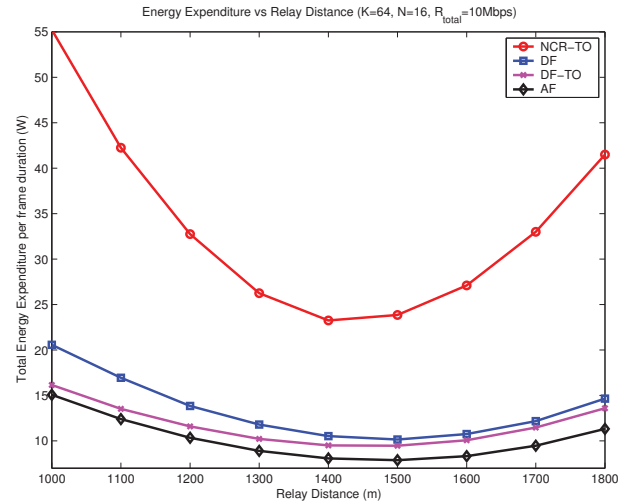


Fig. 4. Energy expenditure performances for all four policies as a function of relay distance from base station. Number of users is 16 and total rate requirement is 10Mbps. AF and DF protocols are simple since they do not need time optimization. Besides their performance is much better than non cooperative scheme. Here, AF algorithm results in the best performance probably since it does not propagate errors.

	1000m	1200m	1400m	1600m	1800m
NCR-TO	0.0103	0.0102	0.00954	0.0103	0.00998
CR	0.00917	0.0874	0.00938	0.00921	0.00941
CR-TO	0.00900	0.00849	0.00875	0.00877	0.00858
AF	0.00844	0.00804	0.00816	0.00810	0.00825

TABLE I
OUTAGE PROBABILITIES VS. DISTANCE FOR ALL POLICIES.

$0.3 < \alpha_n < 0.6$ has an 80 percent occurrence, which means that for most of the cases optimizing α results in insignificant performance difference.

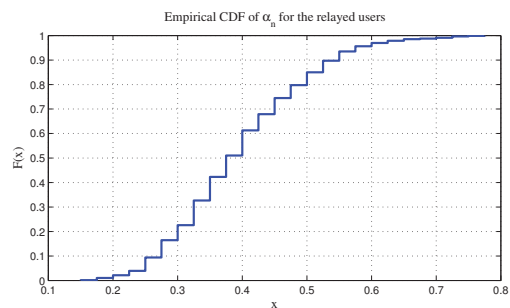


Fig. 5. Cumulative distribution of alpha for the relayed users. Source-Relay distance 1400m. N=16

Figure 6 shows the cumulative distribution of the total energy expenditure per frame for all four policies. We see that the AF policy is clearly the best one. Figure 7 shows the total energy expenditure per frame as a function of number of users. Total rate requirement is 10Mbps and is divided equally among the users. Energy expenditure decreases

because rate requirement per user decreases, although the total rate requirement keeps the same.

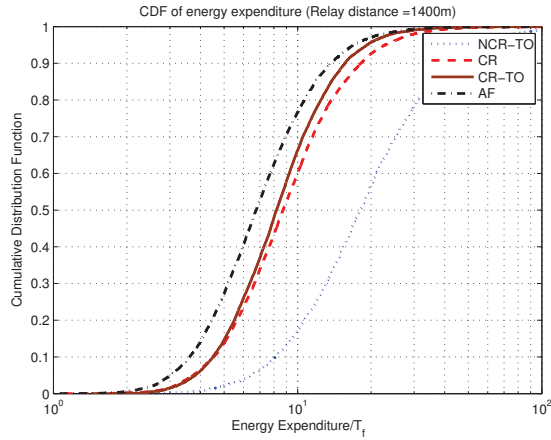


Fig. 6. Cumulative distribution of total energy expenditure (normalized by frame duration). Source-Relay distance 1400m. $N=16$

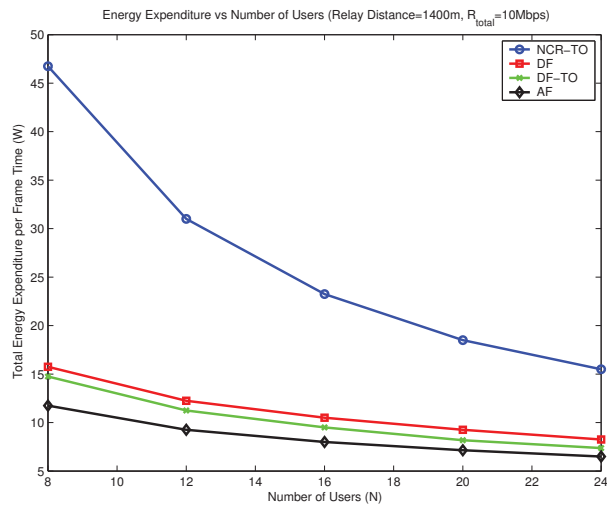


Fig. 7. Total energy expenditure per frame vs number of users. Total rate requirement is 10Mbps. Source-Relay distance 1400m.

V. CONCLUSION

In this paper we proposed an energy-efficient subchannel, power and subframe allocation scheme for a multiuser downlink OFDMA system that utilizes a relay node. The source makes the resource allocation only based on the pathloss and slow fading, without knowing the fast fading. In this setting, we showed that using cooperative diversity both achieves the target outage probability and requires less than half, almost one-third of energy required by non-cooperative relaying. This performance improvement can be achieved without adjusting the subframe durations, which significantly decreases the

complexity. Future work will consider Incremental Relaying and other more complex policies [3] in addition to Decode and Forward and Amplify and Forward. Proportional Fairness will be considered as an objective instead of energy efficiency.

ACKNOWLEDGMENT

The work in this paper was supported by TUBITAK under 1001 grant 108E208.

REFERENCES

- [1] Masato Okuda, Chenxi Zhu, Dorin Viorel, "Multihop Relay Extension for WiMax Networks-Overview and Benefits of 802.16j IEEE Standard", Fujitsu scientific and technical journal, vol. 44, no. 3, pp. 292-302, 2008
- [2] Pabst, R.; Walke, B.H.; Schultz, D.C.; Herhold, P.; Yanikomeroglu, H.; Mukherjee, S.; Viswanathan, H.; Lott, M.; Zirwas, W.; Dohler, M.; Aghvami, H.; Falconer, D.D.; Fettweis, G.P. "Relay-based deployment concepts for wireless and mobile broadband radio," Communications Magazine, IEEE, vol.42, no.9, pp. 80-89, Sept. 2004
- [3] J. N. Laneman, D. N. C. Tse and G. W. Wornell Cooperative diversity in wireless networks: Efficient protocols and outage behavior, IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 50, pp. 30-62, Dec. 2004.
- [4] Yong Li; Wenbo Wang; Jia Kong; Wei Hong; Xing Zhang; Mugen Peng, "Power Allocation and Subchannel Pairing in OFDM-Based Relaying Networks", IEEE International Conference on Communications pp.2602-2606, 19-23 May 2008
- [5] Lei You; Mei Song; Junde Song; Qingyu Miao; Yong Zhang, "Adaptive Resource Allocation in OFDMA Relay-Aided Cooperative Cellular Networks," Vehicular Technology Conference, pp.1925-1929, 11-14 May 2008
- [6] O. Amin and M. Uysal, Adaptive Power Loading for OFDM Cooperative Networks, 11th Canadian Workshop on Information Theory, Ottawa, Ontario, Canada, May 2009
- [7] Truman Chiu-Yam Ng, Wei Yu, Jianzhong Zhang, Anthony Reid "Joint Optimization of Relay Strategies and Resource Allocations in Cooperative Cellular Networks" IEEE Journal on Selected areas in Communications, February, 2007. pp. 328-339.
- [8] Can, B.; Yanikomeroglu, H.; Onat, F.A.; De Carvalho, E.; Yomo, H., "Efficient Cooperative Diversity Schemes and Radio Resource Allocation for IEEE 802.16j," IEEE Wireless Communications and Networking Conference, pp.36-41, March 31 -April 3 2008
- [9] B. Can, H. Yomo, and E. d. Carvalho, "Link Adaptation and Selection Method for OFDM Based Wireless Relay Networks," Journal of Communication Networks, vol. 9, no. 2, pp. 118-127, June 2007
- [10] Bo Gui; Lin Dai; Cimini, L.J., "Selective Relaying in Cooperative OFDM Systems: Two-Hop Random Network," Wireless Communications and Networking Conference, 2008. WCNC 2008. IEEE, vol., no., pp.996-1001, March 31 2008-April 3 2008
- [11] Siriwongpairat, W.; Sadek, A.; Liu, K.J.R., "Cooperative communications protocol for multiuser OFDM networks," Wireless Communications, IEEE Transactions on, vol.7, no.7, pp.2430-2435, July 2008
- [12] K. Bakanoglu, D. Gunduz, and E. Erkip, Dynamic resource allocation for the broadband relay channel, in Proc. Asilomar Conf. on Signals, Systems and Computers, Monterey, CA, Nov. 2007.
- [13] Kibeom Seong, Mehdi mohseni, John M. Cioffi "Optimal Resource Allocation for OFDMA Downlink Systems" IEEE ISIT, July 9-14th, 2006.
- [14] Inhyoung Kim, In-Soon Park, Lee, Y.H. "Use of linear programming for dynamic subchannel and bit allocation in multiuser OFDM" IEEE Veh. Technol. Vol. 55 pp. 1195-120
- [15] T. Girici "Joint power, subchannel and subframe allocation in Multihop relay networks", International Journal of Communication Systems, vol. 22(7), pp. 835-855, 2009.
- [16] C. Muller, A. Klein, F. Wegner, M. Kuipers, and B. Raaf, "Dynamic Sub-channel, Bit and Power Allocation in OFDMA-Based Relay Networks," in Proceedings of 12th International OFDM Workshop, 2007.
- [17] Kaneko, M.; Popovski, P.; Hayashi, K., "Throughput-Guaranteed Resource-Allocation Algorithms for Relay-Aided Cellular OFDMA System," Vehicular Technology, IEEE Transactions on, vol.58, no.4, pp.1951-1964, May 2009

- [18] Z. Han; T. Himsoon; W.P. Siriwongpairat; K.J.R. Liu, "Energy-efficient cooperative transmission over multiuser OFDM networks: who helps whom and how to cooperate," IEEE Wireless Communications and Networking Conference, vol.2, pp. 1030-1035 , 13-17 March 2005
- [19] B. Gui,L. J. Cimini Jr. "Bit Loading Algorithms for Cooperative OFDM Systems", EURASIP Journal onWireless Communications and Networking, Volume 2008, p.p 1-9.
- [20] R. U. Nabar, H. Bleskei, and F. W. Kneubuhler Fading relay channels: Performance limits and space-time signal design IEEE J. Sel. Areas Commun., vol. 22, no. 6, pp. 1099-1109, Aug. 2004.
- [21] Seddik, K.G.; Sadek, A.K.; Weifeng Su; Liu, K.J.R., "Outage Analysis and Optimal Power Allocation for Multinode Relay Networks," Signal Processing Letters, IEEE , vol.14, no.6, pp.377-380, June 2007
- [22] W. Shih, "A New Application of Incremental Analysis in Resource Allocations", Journal of the Operational Research Society (1974) 25, 587-597

RESEARCH ARTICLE

Minimum-Energy Subchannel and Power Allocation in Cooperative OFDMA Systems

T. Girici*, F.I.Sokmen

TOBB University of Economics and Technology, Department of Electrical and Electronics Engineering

ABSTRACT

In this work we study framed transmission in an OFDMA based relayed wireless access system that utilize cooperative diversity. We consider a system of a source, a relay and a number of destination nodes, where the nodes can combine the signals coming from the source and relay. We are interested in the case that the source and relay only have the information of path loss and slow fading. The goal in resource allocation is to allocate resources (time slots, subchannels and power) in an energy efficient manner given target rates and target outage probability. Numerical results show that cooperative relaying requires significantly less energy than noncooperative relaying. Adjusting the source and relay transmission durations has a marginal effect on the performance, although it results in a significant increase in complexity. Copyright © 2010 John Wiley & Sons, Ltd.

*Correspondence

TOBB University of Economics and Technology, Department of Electrical and Electronics Engineering, Sogutozu Cad. No 43, Sogutozu Ankara, 06560 Turkey

1. INTRODUCTION

In this work we consider the communication between a source node and a number of destination nodes, with the help of a relay node. Transmitters use a multichannel transmission scheme such as Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM). OFDM is the underlying transmission technology in current wireless technologies such as Wi-Fi, WiMax and LTE. OFDM provides immunity to multipath fading and intersymbol interference, hence higher signal to interference plus noise ratio (SINR). Besides, it can be used as a multiple access scheme (OFDMA) in order to exploit multichannel and multiuser diversity by judiciously allocating subchannels to users.

Relays are deployed in order to improve coverage, throughput and energy-efficiency in broadband wireless access [1] and multihop wireless networks [2]. These relays can also be used to mimic multiple antenna systems and take advantage of cooperative diversity. For example in the downlink, a destination node can combine signals coming from the source and relay in order to improve the SINR. There are two practical and well-known forms of cooperative diversity, which are

Amplify and Forward (AF) and Decode and Forward (DF) [3]. Using OFDM and relays along with cooperative transmission can provide more degrees of freedom by exploiting adaptive subchannel, power and time allocation. Besides relays in wireless networks are usually half-duplex, which necessitates a TDMA-type of time sharing mechanism between the source and relay. Time allocation adds another dimension to the resource allocation problem. In a cooperative relayed cellular system, time is divided into transmission frames. In the first part of the frame the source broadcasts the information, which is both heard from the relay and the destination. After the relay receives the signal it transmits it to the destination where the signals are combined at the MS. In order to achieve this the source-relay and relay-destination transmission durations and signaling must be equal [3]. On the other hand, some destination nodes may be so close to the source that direct transmission by the source using the whole frame duration may be more efficient.

OFDMA-based cooperative resource allocation can be made for various purposes such as maximizing the throughput or proportional fairness subject to power constraints or reducing power expenditure subject to some rate requirements. In the previous literature on the subject mostly throughput maximization was studied. In [4] and [5] the goal is to maximize the throughput. Subchannel allocation at the source-relay and relay-destination channels should be jointly considered in order

†A shorter previous version of this paper was presented at the Wireless Internet Conference (WICON 2010), Singapore

to maximize capacity. In these works power allocation was also considered. In [6] a three terminal system is considered and adaptive power loading is studied in order to minimize bit error rate. Joint resource allocation and selection of cooperation strategies and relay to be used in multi relay systems has been studied in [7]. In [8], the authors considered proportional fair resource allocation in an OFDM based cooperative relayed cellular system. They studied different subframe allocation and cooperative diversity schemes. In this work it is shown that time durations (subframes) allocated for the base and relay stations is a very important factor in performance improvement.

Most of the previous works on OFDM based resource allocation assume that the channel conditions are perfectly known at each scheduling interval (that is, a frame or a slot). In reality, obtaining the channel state information for each user-subchannel pair is not very practical. Especially in the presence of relays, channel information of users should be forwarded to the source (base station), creating further communication overhead. A more practical assumption is that the users measure the channel state for some time and feedback the channel information averaged over that certain duration. Channel state is usually a combination of path loss, log-normal shadowing and fast fading (which is usually Rayleigh distributed and frequency selective). Time-averaged channel gain captures the slow components of the fading, which are the path loss and shadowing. In this case scheduling decisions have to be made under channel uncertainty. Then, given a modulation and coding rate there is a nonzero probability of *outage* [3] where the received SNR falls below a required level. In [19] a single source single destination and multiple-relay system was considered. There is a fixed target rate and each transmitted subchannel is relayed by the best relay such that the achievable rate is maximized. The probability that achievable rate falls below the target (i.e. outage) is analyzed. However, it is still assumed that exact channel conditions are known. On the other hand in [11] the authors consider multiple users transmitting to a center with the help of a relay. It is assumed that channel condition is not known and the outage probability of the proposed transmission protocol is probabilistically analyzed. The optimum relay location is computed based on the analytical result.

In this work, we consider the problem of resource allocation for total energy expenditure minimization in a cooperative system of a center node, a relay and multiple users. The proposed solutions can be applied in both uplink and downlink. The resources are subchannels, power, and transmission durations of source and relay at each subchannel (i.e. subframe durations). We assume that the resource allocation is performed by the center node and it knows only the average channel gains. Minimum-power resource allocation in OFDM based systems was previously studied for systems without relays [14], [13] and with non-cooperative relaying in

[16] and [15]. In cooperative relayed OFDMA systems power minimization was first considered in [18]. Here the authors consider a two-user, one-base station uplink scenario. The users help each other using an AF scheme. Power minimization in a single source-destination pair and multi-relay system is studied in [19]. The authors propose a scheme that reallocates subchannels at the relay in order to improve the performance. Differently from this work we assume that fast fading is not known and outage probability is a performance target. In our work the aim in resource allocation is to minimize the total transmission energy in a frame duration while satisfying rate and outage probability constraints. We are interested in the performance improvement by 1) Cooperative transmission of source and relay in the absence of perfect channel information and outages 2) Optimally determining the subframe duration for the source-relay and relay-destination transmissions. The rest of the paper is organized as follows; in section 2 the system model is introduced. In Section 3, minimum-energy power and subframe allocations given the number of allocated subchannels are considered for various transmission methods. Section 4, optimal and suboptimal solutions are proposed for subchannel allocation. Section 5 includes the numerical evaluation results and finally Section 6 gives the conclusions we have reached in this paper.

2. SYSTEM MODEL

We consider a source node (e.g. a base station), a relay and multiple destination nodes. The relay uses Decode and Forward (DF) or Amplify and Forward (AF) in relaying the information from the source to destinations (downlink). The total bandwidth of W Hz is divided into K subchannels each having the bandwidth W_s . These channel states are assumed to be constant during a transmission frame. Each user experiences path loss, log-normal shadowing and frequency selective and fast Rayleigh fading. In this system there are three types of transmission channels which are the (S)ource-(R)elay, (R)elay-(D)estination and (S)ource-(D)estination channels. The destinations can also overhear the transmissions from the S-R channel. Let $g_n^{SD}, g_n^{SR}, g_n^{RD}$ be the combination of pathloss and slow (shadow) fading for destination n . The source node perfectly knows these average values for all nodes and the relay and performs the resource allocation based on these values. Let $h_{n,k}^{SD}, h_k^{SR}, h_{n,k}^{RD}$ be the frequency selective Rayleigh fading for user n and subchannel k . Note that g^{SR} and h_k^{SR} are the same for all users, because there is a single relay. The users are assumed to have constant channel gains during a transmission frame, which is of duration T_f and divided into time slots of duration T_s . Let R_n be the rate requirement and κ_n be the number of subchannels allocated to user n . Given κ_n we assume that there exists

a modulation-coding pair and the transmitters use that pair. We use the information theoretic achievable rate expressions [3] and outage happens if the achievable rate is lower than the target rate. We also assume that information transmitted using a subchannel by the source is transmitted using the same subchannel by the relay. Outage probability can be reduced by increasing the energy expenditure. The goal is to satisfy the user rate and outage probability requirements by minimum energy.

3. RESOURCE ALLOCATION SCHEMES

As the frequency selective fast fading is not known and path loss and shadowing are assumed to be subchannel-independent, all subchannels are equivalent and therefore power is equally distributed to the allocated subchannels. Target rate is equally shared among the subchannels and outage happens if any of the subchannels experience outage. This implies that each subchannel of a user has equal probability of outage. Given the target outage probability P_{out} , the target outage probability of user n for each subchannel becomes $P_{out}^s(\kappa_n) = 1 - (1 - P_{out})^{\frac{1}{\kappa_n}}$. For low outage probabilities, this can be approximated by $\frac{P_{out}}{\kappa_n}$. In fact, this is always slightly less than the actual value, therefore it is more conservative. We consider four different transmission (and frame allocation) policies, as illustrated in Figure 1. As illustrated in the figure, for all policies, a number of subchannels are allocated to each user. For relayed users, allocated subchannels are divided into two subframes, where the source and relay transmit. There are also direct users, which don't use the relay. The details are described below;

3.1. Non-Cooperative Relaying with Time Optimization (NCR-TO)

Figure 1(a) shows the frame model for the case of five users. For destination n , κ_n subchannels are allocated and the frame time T_f is divided into two for the source and relay transmissions. In the first subframe (of duration $\alpha_n T_f$) the source broadcasts the information, but is only decoded by the relay. Once the relay gathers the information it decodes, it re-encodes and forwards it to the destination in the second subframe (of duration $(1 - \alpha_n) T_f$). Here α_n can be optimized ($\alpha_n T_f$ has to be an integer multiple of time slot duration) for all n to further improve the resource utilization. On the other hand, if it is more energy-efficient, some users can be set as direct users and served directly by the source using all the frame duration (e.g. node D_3). Let e_n^{SR} and e_n^{RD} be the energy expenditures by the source and relay for destination n . Then $\frac{e_n^{SR}}{\alpha_n T_f}$ and $\frac{e_n^{RD}}{(1 - \alpha_n) T_f}$ become the power expenditure by the source and relay for user n . The aim is to find for all users the energy expenditures that satisfy the target outage probability and rate requirements with minimal total energy. As mentioned above, $P_{out}^s(\kappa_n)$ is the target outage

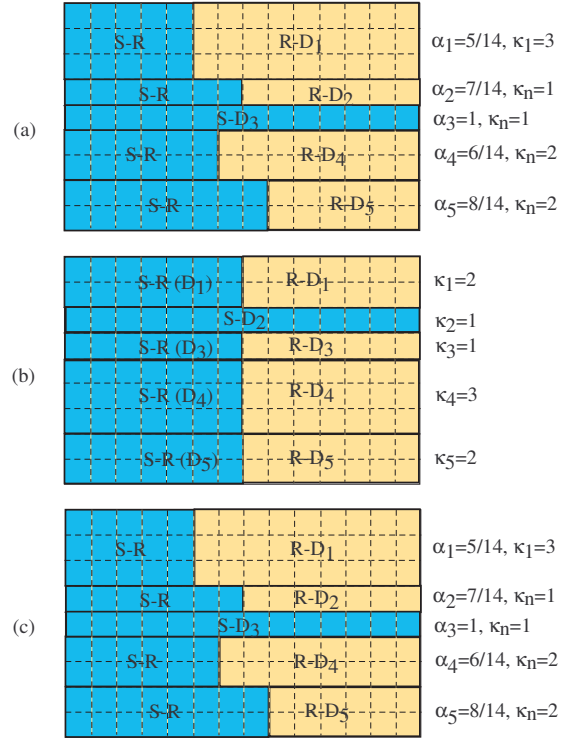


Figure 1. Transmission policies and corresponding frame models. (a) Non-Cooperative Relaying with Time Optimization (NCR-TO) (b) Cooperative Relaying (Using Decode and Forward (DF) or Amplify and Forward (AF)) without Time Optimization (c) Decode and Forward Relaying with Time Optimization (DF-TO)

probability for any subchannel allocated to destination n . Without using subscripts, let h^{SR} and h^{RD} be the Rayleigh fading gain for any subchannel allocated to user n . We assume that h^{SD} , h^{RD} and h^{RD} are independent and exponentially distributed with unit mean. For each allocated subchannel, the outage probability equation is,

$$P_{out}^s(\kappa_n) = Pr \left\{ \min \left\{ \alpha_n \log_2 \left(1 + \frac{e_n^{SR} g_n^{SR} h^{SR}}{\kappa_n N_0 W_s \alpha_n T_f} \right), (1 - \alpha_n) \log_2 \left(1 + \frac{e_n^{RD} g_n^{RD} h^{RD}}{\kappa_n N_0 W_s (1 - \alpha_n) T_f} \right) \right\} < \frac{R_n}{\kappa_n W_s T_f} \right\}$$

Here $\frac{e_n^{SR}}{\kappa_n \alpha_n T_f}$ and $\frac{e_n^{RD}}{\kappa_n (1 - \alpha_n) T_f}$ are the power expenditures for the S-R and R-D links in one of the allocated subchannels. For simplicity, let's define,

$$e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n) = \alpha_n T_f \kappa_n N_0 W_s \left(2^{\frac{R_n}{\kappa_n W_s T_f \alpha_n}} - 1 \right)$$

$$e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n) = (1 - \alpha_n) T_f \kappa_n N_0 W_s \left(2^{\frac{R_n}{\kappa_n W_s T_f (1 - \alpha_n)}} - 1 \right)$$

After some rearrangements on the outage equation, we obtain,

$$-\ln(1 - P_{out}^s(\kappa_n)) = \frac{e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n)}{e_n^{SR} g_n^{SR}} + \frac{e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n)}{e_n^{RD} g_n^{RD}} \quad (1)$$

We need to find the energy expenditures e_n^{SR} and e_n^{RD} that satisfy the above equation with a minimal total, for energy efficiency. Using convex optimization techniques, the optimal energy expenditures are,

$$e_n^{SR}(\kappa_n, \alpha_n) = \frac{\frac{e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n)}{g_n^{SR}} + \sqrt{\frac{e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n)e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n)}{g_n^{SR}g_n^{RD}}}}{-\ln(1 - P_{out}^s(\kappa_n))} \quad (2)$$

$$e_n^{RD}(\kappa_n, \alpha_n) = \frac{\frac{e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n)}{g_n^{RD}} + \sqrt{\frac{e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n)e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n)}{g_n^{SR}g_n^{RD}}}}{-\ln(1 - P_{out}^s(\kappa_n))} \quad (3)$$

The total energy expenditure using the relay is,

$$e_n^{relay}(\kappa_n, \alpha_n) = e_n^{SR}(\kappa_n, \alpha_n) + e_n^{RD}(\kappa_n, \alpha_n) \\ = \frac{\left(\sqrt{\frac{e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n)}{g_n^{SR}}} + \sqrt{\frac{e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n)}{g_n^{RD}}}\right)^2}{-\ln(1 - P_{out}^s(\kappa_n))} \quad (4)$$

Time-optimized energy expenditure can be found by optimizing α_n .

Let $e_n^{relay}(\kappa_n, \alpha_n^*) = e_n^{SR}(\kappa_n, \alpha_n^*) + e_n^{RD}(\kappa_n, \alpha_n^*)$ be the time optimized total energy expenditure for a relayed user. In case of direct transmission that uses the whole frame duration, the total energy expenditure is e_n^{SD} , which becomes

$$e_n^{direct}(\kappa_n) = e_n^{SD}(\kappa_n) = \frac{T_f \kappa_n N_o W_s \left(2^{\frac{R_n}{W_s T_f \kappa_n}} - 1\right)}{-\ln(1 - P_{out}^s(\kappa_n)) g_n^{SD}} \quad (5)$$

Since the frame is not divided in case of direct transmission, the energy is not a function of α_n . If $e_n^{direct}(\kappa_n)$ is smaller than $e_n^{relay}(\kappa_n, \alpha_n^*)$, then $e_n^{SR}(\kappa_n) = e_n^{RD}(\kappa_n) = 0$ and $e_n^{direct}(\kappa_n)$ is as in the above equation.

3.2. Decode and Forward based Relaying (DF)

In this scheme the destination nodes can combine the signals coming from the source and relay. As seen in Figure 1(b), if relayed transmission is used, then the frame is divided into two equal subframes. In the first subframe the source transmits to the relay using energy e_n^{SR} and the destination overhears it. In the second subframe the relay transmits with energy e_n^{RD} [8],[9]*. If it is more energy-efficient, direct transmission can also be used as is the case for destination D_2 in Figure 1(b). These energy

*In [9], there is another scheme, where the source transmits together with relay in the second subframe. When energy and outage is considered, this is not optimal because, the source should use all its power in the first subframe so that both relay and destination can benefit from it.

values are divided into κ_n to get the energy used in one subchannel. Now let us define for simplicity $e_n^0(\kappa_n) = 0.5 T_f \kappa_n N_o W_s \left(2^{\frac{2R_n}{W_s T_f \kappa_n}} - 1\right)$. The outage probability equation becomes as follows [3],

$$P_{out}^s(\kappa_n) = Pr \left\{ \min(e_n^{SR} g_n^{SR} h^{SR}, e_n^{SR} g_n^{SD} h^{SD} + e_n^{RD} g_n^{RD} h^{RD}) < e_n^0(\kappa_n) \right\} \quad (6)$$

This can be rewritten as,

$$P_{out}^s(\kappa_n) = Pr \left\{ e_n^{SR} g_n^{SR} h^{SR} < e_n^0(\kappa_n) \right\} \\ + Pr \left\{ e_n^{SR} g_n^{SR} h^{SR} \geq e_n^0(\kappa_n) \right\} \\ \times Pr \left\{ e_n^{SR} g_n^{SD} h^{SD} + e_n^{RD} g_n^{RD} h^{RD} < e_n^0(\kappa_n) \right\} \quad (7)$$

We need to find e_n^{SR} and e_n^{RD} that satisfies the above equation with minimum total. In order to find the energy values more simply (sacrificing optimality), we make the following high-SNR approximations,

$$Pr \left\{ e_n^{SR} g_n^{SR} h^{SR} < e_n^0(\kappa_n) \right\} \simeq \frac{e_n^0(\kappa_n)}{e_n^{SR} g_n^{SR}} \text{ and} \\ Pr \left\{ e_n^{SR} g_n^{SR} h^{SR} \geq e_n^0(\kappa_n) \right\} \simeq 1.$$

The last term is the probability of sum of two random variables being greater than a constant,

$$Pr \left\{ e_n^{SR} g_n^{SD} h^{SD} + e_n^{RD} g_n^{RD} h^{RD} < e_n^0(\kappa_n) \right\} \\ = \frac{1 - \frac{e_n^0(\kappa_n)}{e_n^{SR} g_n^{SD}}}{1 - \frac{e_n^0(\kappa_n)}{e_n^{RD} g_n^{RD}}} - \frac{1 - \frac{e_n^0(\kappa_n)}{e_n^{RD} g_n^{RD}}}{1 - \frac{e_n^0(\kappa_n)}{e_n^{SR} g_n^{SD}}} \quad (8)$$

which can be approximated as

$$Pr \left\{ e_n^{SR} g_n^{SD} h^{SD} + e_n^{RD} g_n^{RD} h^{RD} < e_n^0(\kappa_n) \right\} \\ \simeq \frac{e_n^0(\kappa_n)^2}{2e_n^{SR} e_n^{RD} g_n^{SD} g_n^{RD}}$$

finding

$$P_{out}^s(\kappa_n) = \frac{e_n^0(\kappa_n)}{e_n^{SR} g_n^{SR}} + \frac{e_n^0(\kappa_n)^2}{2e_n^{SR} e_n^{RD} g_n^{SD} g_n^{RD}} \quad (9)$$

Using standard Lagrange multiplier techniques we obtain the relation $(1 + e_n^{RD} \frac{2g_n^{SD} g_n^{RD}}{e_n^0(\kappa_n) g_n^{SR}}) e_n^{RD} = e_n^{SR}$ and then the following equation in terms of e_n^{RD} ,

$$P_{out}^s(\kappa_n) \frac{2g_n^{SD} g_n^{RD}}{e_n^0(\kappa_n) g_n^{SR}} (e_n^{RD})^3 + P_{out}^s(\kappa_n) (e_n^{RD})^2 \\ - \frac{e_n^0(\kappa_n)}{g_n^{SR}} e_n^{RD} - \frac{(e_n^0(\kappa_n))^2}{2g_n^{SD} g_n^{RD}} = 0 \quad (10)$$

The root of this equation can be found using Newton's method. If direct transmission energy in (5) is less, then it is preferred.

3.3. Amplify and Forward Based Relaying (AF)

In this scheme, in the first subframe the source transmits to the relay using energy e_n^{SR} (for node n) and node n also hears it. In the second subframe the relay amplifies and forwards the received signal using energy e_n^{RD} . The destination node combines the received signals in the first and second subframes [9],[20]. Frame model is similar to the DF model in Figure 1(b). AF is simpler than DF since there is no decoding at the relay. Besides, its performance can be better since there is no error propagation by decoding at the relay. In this work we aim to find the minimum energy power allocation that satisfies the rate and outage probability constraints. Let us define $\gamma_n^{RD} = \frac{e_n^{RD} g_n^{RD} h^{RD}}{T_f N_o W_s \kappa_n / 2}$, $\gamma_n^{SR} = \frac{e_n^{SR} g^{SR} h^{SR}}{T_f N_o W_s \kappa_n / 2}$ and $\gamma_n^{SRD} = \frac{e_n^{SR} g^{SD} h^{SD}}{T_f N_o W_s \kappa_n / 2}$. Assuming κ_n subchannels are allocated, the mutual information at the receiver can be found as [20],

$$I = \frac{1}{2} \log_2 \left(1 + \gamma_n^{SRD} + \frac{\gamma_n^{SR} \gamma_n^{RD}}{1 + \gamma_n^{SR} + \gamma_n^{RD}} \right) \quad (11)$$

Outage probability at the receiver of destination n can be written as,

$$P_{out}^s(\kappa_n) = Pr \left\{ \frac{\frac{e_n^{SR} g^{SR} h^{SR}}{T_f N_o W_s \kappa_n / 2} \frac{e_n^{RD} g_n^{RD} h^{RD}}{T_f N_o W_s \kappa_n / 2}}{1 + \frac{e_n^{SR} g^{SR} h^{SR}}{T_f N_o W_s \kappa_n / 2} + \frac{e_n^{RD} g_n^{RD} h^{RD}}{T_f N_o W_s \kappa_n / 2}} + \frac{e_n^{SR} g_n^{SD} h^{SD}}{T_f N_o W_s \kappa_n / 2} < 2^{\frac{2R_n}{T_f W_s \kappa_n}} - 1 \right\} \quad (12)$$

Here we will neglect the "1" in the denominator, which is a common high-SNR assumption [4][11]. Then, defining $e_n^0(\kappa_n) = 0.5 T_f \kappa_n N_o W_s \left(2^{\frac{2R_n}{T_f W_s \kappa_n}} - 1 \right)$ as before, we get,

$$P_{out}^s(\kappa_n) = Pr \left\{ \left(\frac{1}{e_n^{SR} g^{SR} h^{SR}} + \frac{1}{e_n^{RD} g_n^{RD} h^{RD}} \right)^{-1} + e_n^{SR} g_n^{SD} h^{SD} < e_n^0(\kappa_n) \right\} \quad (13)$$

The first term involves the harmonic mean of two exponential random variables with means $e_n^{SR} g^{SR}$ and $e_n^{RD} g_n^{RD}$, respectively. In [21] it was proven that for the high SNR case the harmonic mean of two exponential random variables can be approximated by an exponential random variable with mean equal to the harmonic mean of the two means. This approximation is successful especially in outage calculations. Now, as before, outage event involves the summation of two exponential random variables being smaller than a constant. Using the same approximation as in the DF case, we obtain,

$$\frac{e_n^{SR}}{\frac{1}{e_n^{SR} g^{SR}} + \frac{1}{e_n^{RD} g_n^{RD}}} = \frac{(e_n^0(\kappa_n))^2}{2g_n^{SD} P_{out}^s(\kappa_n)} \quad (14)$$

In order to find the minimum-energy allocation that satisfies the above equation, we formulate a constrained

optimization problem of minimizing $e_n^{SR} + e_n^{RD}$ subject to the satisfaction of equality (14). We obtain the energy values as a function of number of allocated subchannels (details are omitted for the sake of brevity)

$$e_n^{RD} = \frac{1}{g_n^{RD}} \sqrt{\frac{g^{SR} e_n^0(\kappa_n)^2}{2g_n^{SD} P_{out}^s(\kappa_n)}} \times \sqrt{\frac{1}{16} \left(\sqrt{1 + \frac{8g_n^{RD}}{g^{SR}}} - 1 \right) \left(\sqrt{1 + \frac{8g_n^{RD}}{g^{SR}}} + 3 \right)} \quad (15)$$

$$e_n^{SR} = \frac{1}{g^{SR}} \sqrt{\frac{g^{SR} e_n^0(\kappa_n)^2}{2g_n^{SD} P_{out}^s(\kappa_n)}} \times \sqrt{\frac{\sqrt{1 + \frac{8g_n^{RD}}{g^{SR}}} + 3}{\sqrt{1 + \frac{8g_n^{RD}}{g^{SR}}} - 1}} \quad (16)$$

After these calculations we again calculate $e_n^{direct}(\kappa_n)$ using (5). If $e_n^{direct} < e_n^{RD}(\kappa_n) + e_n^{SR}(\kappa_n)$

$$\begin{aligned} e_n^{SD}(\kappa_n) &= e_n^{direct}(\kappa_n) \\ e_n^{RD}(\kappa_n) &= e_n^{SR}(\kappa_n) = 0 \end{aligned}$$

3.4. Decode and Forward with Time Optimization (DF-TO)

Time optimization can be used together with cooperative transmission as in Figure 1(c). In the first subframe the source transmits to the relay but the destination doesn't decode this signal, therefore the modulation/coding pair - hence, the duration- can be different than $T_f/2$. In the second subframe the source and relay transmit simultaneously using again a space time coding scheme. If the source-relay channel is good, then it is good to decrease first subframe duration in order to decrease energy expenditure in the second subframe. We call this scheme as Decode-and-Forward with Time Optimization (DF-TO). Now let us define, $e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n) = \alpha_n T_f \kappa_n N_o W_s \left(2^{\frac{R_n}{W_s T_f \kappa_n \alpha_n}} - 1 \right)$ and $e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n) = (1 - \alpha_n) T_f \kappa_n N_o W_s \left(2^{\frac{R_n}{W_s T_f \kappa_n (1 - \alpha_n)}} - 1 \right)$. We redefine the subchannel outage probability as follows [3],

$$\begin{aligned} P_{out}^s(\kappa_n) &= Pr \left\{ e_n^{SR} g^{SR} h^{SR} < e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n) \right\} \\ &+ Pr \left\{ e_n^{SR} g^{SR} h^{SR} \geq e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n) \right\} \\ &\times Pr \left\{ e_n^{SD} g_n^{SD} h^{SD} + e_n^{RD} g_n^{RD} h^{RD} < e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n) \right\} \quad (17) \end{aligned}$$

We need to find e_n^{SR} , e_n^{SD} and e_n^{RD} that satisfies the above equation with minimum total. In order to find the energy values more simply (sacrificing optimality), we make the approximations

$$\begin{aligned} Pr \left\{ e_n^{SR} g^{SR} h^{SR} < e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n) \right\} &\simeq \frac{e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n)}{e_n^{SR} g^{SR}} \\ Pr \left\{ e_n^{SR} g^{SR} h^{SR} \geq e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n) \right\} &\simeq 1. \end{aligned}$$

The last term in (17) is the probability of sum of two random variables being greater than a constant,

$$Pr \left\{ e_n^{SD} g_n^{SD} h^{SD} + e_n^{RD} g_n^{RD} h^{RD} < e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n) \right\} \\ = \frac{1 - e^{-\frac{e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n)}{e_n^{SD} g_n^{SD}}} - 1 - e^{-\frac{e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n)}{e_n^{RD} g_n^{RD}}}}{e_n^{RD} g_n^{RD} - e_n^{SD} g_n^{SD}} \quad (18)$$

which can be approximated as

$$Pr \left\{ e_n^{SD} g_n^{SD} h^{SD} + e_n^{RD} g_n^{RD} h^{RD} < e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n) \right\} \\ \simeq \frac{e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n)^2}{2e_n^{SR} e_n^{RD} g_n^{SD} g_n^{RD}}, \text{ finding}$$

$$P_{out}^s(\kappa_n) = \frac{e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n)}{e_n^{SR} g^{SR}} + \frac{e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n)^2}{2e_n^{SD} e_n^{RD} g_n^{SD} g_n^{RD}} \quad (19)$$

It can be shown that the equality $e_n^{SD} = e_n^{RD}$ must hold. Then the equation becomes

$$P_{out}^s(\kappa_n) = \frac{e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n)}{e_n^{SR} g^{SR}} + \frac{(e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n))^2}{2(e_n^{RD})^2 g_n^{SD} g_n^{RD}} \quad (20)$$

Using standard Lagrange multiplier techniques we obtain the relation $e_n^{SR} = \sqrt{\frac{2e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n) g_n^{SD} g_n^{RD}}{(e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n))^2 g^{SR}}} (e_n^{RD})^{3/2}$ and then the following equation in terms of e_n^{RD} ,

$$P_{out}^s(\kappa_n) e_n^{SR} (e_n^{RD})^2 \\ = \frac{e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n) (e_n^{RD})^2}{g^{SR}} + \frac{(e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n))^2 e_n^{SR}}{2g_n^{SD} g_n^{RD}} \quad (21)$$

$$0 = P_{out}^s(\kappa_n) \sqrt{\frac{2e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n) g_n^{SD} g_n^{RD}}{(e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n))^2 g^{SR}}} (e_n^{RD})^{7/2} \\ - \frac{e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n)}{g^{SR}} (e_n^{RD})^2 \\ - \frac{(e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n))^2}{2g_n^{SD} g_n^{RD}} \sqrt{\frac{2e_n^{01}(\kappa_n, \alpha_n) g_n^{SD} g_n^{RD}}{(e_n^{02}(\kappa_n, \alpha_n))^2 g^{SR}}} (e_n^{RD})^{3/2} \quad (22)$$

The root of this equation can be found using Newton's method. If $e_n^{direct}(\kappa_n)$ in (5) is smaller than $e_n^{relay}(\kappa_n, \alpha_n^*)$ then direct transmission is chosen.

4. RESOURCE ALLOCATION ALGORITHM

While describing the above transmission schemes, we derived the energy (and subframe time) allocation given the number of subchannels allocated to a user. How do determine the number of subchannels allocated to each user?

4.1. Optimal Solution

Let us define the cost function for node n as $\mathbf{c}_n = [e_n^*(1), e_n^*(2), \dots, e_n^*(K)]$, where $e_n^*(k)$ is the optimal energy expenditure when k subchannels are allocated to node n . These values are found using the analyses in the previous section. Then, let us define the overall cost function $\mathbf{c} = [\mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2, \dots, \mathbf{c}_N]$ as a vector of length NK . The allocation vector for node n is defined as $\mathbf{x}_n = [x_{n,1}, x_{n,2}, \dots, x_{n,K}]$, where $x_{n,k}$ is 1 if k subchannels are allocated to user n , and zero otherwise. Only one of elements of \mathbf{x}_n can be 1. Let the overall decision vector be $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N]$. The objective of allocation should be maximizing $\mathbf{c}\mathbf{x}^T$. There are two main constraints 1) The total allocated subchannels should be less than or equal to K , 2) For each user a number of subchannels are selected from 1 to K . Let's $\mathbf{1}_K$, and $\mathbf{0}_K$ be vectors of ones and zeros of length K , respectively.

$$\max_{\mathbf{x}} \mathbf{c}\mathbf{x}^T \quad (23)$$

s.t.

$$[1, 2, \dots, K, 1, 2, \dots, K, \dots, 1, 2, \dots, K] \leq K \quad (24)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1}_K & \mathbf{0}_K & \dots & \mathbf{0}_K \\ \mathbf{0}_K & \mathbf{1}_K & \mathbf{0}_K & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_K & \dots & \mathbf{0}_K & \mathbf{1}_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

The inequality in (24) enforces that the total number of allocated subchannels is less than or equal to K (The left hand side of it is a vector of length NK). The matrix in (25) has N rows and NK columns. It enforces that for each node one of numbers $1, 2, \dots, K$ is chosen. The resulting problem is a standard binary integer programming problem and can be solved using `binprog` in MATLAB.

4.2. Greedy Algorithm

In this section we present a greedy subchannel allocation algorithm that is much simpler than solving the above binary integer programming problem. We present the algorithm for the DF-TO scheme. Other schemes are similar,

1. Set $\kappa_n = 1, \forall n$
2. For each user calculate $e_n(\kappa_n, \alpha_n^*)$ and $e_n(\kappa_n + 1, \alpha_n^*)$ ($e_n(\kappa_n, \alpha_n^*) = \min\{e_n^{relay}(\kappa_n, \alpha_n^*), e_n^{direct}(\kappa_n)\}$)
3. Determine $n^* = \arg \max_n \{e_n(\kappa_n, \alpha_n^*) - e_n(\kappa_n + 1, \alpha_n^*)\}$ and $\Delta e^* = \max_n \{e_n(\kappa_n, \alpha_n^*) - e_n(\kappa_n + 1, \alpha_n^*)\}$
4. **If** $\Delta e^* > 0$ **Set** $\kappa_{n^*} = \kappa_{n^*} + 1$ **else** finish
5. **If** $\sum_n \kappa_n = K$ **finish else** continue from Step 2

The proposed greedy algorithm allocates at each round a subchannel to the user that most needs it. Step 1 allocates

each user a subchannel. Step 2 calculates the energy requirement for the current number of subchannels and for the case of one more added subchannel for each user. Step 3 calculates the decrease in energy expenditure by adding one more subchannel to each user. Then it finds the user that can most improve its energy expenditure by adding a subchannel. Step 4 allocates a subchannel to the maximizing user. This continues until all subchannels are allocated. Depending on the characteristics of the energy function it is also possible that allocating more than a certain number of subchannels causes increase in energy expenditure. This is also the case in our problem and it is related to the definition of outage. An outage happens for a destination node if one of the subchannels experience outage. Increasing the number of subchannels first decreases the energy expenditure but then increases the chance of outage (Figure 2), thus requiring more energy to compensate it (especially if rate requirement is low). The algorithm finishes if either all subchannels are allocated or adding a subchannel results in increased energy expenditure for all nodes.

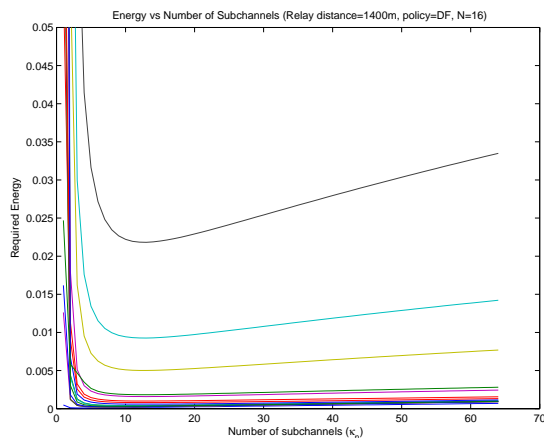


Figure 2. Variation of required energy expenditure for all users with the number of subchannels. The characteristics show that adding one more subchannel brings diminishing returns as the number of subchannels increase. In fact energy expenditure increases after allocating more than a certain number of subchannels to a node. The characteristics are similar for all transmission schemes.

Step 2 also involves finding the optimal α_n for a given number of allocated subchannels for all users (For NCR-TO and DF-TO). Simulation results show that the energy $e_n(\kappa_n, \alpha_n)$ is a convex function of $\alpha_n = t_n \times \frac{T_s}{T_f}$ where $t_n \in \{1, 2, \dots, K-1\}$. The search algorithm starts from $t_n = \text{round}(\frac{T_f}{T_s 2})$. Then the algorithm increases t_n by one. If the energy expenditure decreases, then t_n is increased by one until the minimizing t_n is found. If the energy expenditure increases then t_n is decreased by one until the minimizing t_n is found.

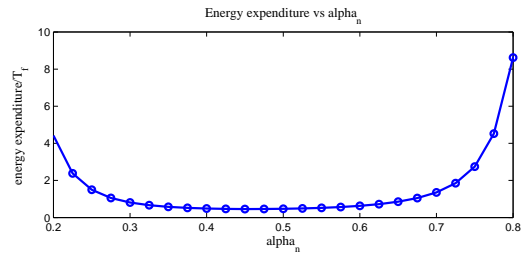


Figure 3. Energy expenditure is a convex function of α_n . Giving too much subframe for either source or relay increases the energy requirement of the other one. Optimal α_n is somewhere in between. This convexity simplifies search for energy-optimal α_n^* . Relay distance is 1400m, number of nodes is 16. Total rate requirement is 10 Mbps.

4.2.1. Optimality

The resource allocation algorithm greedily allocates the subchannels to the user that it provides most energy decrease. The paper [22] proves that such greedy allocations are optimal for a specific class of problems. If adding more resources to a node brings diminishing returns (i.e. concavity), then allocating a resource to the user that brings maximum increase of utility is the optimum scheme. In our problem we can regard *negative energy* as the utility. Diminishing return characteristics in Figure 2 show that the above algorithm is suitable. On the other hand, various approximations that we made to ease the analysis results in loss of optimality.

5. NUMERICAL EVALUATION

In this section we numerically evaluate the four transmission policies. We consider a *tandem* cell of 2000 meters long, where the base station is located at the origin and the users are located uniformly in the region 100-2000 meters. As for the channel model we adopt the IEEE 802.16j model, where the path loss in the source relay (BS-RS) link is $31.5 + 35 \times \log_{10}(d)$ dB and the path loss in the source-destination and relay-destination link is $36.5 + 23.5 \times \log_{10}(d)$ dB. Here d (in meters) is the distance of the considered link. Log normal shadowing (in dB) has standard deviation of 3.4 dB in the source relay and 8 dB in the source-destination and relay destination channel. Rayleigh fading is assumed to be independent across all the links and subchannels. Total bandwidth is 5MHz and it is divided into 64 subchannels.

We first compare the performances of the binary integer programming based subchannel allocation with our greedy algorithm. Figure 4 shows the cumulative distribution function of the energy expenditure for different transmission schemes and both subchannel allocations. Results show that the performances of optimal and greedy suboptimal schemes are almost identical. Therefore, we

will use the suboptimal algorithm in the following simulations.

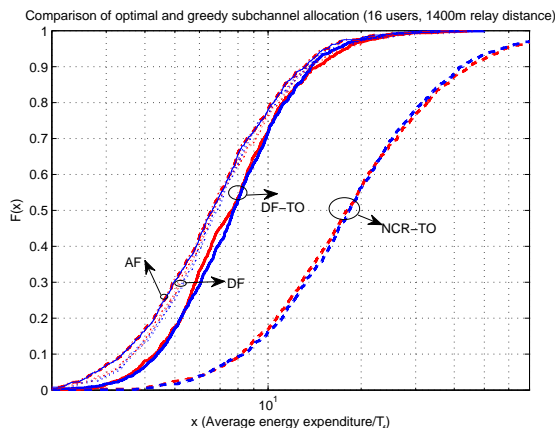


Figure 4. Greedy subchannel allocation algorithm is almost identical to the optimal one based on binary integer programming

Figure 5 presents the total energy expenditure vs. distance of relay from the base station. We obtained these results for a total rate requirement of 10Mbps divided equally into 16 users. We changed the source-relay distances from 1000 to 1800 m in 100 m steps. For each distance we generated 10000 different sets of path losses, shadow fading and Rayleigh fading; ran the algorithms and took the averages of total energy expenditures. We further divided these values by the frame duration T_s to obtain the average power expenditure. The most interesting result in Figure 5 is that cooperative transmission results in significant savings from energy. Cooperative relaying results in less than half (almost one third) of the energy expenditure of noncooperative relaying. Second interesting result is that the further performance improvement by optimization of the subframe time may not be worth it because it is less significant and requires much more computation time. DF-TO is the best when the relay distance is less than 1200 meters. The reason is that the source relay channel is good, subframe can be shortened and second subframe length can be increased in order to decrease energy expenditure (at the expense of increased computational time). For the typical relay distances of 1300-1400 meters, AF without time optimization results in best performance. Lastly, we observe that best performance is observed when the source-relay distance is between 1400-1500m.

We also need to check if we achieve the target outage probability. Target outage probability is chosen to be 0.01 in all simulations. Table I shows that for the non cooperative case this target is achieved. For the cooperative cases the outage performance is better than 0.01. This is because of the high SNR approximations that were made in the analysis. Less energy expenditure can be achieved

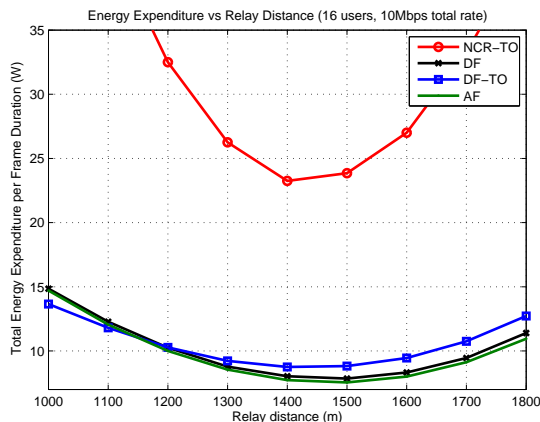


Figure 5. Energy expenditure performances for all four policies as a function of relay distance from base station. Target outage probability is 0.01. Number of users is 16 and total rate requirement is 10Mbps. AF and DF protocols are simple since they do not need time optimization. Besides their performance is much better than the non cooperative scheme. For a typical relay location AF algorithm results in the best performance probably since it does not propagate errors.

by using the exact formula instead of approximations, however the approximation results in a very simple scheme with acceptable performance. In Table II we see less deviations from target outage for the case of 0.001 outage probability. This is because the SNR is (has to be) higher and high-SNR approximations become more accurate.

	1000m	1200m	1400m	1600m	1800m
NCR-TO	0.0101	0.0100	0.0101	0.0105	0.0097
DF	0.0086	0.0084	0.0087	0.0090	0.0091
DF-TO	0.0093	0.0094	0.0090	0.0094	0.0091
AF	0.0085	0.0081	0.0080	0.0081	0.0082

Table I. Outage Probabilities vs. Distance for all policies. Target outage probability is 0.01. There are 16 users and the total rate requirement is 10Mbps. The High-SINR approximations that we make results in actual outage probabilities that deviate from 0.01.

	1000m	1200m	1400m	1600m	1800m
NCR-TO	0.00095	0.0011	0.00104	0.00093	0.0001
DF	0.00088	0.0011	0.00094	0.0010	0.0011
DF-TO	0.00086	0.00107	0.00112	0.00085	0.0011
AF	0.00091	0.00098	0.00093	0.00088	0.00085

Table II. Outage Probabilities vs. Distance for all policies. Target outage probability is 0.001. Low target outage means high SINR, which makes our approximation more accurate actual outage probabilities are closer to the target.

The reason of close performance of CR and CR-TO implies that time optimization is not as effective as cooperative diversity. Figure 3 shows for a typical case

that the performance $0.3 < \alpha_n < 0.6$ does not provide significant performance variation. Figure 6 shows the cumulative distribution of α for the above simulation parameters. This figure shows that $0.3 < \alpha_n < 0.6$ has an 80 percent occurrence, which means that for most of the cases optimizing α results in insignificant performance difference.

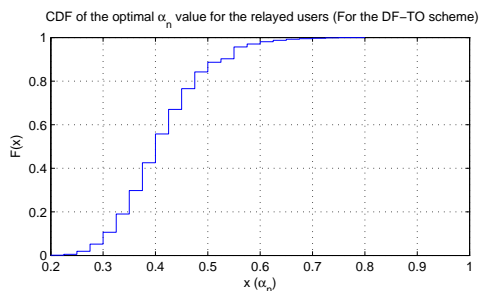


Figure 6. Cumulative distribution of alpha for the relayed users. Source-Relay distance is 1400m and there are 16 users.

Figure 7 shows the cumulative distribution of the total energy expenditure per frame for all four policies. We see that the AF policy is the best one and DF closely follows it. Figure 8 shows the total energy expenditure per frame as a function of number of users. Total rate requirement is 10Mbps and is divided equally among the users. Energy expenditure decreases because rate requirement per user decreases, although the total rate requirement keeps the same.

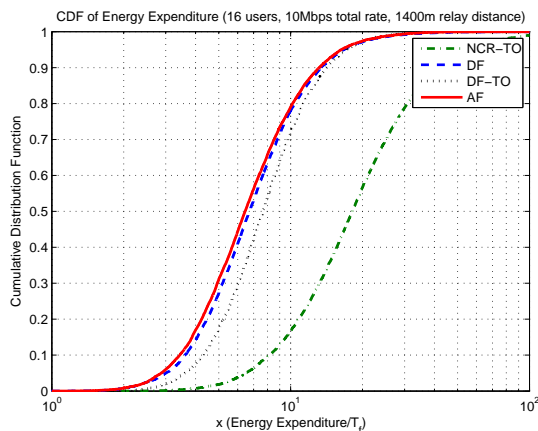


Figure 7. Cumulative distribution of total energy expenditure (normalized by frame duration). Source-Relay distance is 1400m, target outage probability is 0.01 and there are 16 users.

6. CONCLUSION

In this paper we proposed an energy-efficient subchannel, power and subframe allocation scheme for a multiuser, multichannel system that utilizes a relay node. The base station makes the resource allocation only based on

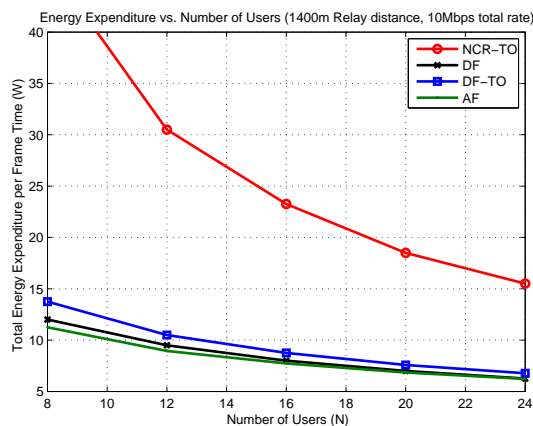


Figure 8. Total energy expenditure per frame vs number of users. Total rate requirement is 10Mbps and Source-Relay distance is 1400m, energy expenditure decreases but the performance comparison of the policies are same for different numbers of users.

the pathloss and slow fading, without knowing the fast fading. In this setting, we showed that using cooperative diversity both achieves the target outage probability and requires less than half, almost one-third of energy required by non-cooperative relaying. This performance improvement can be achieved without adjusting the subframe durations, which significantly decreases the complexity. The proposed policies can be used both for uplink and downlink. Since they rely only on pathloss and slow fading, the computations do not have to be made often. Future work will consider Incremental Relaying and other more complex policies [3] in addition to Decode and Forward and Amplify and Forward. Proportional Fairness will be considered as an objective instead of energy efficiency.

ACKNOWLEDGMENT

The work in this paper was supported by Turkish Scientific and Technical Research Council (TUBITAK) under 1001 grant 108E208.

REFERENCES

1. Masato Okuda, Chenxi Zhu, Dorin Viorel, "Multihop Relay Extension for WiMax Networks-Overview and Benefits of 802.16j IEEE Standard", Fujitsu scientific and technical journal, vol. 44, no. 3, pp. 292-302, 2008
2. Pabst, R.; Walke, B.H.; Schultz, D.C.; Herhold, P.; Yanikomeroglu, H.; Mukherjee, S.; Viswanathan, H.; Lott, M.; Zirwas, W.; Dohler, M.; Aghvami, H.; Falconer, D.D.; Fettweis, G.P., "Relay-based deployment

- concepts for wireless and mobile broadband radio," *Communications Magazine, IEEE*, vol.42, no.9, pp. 80-89, Sept. 2004
3. J. N. Laneman, D. N. C. Tse and G. W. Wornell "Cooperative diversity in wireless networks: Efficient protocols and outage behavior," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. 50, pp. 30-62, Dec. 2004.
 4. Yong Li; Wenbo Wang; Jia Kong; Wei Hong; Xing Zhang; Mugen Peng, "Power Allocation and Subchannel Pairing in OFDM-Based Relaying Networks", *IEEE International Conference on Communications* pp.2602-2606, 19-23 May 2008
 5. Lei You; Mei Song; Junde Song; Qingyu Miao; Yong Zhang, "Adaptive Resource Allocation in OFDMA Relay-Aided Cooperative Cellular Networks," *Vehicular Technology Conference*, pp.1925-1929, 11-14 May 2008
 6. O. Amin and M. Uysal, Adaptive Power Loading for OFDM Cooperative Networks, 11th Canadian Workshop on Information Theory, Ottawa, Ontario, Canada, May 2009
 7. Truman Chiu-Yam Ng, Wei Yu, Jianzhong Zhang, Anthony Reid "Joint Optimization of Relay Strategies and Resource Allocations in Cooperative Cellular Networks" *IEEE Journal on Selected areas in Communications*, February, 2007. pp. 328-339.
 8. Can, B.; Yanikomeroglu, H.; Onat, F.A.; De Carvalho, E.; Yomo, H., "Efficient Cooperative Diversity Schemes and Radio Resource Allocation for IEEE 802.16j," *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, pp.36-41, March 31 -April 3 2008
 9. B. Can, H. Yomo, and E. d. Carvalho, "Link Adaptation and Selection Method for OFDM Based Wireless Relay Networks," *Journal of Communication Networks*, vol. 9, no. 2, pp. 118-127, June 2007
 10. Bo Gui; Lin Dai; Cimini, L.J., "Selective Relaying in Cooperative OFDM Systems: Two-Hop Random Network," *Wireless Communications and Networking Conference, 2008. WCNC 2008. IEEE*, vol., no., pp.996-1001, March 31 2008-April 3 2008
 11. Siritwongpairat, W.; Sadek, A.; Liu, K.J.R., "Cooperative communications protocol for multiuser OFDM networks," *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, vol.7, no.7, pp.2430-2435, July 2008
 12. K. Bakanoglu, D. Gunduz, and E. Erkip, Dynamic resource allocation for the broadband relay channel, in *Proc. Asilomar Conf. on Signals, Systems and Computers*, Monterey, CA, Nov. 2007.
 13. Kibeom Seong, Mehdi mohseni, John M. Cioffi "Optimal Resource Allocation for OFDMA Downlink Systems" *IEEE ISIT*, July 9-14th, 2006.
 14. Inhyoung Kim, In-Soon Park, Lee, Y.H. "Use of linear programming for dynamic subchannel and bit allocation in multiuser OFDM" *IEEE Veh. Technol. Vol. 55* pp. 1195-120
 15. T. Girici "Joint power, subchannel and subframe allocation in Multihop relay networks", *International Journal of Communication Systems*, vol. 22(7), pp. 835-855, 2009.
 16. C. Muller, A. Klein, F. Wegner, M. Kuipers, and B. Raaf, "Dynamic Subchannel, Bit and Power Allocation in OFDMA-Based Relay Networks," in *Proceedings of 12th International OFDM Workshop*, 2007.
 17. Kaneko, M.; Popovski, P.; Hayashi, K., "Throughput-Guaranteed Resource-Allocation Algorithms for Relay-Aided Cellular OFDMA System," *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol.58, no.4, pp.1951-1964, May 2009
 18. Z. Han; T. Himsoon; W.P. Siritwongpairat; K.J.R. Liu, "Energy-efficient cooperative transmission over multiuser OFDM networks: who helps whom and how to cooperate," *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, vol.2, pp. 1030-1035, 13-17 March 2005
 19. B. Gui, L. J. Cimini Jr. "Bit Loading Algorithms for Cooperative OFDM Systems", *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, Volume 2008, p.p 1-9.
 20. R. U. Nabar, H. Blcskei, and F. W. Kneubuhler Fading relay channels: Performance limits and space-time signal design *IEEE J. Sel. Areas Commun.*, vol. 22, no. 6, pp. 1099-1109, Aug. 2004.
 21. Seddik, K.G.; Sadek, A.K.; Weifeng Su; Liu, K.J.R., "Outage Analysis and Optimal Power Allocation for Multinode Relay Networks," *Signal Processing Letters, IEEE*, vol.14, no.6, pp.377-380, June 2007
 22. W. Shih, "A New Application of Incremental Analysis in Resource Allocations", *Journal of the Operational Research Society* (1974) 25, 587-597

Achievable Rates for Two User Cooperative OFDMA

Sezi Bakım Onur Kaya
Department of Electronics Engineering
Işık University
Şile, Istanbul, Turkey

sezi.bakim@isik.edu.tr onurkaya@isikun.edu.tr

Abstract—We propose two encoding strategies for a two user cooperative Orthogonal Frequency Division Multiple Access (OFDMA) system, based on block Markov superposition encoding. We obtain the expressions for the resulting achievable rate regions for both encoding strategies, and evaluate them through simulations. We show that, by allowing for re-partitioning and re-encoding of the cooperative messages across subchannels, it is possible to better exploit the diversity created by OFDMA, and higher rates can be achieved.

I. INTRODUCTION

OFDMA provides a relatively simple way of assigning available bandwidth to users, while avoiding multi-user interference; and at the same time, it converts a frequency selective fading channel, to parallel flat fading subchannels, hence reducing the effects of intersymbol interference. However, like all orthogonal multiple accessing techniques, OFDMA incurs a loss in achievable rates. Moreover, in wireless channels, what is considered as interference is in fact side information, and combined with the diversity created by the orthogonal subchannels in OFDMA, this side information can be carefully taken advantage of to increase the rates achievable by the users.

In OFDMA, one way of exploiting the diversity created across the orthogonal subchannels is resource (i.e., power, subchannel) allocation, which has been studied extensively in the literature. One example is [1], where the authors solve the power and subchannel allocation problem in two phases. In the first phase, each subchannel is assigned to the user with the best channel state; in the second, power allocation is executed by single user water-filling. A similar problem was solved in [2] by optimizing a utility function, which is assumed to be a function of the rates. There, Karush-Kuhn-Tucker (KKT) conditions were used and an algorithm with low complexity was proposed. The problems of downlink subchannel and power allocation and continuous and discrete rate adaptation were solved in [3], by using ergodic rates as the objective function, and Lagrangian techniques. These works, as well as many others, all assume orthogonal transmissions, and do not take into account the possibility of cooperation based on side information provided by the channel.

The idea of cooperative communications roots from the simplest form of cooperative channel model: the relay channel. This channel was first studied in [4]. Later, in the seminal paper [5], fundamental capacity and achievable rate theorems for the relay channel were proved, and several coding and decoding techniques were proposed. The extension of the one sided cooperative relay model to mutual cooperation was made possible by the introduction of multiple access channels (MAC) with generalized feedback [6], [7]. In [7], an achievable rate

region, which was larger than that of [6], was obtained by utilizing block Markov superposition encoding and backward decoding. More recently, in [8], the MAC with generalized feedback was used to model a fading cooperative additive white Gaussian noise (AWGN) channel, and the results therein made cooperative communications very attractive.

The use of cooperative protocols in OFDM systems was investigated extensively by many authors over the recent years. In [9], the authors obtained bounds on pairwise error probability for single antenna OFDM systems employing cooperative convolutional codes. In [10], per subcarrier hybrid cooperation strategies were proposed, with the goal of minimizing the error probability. Methods for subcarrier selection in multihop OFDM systems were developed in [11]. Resource allocation for an OFDMA system where each user is allowed to transmit and receive at the same time, but necessarily on different subcarriers, was considered in [12]. An amplify-and-forward (AF) scheme based on time-division duplex transmissions was employed in [13] with the aim of maximizing system throughput and enhancing fairness in a cooperative OFDMA uplink system.

The works in the literature related to cooperative OFDM, some examples of which are listed above, either consider a one sided cooperation strategy, or a mutually cooperative strategy based on two parallel dedicated relay channels, or mutual cooperation based on a time division protocol. In this paper, without imposing any prior constraints on which users will use which subchannels, we propose two full duplex cooperative encoding strategies: intra-subchannel and inter-subchannel cooperative encoding. These strategies use decode and forward (DF) approach and are based on block Markov superposition encoding. Intra-subchannel cooperative encoding is an extension of the two user cooperative strategy in [7] and [8] to OFDMA, and inter-subchannel cooperative encoding is a novel method which allows for re-partitioning and re-encoding of the cooperative messages across subchannels. We obtain the achievable rate regions for both strategies, and compare them with non-cooperative OFDMA capacity region. We demonstrate through simulations that, the new encoding strategies provide significant rate improvements.

II. SYSTEM MODEL

We consider a two user cooperative OFDMA system with N subchannels, modelled by,

$$Y_0^{(i)} = \sqrt{h_{10}^{(i)}} X_1^{(i)} + \sqrt{h_{20}^{(i)}} X_2^{(i)} + Z_0^{(i)}, \quad (1)$$

$$Y_1^{(i)} = \sqrt{h_{21}^{(i)}} X_2^{(i)} + Z_1^{(i)}, \quad (2)$$

$$Y_2^{(i)} = \sqrt{h_{12}^{(i)}} X_1^{(i)} + Z_2^{(i)}, \quad (3)$$

where, for each subchannel $i \in \{1, \dots, N\}$, $X_k^{(i)}$ is the symbol transmitted by node k , $Z_j^{(i)}$ is the zero-mean additive white Gaussian noise at node j , $h_{kj}^{(i)}$ is the fading coefficient between nodes k and j , and $Y_j^{(i)}$ is the symbol received at node j ; with $k \in \{1, 2\}$ and $j \in \{0, 1, 2\}$. Here, the receiver is denoted by $j = 0$. The variance of $Z_j^{(i)}$ is given by $\sigma_j^{(i)2}$. To simplify the notation throughout the paper, we define the normalized fading coefficients $s_{kj}^{(i)} = \frac{h_{kj}^{(i)}}{\sigma_j^{(i)2}}$.

Note that, this model can be extended to a more general setting with many users, if we assign different subsets of available subchannels to separate pairs of users, and the results we obtain in this paper will be readily extendable, thanks to the orthogonal nature of the channel. Clearly, in that scenario one also needs to address issues such as optimal grouping of cooperative partners, and assignment of subchannels to those pairs, which are interesting extensions to this work but are beyond the scope of this paper.

III. CODING TECHNIQUES AND RATE REGIONS FOR COOPERATIVE OFDMA

The channel model given in (1)-(3) consists of N orthogonal two user cooperative multiple access channels (CMAC) in parallel, over which users 1 and 2 communicate with a common receiver. Therefore, the encoding and decoding techniques known for the two user CMAC [8] can be easily extended to this system with N subchannels in parallel, by simply dividing the total message to be transmitted into smaller sub-messages, and encoding each submessage independently over the orthogonal cooperative channels. This approach, which we call intra-subchannel cooperative encoding, is relatively easy to implement, but it does not allow us to take full advantage of the diversity created across subchannels by the OFDM system. For instance, if on one subchannel, the inter-user link is very strong, but user-destination links are consistently very weak, the total data rate of the submessage on that link will be dictated by the weaker link. If, however, we allow submessages received by a user on each subchannel to be combined, re-encoded and forwarded to the intended receiver by a re-allocation of the received message onto the subchannels, we will potentially obtain better rates. Therefore, we propose an implementation of such an approach, and call it inter-subchannel cooperative encoding. Since both of the encoding policies rely on the same message generation process, we first discuss how the messages to be transmitted are formed. Next, the two encoding policies briefly explained above, will be presented in more detail and their corresponding achievable rate regions will be derived.

A. Message Generation

We assume that users 1 and 2 have independent messages, w_1 and w_2 respectively, to be conveyed to the receiver. These messages are first divided into two submessages, i.e., $w_1 = \{w_{10}, w_{12}\}$ and $w_2 = \{w_{20}, w_{21}\}$, as in [7], [8]. Here, w_{kj} is intended to be decoded by user j and the receiver, and w_{k0} is intended to be decoded by the receiver, where $j, k \in \{1, 2\}$ and $j \neq k$.

These two submessages are further divided into N sub-messages each, to be separately transmitted over N subchannels:

$$\begin{aligned} w_{k0} &= \{w_{k0}^{(1)}, \dots, w_{k0}^{(N)}\}, \\ w_{kj} &= \{w_{kj}^{(1)}, \dots, w_{kj}^{(N)}\}. \end{aligned} \quad (4)$$

The corresponding submessages over each subchannel have the rates $\{R_{k0}^{(1)}, \dots, R_{k0}^{(N)}\}$ and $\{R_{kj}^{(1)}, \dots, R_{kj}^{(N)}\}$, respectively.

B. Intra-subchannel Cooperative Encoding

This encoding strategy is a rather trivial extension of the superposition block Markov encoding used in scalar channels [7], [8], [14], to OFDMA. The encoding in each subchannel is done independently, by mapping the submessages $w_{k0}^{(i)}$ and $w_{kj}^{(i)}$ onto codewords $X_k^{(i)}$ for each subchannel i . Following the notation in [8] and [14], and the message generation process described in (4), the transmitters divide their messages $w_k^{(b)}$ in block $b = 1, \dots, B$, into submessages $\{w_{k0}^{(i)}[b], w_{kj}^{(i)}[b]\}_{i=1}^N$. These submessages are then encoded using block Markov encoding, i.e.,

$$X_{k0}^{(i)} \left(w_{k0}^{(i)}[b], w_{kj}^{(i)}[b-1], \hat{w}_{jk}^{(i)}[b-1] \right), \quad (5)$$

$$X_{kj}^{(i)} \left(w_{kj}^{(i)}[b], w_{kj}^{(i)}[b-1], \hat{w}_{jk}^{(i)}[b-1] \right), \quad (6)$$

$$U_k^{(i)} \left(w_{kj}^{(i)}[b-1], \hat{w}_{jk}^{(i)}[b-1] \right). \quad (7)$$

Here, $X_{k0}^{(i)}$ carries the fresh information intended for the receiver, $X_{kj}^{(i)}$ carries the information intended for transmitter j for cooperation in the next block and $U_k^{(i)}$ is the common information sent by both transmitters for the resolution of the remaining uncertainty from the previous block, all of which are transmitted over the i^{th} subchannel and chosen from unit Gaussian distributions. The caret, as in $\hat{w}_{jk}^{(i)}[b-1]$, will be used to denote the estimates of messages throughout the paper. Finally, user k 's codeword in subchannel i is formed by the superposition of the codewords (5)-(7),

$$X_k^{(i)} = \sqrt{p_{k0}^{(i)}} X_{k0}^{(i)} + \sqrt{p_{kj}^{(i)}} X_{kj}^{(i)} + \sqrt{p_{U_k}^{(i)}} U_k^{(i)}, \quad (8)$$

for $j, k \in \{1, 2\}$, $k \neq j$. Note that, the codewords (5)-(7) in each subchannel, are assigned separate powers, which are required to satisfy the following average power constraints:

$$\sum_i p_{k0}^{(i)} + p_{kj}^{(i)} + p_{U_k}^{(i)} = \sum_i p_k^{(i)} \leq \bar{p}_k, \quad k = 1, 2. \quad (9)$$

Due to the orthogonal structure of OFDMA, the signals in separate subchannels may be independently decoded using backwards decoding at the receiver, without interfering with each other. Therefore, by suitably extending the results in [8] to N parallel subchannels, it can be shown that the rate region given in the following theorem is achievable:

Theorem 1: For a two user cooperative OFDMA channel which employs intra-subchannel cooperative encoding described by (5)-(8), an achievable rate region is given by the closure of the convex hull of all rate pairs (R_1, R_2) satisfying (10)-(15), where $R_1 = \sum_{i=1}^N R_{10}^{(i)} + R_{12}^{(i)}$, $R_2 = \sum_{i=1}^N R_{20}^{(i)} + R_{21}^{(i)}$, and the convex hull is taken over all power allocation policies

that satisfy (9).

$$R_{12}^{(i)} < C_{12}^{(i)} \triangleq E \left[\log \left(1 + \frac{s_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}}{s_{12}^{(i)} p_{10}^{(i)} + 1} \right) \right], \quad (10)$$

$$R_{21}^{(i)} < C_{21}^{(i)} \triangleq E \left[\log \left(1 + \frac{s_{21}^{(i)} p_{21}^{(i)}}{s_{21}^{(i)} p_{20}^{(i)} + 1} \right) \right], \quad (11)$$

$$R_{10}^{(i)} < C_{10}^{(i)} \triangleq E \left[\log \left(1 + s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)} \right) \right], \quad (12)$$

$$R_{20}^{(i)} < C_{20}^{(i)} \triangleq E \left[\log \left(1 + s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)} \right) \right], \quad (13)$$

$$R_{10}^{(i)} + R_{20}^{(i)} < C_0^{(i)} \triangleq E \left[\log \left(1 + s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)} + s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)} \right) \right], \quad (14)$$

$$R_1^{(i)} + R_2^{(i)} < C_s^{(i)} \triangleq E \left[\log \left(1 + s_{10}^{(i)} p_1^{(i)} + s_{20}^{(i)} p_2^{(i)} + 2\sqrt{s_{10}^{(i)} s_{20}^{(i)} p_{U_1}^{(i)} p_{U_2}^{(i)}} \right) \right]. \quad (15)$$

It is more instructive to express the rate constraints in terms of R_1 and R_2 directly, rather than expressing them in terms of the rates of individual submessages as in Theorem 1. This is done in the following corollary.

Corollary 1: The achievable rate region given in Theorem 1 is equivalent to the closure of the convex hull of all rate pairs (R_1, R_2) satisfying

$$R_1 < \sum_i \min \left\{ C_{12}^{(i)} + C_{10}^{(i)}, C_s^{(i)} \right\}, \quad (16)$$

$$R_2 < \sum_i \min \left\{ C_{21}^{(i)} + C_{20}^{(i)}, C_s^{(i)} \right\}, \quad (17)$$

$$R_1 + R_2 < \sum_i \min \left\{ C_s^{(i)}, C_{12}^{(i)} + C_{21}^{(i)} + C_0^{(i)} \right\}. \quad (18)$$

The minimum operations, required over each subchannel as in (16)-(18), prevent us from efficiently exploiting the diversity offered by OFDMA. Therefore, we propose a new encoding strategy, explained in the following section, which removes the obligation to transmit the same submessages on user-user and user-receiver links over each subchannel, thereby moving the minimum operations in (16)-(18) outside of the summations.

C. Inter-subchannel Cooperative Encoding

The block Markov encoding strategy relies on users decoding part of each other's messages in each block, and re-encoding them in the next block. Although this can be done on a subchannel (and hence submessage) basis as described in Section III-B, it can also be done by re-encoding the overall message received over all subchannels, by an appropriate re-partitioning of that message to subchannels, to be used in conjunction with the message generation process described in Section III-A.

Let us denote, the estimate at user j , of the message transmitted in the previous block by user k over subchannel i , by $\hat{w}_{kj}^{(i)}$, $j \neq k$. Since user j 's real objective is to decode the overall message w_{kj} and re-encode it, in the re-encoding process w_{kj} can be divided into new submessages with different rates:

$$w_{12} = \left\{ v_{12}^{(1)}, \dots, v_{12}^{(N)} \right\}, \quad (19)$$

$$w_{21} = \left\{ v_{21}^{(1)}, \dots, v_{21}^{(N)} \right\}. \quad (20)$$

The corresponding submessages over each subchannel have the rates $\left\{ R_{12}^{(1)}, \dots, R_{12}^{(N)} \right\}$ and $\left\{ R_{21}^{(1)}, \dots, R_{21}^{(N)} \right\}$, respectively. It is assumed that a table to match the new cooperative submessages, $v_{kj}^{(i)}$, to the cooperative submessages received in the previous block, $w_{kj}^{(i)}$, is available at both of the users and the receiver, hence, the receiver can obtain w_{kj} upon decoding $v_{kj}^{(i)}$ for all i .

It is important to note that, since $\left\{ w_{kj}^{(i)} \right\}_{i=1}^N$ and $\left\{ v_{kj}^{(i)} \right\}_{i=1}^N$, are just different partitionings of the same message w_{kj} , their total rates have to be the same, i.e.,

$$\begin{aligned} 2^n R_{12} &= 2^n R_{12}^{(1)} + \dots + 2^n R_{12}^{(N)} = 2^n R_{12}^{(1)} + \dots + 2^n R_{12}^{(N)}, \\ 2^n R_{21} &= 2^n R_{21}^{(1)} + \dots + 2^n R_{21}^{(N)} = 2^n R_{21}^{(1)} + \dots + 2^n R_{21}^{(N)}. \end{aligned} \quad (21)$$

An achievable rate region obtained using the re-partitioning in (19)-(20) is given in the following theorem.

Theorem 2: For a two user cooperative OFDMA channel, the rate region described by the closure of the convex hull of all rate pairs (R_1, R_2) satisfying

$$R_1 = \sum_{i=1}^N R_{10}^{(i)} + R_{12}^{(i)} = \sum_{i=1}^N R_{10}^{(i)} + R_{12}^{(i)}, \quad (22)$$

$$R_2 = \sum_{i=1}^N R_{20}^{(i)} + R_{21}^{(i)} = \sum_{i=1}^N R_{20}^{(i)} + R_{21}^{(i)}, \quad (23)$$

with

$$R_{12}^{(i)} < C_{12}^{(i)}, \quad (24)$$

$$R_{21}^{(i)} < C_{21}^{(i)}, \quad (25)$$

$$R_{10}^{(i)} < C_{10}^{(i)}, \quad (26)$$

$$R_{20}^{(i)} < C_{20}^{(i)}, \quad (27)$$

$$R_{10}^{(i)} + R_{20}^{(i)} < C_0^{(i)}, \quad (28)$$

$$R_{12}^{(i)} + R_{21}^{(i)} + R_{10}^{(i)} + R_{20}^{(i)} < C_s^{(i)}, \quad (29)$$

is achievable; where the convex hull is taken over all power allocation policies that satisfy (9), and $C_{12}^{(i)}$, $C_{21}^{(i)}$, $C_{10}^{(i)}$, $C_{20}^{(i)}$, $C_0^{(i)}$ and $C_s^{(i)}$ are defined in (10)-(15).

Proof: Although the statement of the theorem is very similar to that of Theorem 1, there are now two sets of rates, $R_{kj}^{(i)}$ and $R'_{kj}^{(i)}$, arising from the modification we propose in block Markov encoding. The codebook generation, encoding, and decoding policies are obtained by an extension of the approach in [7], to accommodate multiple submessages, as described below.

Codebook Generation:

The following codebook generation procedure is repeated for each subchannel $i = 1, \dots, N$.

- Generate $2^{n(R_{12}^{(i)} + R_{21}^{(i)})}$ length n sequences $u^{(i)}$ with i.i.d. unit Gaussian entries, and assign them to distinct message pairs $\{v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}\} \in \{1, \dots, 2^{nR_{12}^{(i)}}\} \times \{1, \dots, 2^{nR_{21}^{(i)}}\}$, to form $u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)})$.
- For every $u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)})$, generate $2^{nR_{10}^{(i)}}$ length n sequences $x_{12}^{(i)}$, and $2^{nR_{20}^{(i)}}$ length n sequences $x_{10}^{(i)}$ from independent unit Gaussian distributions, and

assign them to distinct $w_{12}^{(i)} \in \{1, \dots, 2^{nR_{12}^{(i)}}\}$ and $w_{10}^{(i)} \in \{1, \dots, 2^{nR_{10}^{(i)}}\}$ respectively; to form $x_{12}^{(i)}(w_{12}^{(i)}, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}))$ and $x_{10}^{(i)}(w_{10}^{(i)}, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}))$.

- For every $u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)})$, generate $2^{nR_{21}^{(i)}}$ length n sequences $x_{21}^{(i)}$ and $2^{nR_{20}^{(i)}}$ length n sequences $x_{20}^{(i)}$ from independent unit Gaussian distributions, and assign them to distinct $w_{21}^{(i)} \in \{1, \dots, 2^{nR_{21}^{(i)}}\}$ and $w_{20}^{(i)} \in \{1, \dots, 2^{nR_{20}^{(i)}}\}$ respectively; to form $x_{21}^{(i)}(w_{21}^{(i)}, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}))$ and $x_{20}^{(i)}(w_{20}^{(i)}, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}))$.

Encoding:

The way block Markov superposition encoding is executed is mostly similar to the case of intra-subchannel cooperative encoding, with the key difference that, in block b , the cooperative codeword U_k of each user k is now assigned to $\hat{v}_{jk}^{(i)}[b-1]$ and $v_{kj}^{(i)}[b-1]$, which are re-partitionings of the cooperative messages exchanged in the previous block. Then, in each block $b = 1, \dots, B$, appropriate codewords, which correspond to the messages from previous and current block, are selected from the randomly generated codebook above, i.e.,

$$X_{k0}^{(i)} \left(w_{k0}^{(i)}[b], v_{kj}^{(i)}[b-1], \hat{v}_{jk}^{(i)}[b-1] \right), \quad (30)$$

$$X_{kj}^{(i)} \left(w_{kj}^{(i)}[b], v_{kj}^{(i)}[b-1], \hat{v}_{jk}^{(i)}[b-1] \right), \quad (31)$$

$$U_k^{(i)} \left(v_{kj}^{(i)}[b-1], \hat{v}_{jk}^{(i)}[b-1] \right). \quad (32)$$

These codewords are superposed using (8), and are subject to the power constraint (9) as in Section III-B.

Note that, in the first block, $b = 1$, cooperative messages are set to $\{v_{12}^{(i)}[1], v_{21}^{(i)}[1]\} = \{1, 1\}$; and in the last block, $b = B$, the fresh information is set to $\{w_{12}^{(i)}(B), w_{10}^{(i)}(B), w_{21}^{(i)}(B), w_{20}^{(i)}(B)\} = \{1, 1, 1, 1\}$, over each subchannel $i = 1, \dots, N$.

Decoding:

For decoding, each user uses joint typicality check at the end of each block. The receiver on the other hand uses backwards decoding [7] to determine the transmitted messages. That is, in block B , the receiver decodes $v_{12}^{(i)}[B-1]$ and $v_{21}^{(i)}[B-1]$ over each subchannel i using joint typicality check, and therefore also knows $w_{12}[B-1]$ and $w_{21}[B-1]$. Then, in block $B-1$, it uses this information to jointly decode $\{v_{12}^{(i)}[B-2], w_{10}^{(i)}[B-1], v_{21}^{(i)}[B-2], w_{20}^{(i)}[B-1]\}$, based on which it may also deduce $w_{12}[B-2]$ and $w_{21}[B-2]$, and this process continues until the first block.

The decoding operation in an arbitrary block b for each subchannel $i = 1, \dots, N$, is equivalent to finding $\tilde{v}_{12}^{(i)}[b-1]$, $\tilde{v}_{21}^{(i)}[b-1]$, $\tilde{w}_{10}^{(i)}[b]$ and $\tilde{w}_{20}^{(i)}[b]$ for which

$$\left\{ \begin{aligned} & y^{(i)}[b], u^{(i)}(\tilde{v}_{12}^{(i)}[b-1], \tilde{v}_{21}^{(i)}[b-1]), \\ & x_{12}^{(i)}(\tilde{w}_{12}^{(i)}[b], u^{(i)}(\tilde{v}_{12}^{(i)}[b-1], \tilde{v}_{21}^{(i)}[b-1])), \\ & x_{21}^{(i)}(\tilde{w}_{21}^{(i)}[b], u^{(i)}(\tilde{v}_{12}^{(i)}[b-1], \tilde{v}_{21}^{(i)}[b-1])), \\ & x_1^{(i)}(\tilde{w}_{10}^{(i)}[b], \tilde{w}_{12}^{(i)}[b], u^{(i)}(\tilde{v}_{12}^{(i)}[b-1], \tilde{v}_{21}^{(i)}[b-1])), \\ & x_2^{(i)}(\tilde{w}_{20}^{(i)}[b], \tilde{w}_{21}^{(i)}[b], u^{(i)}(\tilde{v}_{12}^{(i)}[b-1], \tilde{v}_{21}^{(i)}[b-1])) \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

are jointly typical. The estimates of the re-partitioned cooperative messages $\tilde{v}_{kj}^{(i)}[b-1]$ are converted to estimates of the

cooperative messages $\tilde{w}_{kj}^{(i)}[b-1]$ using the match-up table available at the users and the receiver.

Using this decoding strategy, and well known properties of jointly typical sequences [7], [15], it can be shown that for n large enough, the average error probability can be made arbitrarily close to zero provided that the rates satisfy the following constraints:

$$R_{12}^{(i)} < I(X_{12}^{(i)}, Y_2^{(i)} | X_2^{(i)}, U^{(i)}), \quad (34)$$

$$R_{21}^{(i)} < I(X_{21}^{(i)}, Y_1^{(i)} | X_1^{(i)}, U^{(i)}), \quad (35)$$

$$R_{10}^{(i)} < I(X_1^{(i)}; Y^{(i)} | X_2^{(i)}, X_{12}^{(i)}, U^{(i)}), \quad (36)$$

$$R_{20}^{(i)} < I(X_2^{(i)}; Y^{(i)} | X_1^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U^{(i)}), \quad (37)$$

$$R_{10}^{(i)} + R_{20}^{(i)} < I(X_1^{(i)}, X_2^{(i)}; Y^{(i)} | X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U^{(i)}), \quad (38)$$

$$R_{12}^{(i)} + R_{21}^{(i)} + R_{10}^{(i)} + R_{20}^{(i)} < I(X_1^{(i)}, X_2^{(i)}; Y^{(i)}). \quad (39)$$

Finally, evaluating (34)-(39) for Gaussian codewords used in encoding, we obtain the desired result. ■

The improvement in the set of achievable rate pairs (R_1, R_2) , obtained by inter-subchannel cooperative encoding, becomes more apparent if we restate the achievable rates in Theorem 2 in terms of total rates of the users:

Corollary 2: The achievable rate region given in Theorem 2 is equivalent to the closure of the convex hull of all rate pairs (R_1, R_2) satisfying

$$R_1 < \sum_i C_{12}^{(i)} + C_{10}^{(i)}, \quad (40)$$

$$R_2 < \sum_i C_{21}^{(i)} + C_{20}^{(i)}, \quad (41)$$

$$R_1 + R_2 < \min \left\{ \sum_i C_s^{(i)}, \sum_i C_{12}^{(i)} + C_{21}^{(i)} + C_0^{(i)} \right\}. \quad (42)$$

Proof: Constraints (40) and (41) follow trivially from (22)-(28). Constraint (42) follows from (22)-(25), (28)-(29) and the fact that $R_{kj}^{(i)}$ and $R'_{kj}^{(i)}$ are constrained separately, and need not be equal on a given subchannel i ; as long as their sum over all subchannels remains the same. ■

Comparing the achievable rate region (40)-(42) of Corollary 2 with (16)-(18) of Corollary 1, we see that the minimum operations required for the individual rate constraints for each subchannel are removed, and the minimum operation required for the sum rate constraint (18) is taken outside the summation over the subchannels. This way, possible bottlenecks on achievable rates, caused by the per-subchannel constraints, are removed, and the rates obtained by inter-subchannel cooperative encoding are always greater than or equal to those obtained by intra-subchannel cooperation. The rate regions achievable by both strategies will be compared for some sample fading scenarios, in Section IV.

IV. SIMULATION RESULTS

In this section we evaluate the achievable rate regions (40)-(42) for inter-subchannel cooperative encoding and (16)-(18) for intra-subchannel cooperative encoding, and compare them with the capacity region of a non-cooperative OFDMA system. We assume that, for all three protocols, the users are able to allocate their total power across subchannels and codewords,

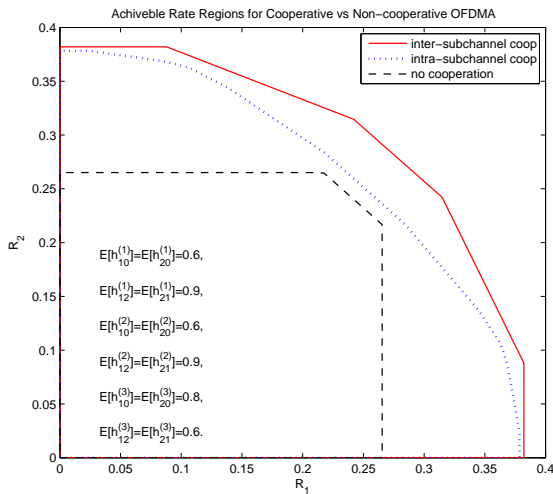


Fig. 1. Achievable rate regions for fading scenario 1.

but power allocation as a function of instantaneous fading states is not considered. Hence, we generate the rate regions using an exhaustive search over all valid distributions of available power over subchannels, as well as over codewords in each subchannel, and taking the convex hull of all achievable rates. The total power of each user and the noise variances are both set to unity. The achievable rate/capacity regions are generated for two separate fading scenarios, which are chosen from independent Rayleigh distributions, the means of which are shown in the respective Figures 1 and 2 along with the results.

In Figure 1, we see that the single user achievable rates for both cooperative strategies are similar, but the gap between the achievable rates of the two policies increases near the sum rate point. This can be explained as follows: the cooperative links on the first two subchannels are better on average, while the direct link is better on the third. Therefore, although the term $C_s^{(i)}$ is not very restrictive on the single user rates (16)-(17), it is restrictive for the sum rate (18). Since inter-subchannel cooperative coding can assign powers to cooperative codewords so that it mostly uses the third subchannel to send the cooperative codeword U , and the first two for cooperation among users, its advantage near the sum rate point is more pronounced.

In Figure 2, the gap among the two cooperative policies is more apparent, since now the direct link gain of user 1 is worse than user 2 on subchannel 1, and vice versa on subchannel 2. Therefore, the rate gains achievable in those sub-channels are hindered by the per-subchannel constraints of intra-subchannel cooperation, and in fact around the sum rate point it achieves rates only slightly better than non-cooperative OFDMA. Further simulations, the results of which are omitted due to space constraints, show that if the direct links are consistently worse than the cooperative links, the gains from both encoding policies get more and more significant, especially for single user rates.

V. CONCLUSION

In this paper we introduced a two user cooperative OFDMA system, and we proposed two encoding strategies: intra-subchannel cooperative encoding and inter-subchannel cooperative encoding, based on block Markov superposition encoding.

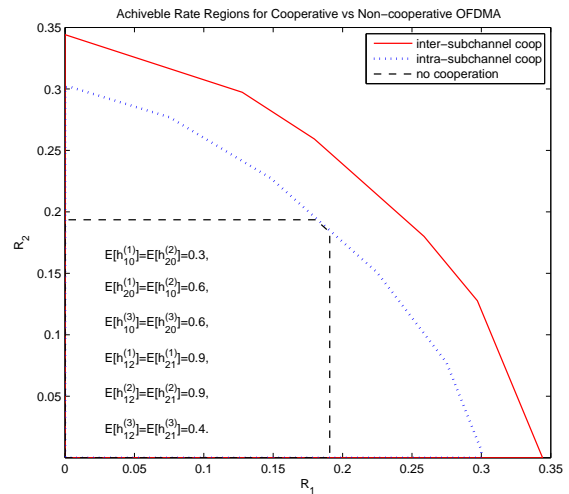


Fig. 2. Achievable rate regions for fading scenario 2.

We derived rate region expressions for both encoding strategies and showed that re-partitioning and re-encoding of the cooperative messages across subchannels, i.e., inter-subchannel cooperative encoding, is always superior to intra-subchannel cooperative encoding, and provides significant rate gains.

REFERENCES

- [1] J. Jang and K. Lee. Transmit Power Adaptation for Multiuser OFDM Systems. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 21: 171-178, February 2003.
- [2] C. Ng and C. Sung. Low Complexity Subcarrier and Power Allocation for Utility Maximization in Uplink OFDMA Systems. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, 7: 1667-1675, May 2008.
- [3] I. Wong and B. Evans. Optimal Downlink OFDMA Resource Allocation with Linear Complexity to Maximize Ergodic Rates. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, 7: 962-971, March 2008.
- [4] E. C. Van der Meulen. Three-Terminal Communication Channels. *Adv. Appl. Prob.*, 3: 120-154, 1971.
- [5] T. Cover and A. Gamal. Capacity Theorems for the Relay Channel. *IEEE Trans. on Information Theory*, 25: 572-584, Sep 1979.
- [6] A. Carleial. Multiple-Access Channels with Different Generalized Feedback Signals. *IEEE Trans. on Information Theory*, 28(6): 841-850, 1982.
- [7] F. M. J. Willems, E. C. van der Meulen and J. P. M. Schalkwijk. An Achievable Rate Region for the Multiple Access Channel with Generalized Feedback. In *Proc. Allerton Conference, Monticello, IL*, October 1983.
- [8] A. Sendonaris, E. Erkip and B. Aazhang. User Cooperation Diversity - Part I: System Description. *IEEE Trans. on Communications*, 51(11): 1927-1938, November 2003.
- [9] J. Lin and A. Stefanov. Coded Cooperation for OFDM systems. *International Conference on Wireless Networks, Communications and Mobile Computing*, 1: 7-10, June 2005.
- [10] B. Can, H. Yomo and E. D. Carvalho. Hybrid Forwarding Scheme for Cooperative Relaying in OFDM Based Networks. *IEEE International Conference on Communications Proceedings*, 45204525, June 2006.
- [11] L. Dai, B. Gui and L. Cimini. Selective Relaying in OFDM Multihop Cooperative Networks. *IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, 963-968, March 2007.
- [12] L. Weng and R. D. Murch. Cooperation Strategies and Resource Allocations in Multiuser OFDMA Systems. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 58(5), June 2009.
- [13] W. Shim, Y. Han and S. Kim. Fairness-Aware Resource Allocation in a Cooperative OFDMA Uplink System. *IEEE Trans. on Vehicular Technology*, 59(2): 932-939, February 2007.
- [14] O. Kaya and S. Ulukus. Power Control for Fading Cooperative Multiple Access Channels. *IEEE Trans. on Wireless Communications*, 6(8): 2915-2923, August 2007.
- [15] T. Cover and J. Thomas. *Elements of Information Theory*. New York: Wiley, 1991.

Optimum Power Control for Transmitter Cooperation in OFDMA Based Wireless Networks

Sezi Bakım and Onur Kaya
Department of Electrical and Electronics Engineering
Işık University, Şile, Istanbul, Turkey
sezi.bakim@isik.edu.tr onurkaya@isikun.edu.tr

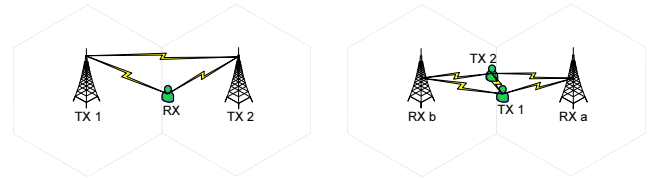
Abstract—For a cooperative orthogonal frequency division multiple access (OFDMA) system with two transmitters (TXs), and full channel state information (CSI), we obtain the optimal power allocation (PA) policies which maximize the rate region achievable by a recently introduced version of block Markov superposition encoding (BMSE): inter-subchannel cooperative encoding (ISCE) [1]. We provide the optimality conditions that need to be satisfied by the powers associated with the transmitted codewords. We propose two algorithms that yield the optimal power distribution: a subgradient algorithm which achieves an arbitrary rate point on the achievable rate region boundary, and an iterative waterfilling-like algorithm which maximizes the sum rate, and converges much faster. We observe that, utilization of power control to take advantage of the diversity offered by the cooperative OFDMA system, not only leads to a remarkable improvement in achievable rates, but also may help determine how the subchannels have to be instantaneously allocated to various tasks in cooperation.

I. INTRODUCTION

The ability of OFDMA to cope with both intersymbol and interuser interference, combined with its low complexity of implementation have made it a popular choice for the next generation wireless networks. As a result, the problem of resource allocation in OFDMA systems was studied extensively in the literature. One example is [2], where it was proved that in an OFDMA uplink system, allocating subcarriers to the users with the maximum marginal rate is a necessary condition for maximizing the system throughput. A similar problem was solved in [3] using KKT conditions, by optimizing a utility function which was assumed to be a function of the rates. In [4], a low-complexity algorithm for subcarrier, power, and rate allocation for OFDMA was proposed, to maximize the sum rate under individual rate constraints to guarantee fairness. These works, as well as many others on OFDMA, naturally assume orthogonal multiple access, thereby choosing to avoid interference. However, like all orthogonal transmission techniques, OFDMA incurs some rate penalty, caused by the orthogonalization. Moreover, in wireless channels, “interference” is in fact free side information, and gives rise to the concept of user cooperation, if taken advantage of by the system design. Hence, in this paper, we focus on resource allocation for a cooperative OFDMA model, which allows subchannels to be shared by pairs of transmitters, thereby treating interference as information, and allowing mutual cooperation among the transmitters over each subchannel.

Besides its natural use in the uplink within each cell, the cooperative OFDMA system analyzed in this paper is especially useful in multicell cooperation scenarios, some examples of which are illustrated in Figure 1:

- In the downlink scenario shown in Figure 1(a), a cell edge mobile station (MS) acts as a receiver (RX), and two



(a) Downlink cooperation scenario. (b) Uplink cooperation scenario.

Fig. 1. Multicell cooperation scenarios, based on cooperative OFDMA.

base stations (BSs) act as transmitters (TX 1 and TX 2), which creates a two-transmitter multiple access channel (MAC). Assuming that the MS is already likely to receive data from both BSs in a soft handoff scenario, we can purposely assign the same subchannels to both BSs, so that the MS simultaneously receives data from both base stations, and jointly decodes it. Meanwhile the BSs, which potentially have reliable line of sight links among each other, can cooperate on each subchannel so that they can obtain coherent combining gain at the BS. This approach also allows multiple independent data streams arriving at separate BSs to be cooperatively routed to the MS.

- In the uplink scenario shown in Figure 1(b), two cell edge MSs (TX 1 and TX 2), each of which belong to one of two adjacent cells, try to communicate with one of the BSs: either RX a or RX b. The resulting model for each BS is once again a two-transmitter MAC. Since the two MSs are located closely, assigning the same subchannels to them will create high quality side information, and the MSs can cooperatively transmit to the BS of their choice to maximize their rates, rather than sticking with their own BS. More interestingly, assigning the same subchannels to both MSs allows for frequency (subchannel) reuse in two adjacent cells, thereby increasing user capacity.

The overheard information in a typical wireless MAC, is captured by modeling the system as a MAC with generalized feedback (MAC-GF) [5]. In [5], achievable rates for the MAC-GF were obtained based on BMSE and backward decoding. In [6], these encoding and decoding techniques were applied to a Gaussian MAC in fading, and the resulting rate regions were characterized. In [7], PA policies that maximize the rates achievable by BMSE for the same model were obtained.

While the above works all deal with a scalar MAC-GF, some works on resource allocation for user cooperation in vector channels, specifically OFDMA, also exist. A cooperative OFDMA system where each user is allowed to transmit and receive at the same time, but necessarily on different subcarriers, was considered in [8]. Subcarrier and power allocation schemes for a time-division duplex amplify and forward protocol were employed in [9] with the aim of maximizing system

throughput and enhancing fairness in a cooperative OFDMA uplink system. Resource allocation and cooperative partner selection in cooperative OFDM networks was investigated with the objective of minimizing the overall power in [10]. However, these works consider either a one sided cooperation strategy, or a mutually cooperative strategy based on two parallel dedicated relay channels, or mutual cooperation based on a time division protocol. A more general cooperative OFDMA model based on parallel MAC-GFs, which does not make any prior assumptions about the way in which the subchannels are assigned to the TXs, was introduced in [1], but there, PA as a function of fading states, which can further take advantage of the temporal diversity over each subchannel, was not considered.

In this paper, we obtain the optimum PA policies that maximize the rate region achievable by the full-duplex ISCE strategy of [1]. Despite the complex re-encoding structure employed in ISCE, and the fact that the powers allocated to each subchannel have to satisfy a sum power constraint over subchannels, the achievable rate region turns out to be of a relatively similar form to its scalar counterpart, and we are able to extend some properties of the optimal PA derived in [7] for scalar cooperative MAC, to cooperative OFDMA. As a result, the weighted sum of rates, which can be used to obtain any point on the rate region boundary, becomes concave, and convex optimization techniques can be employed. For the general case of maximization of an arbitrary rate point, we employ a projected subgradient algorithm that converges to the optimum. For the special case of sum rate maximization, we derive the optimality conditions, and closed form expressions for optimum powers analytically. We then propose an efficient iterative algorithm with a much lower complexity, that obtains the sum-rate-optimal powers. As a result, we demonstrate that by jointly exploiting the diversity provided by OFDMA's parallel subchannels, and the temporal diversity created by the time varying channel, we obtain very promising gains in achievable rates. More interestingly, we observe that the optimal PA may automatically dictate that some subchannels are assigned exclusively to certain TXs/tasks, depending on the instantaneous channel state.

II. SYSTEM MODEL

We consider a full-duplex cooperative OFDMA system with two TXs and one RX, operating over N subchannels (see Fig. 2), modelled by,

$$Y_0^{(i)} = h_{10}^{(i)} X_1^{(i)} + h_{20}^{(i)} X_2^{(i)} + Z_0^{(i)}, \quad (1)$$

$$Y_1^{(i)} = h_{21}^{(i)} X_2^{(i)} + Z_1^{(i)}, \quad (2)$$

$$Y_2^{(i)} = h_{12}^{(i)} X_1^{(i)} + Z_2^{(i)}, \quad (3)$$

where, for each subchannel $i \in \{1, \dots, N\}$, $X_k^{(i)}$ is the symbol transmitted by node k , $Z_l^{(i)}$ is the zero-mean additive white Gaussian noise at node l , $h_{kl}^{(i)}$ is the fading coefficient between nodes k and l , and $Y_l^{(i)}$ is the symbol received at node l ; with $k \in \{1, 2\}$, $l \in \{0, 1, 2\}$ and $k \neq l$. Here, the RX is denoted by $l = 0$. The variance of $Z_l^{(i)}$ is given by $\sigma_l^{(i)2}$. To simplify the notation throughout the paper, we define the normalized power-fading coefficients $s_{kl}^{(i)} = \frac{(h_{kl}^{(i)})^2}{\sigma_l^{(i)2}}$, and the Gaussian capacity

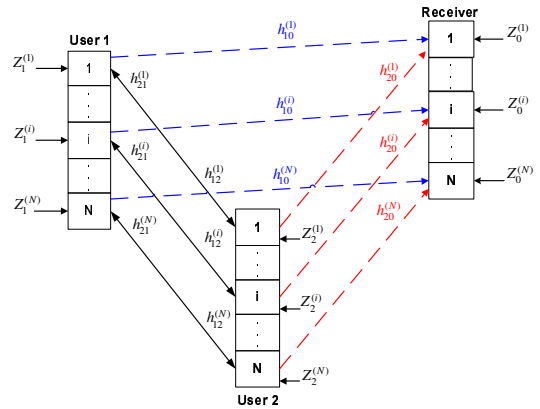


Fig. 2. Gaussian cooperative OFDMA channel.

function $C(x) \triangleq \frac{1}{2} \log(1+x)$.

We assume that the TXs and the RX have full CSI of both the cooperative links and the direct link. Therefore, the TXs can adapt their transmitted symbols $X_k^{(i)}$ as a function of the joint fading state \mathbf{s} . Note that there are two ways to view the channel adaptive transmission that maximizes the long term (ergodic) achievable rates: we can either use a variable power variable rate codebook, as in [11], or we can use a single codebook, whose rate is supported by the channel in the long term, and perform the channel adaptation by simply multiplying entries from this codebook by channel adaptive powers, as in [12]. In this paper, we employ the latter approach.

III. ACHIEVABLE RATES FOR COOPERATIVE OFDMA

To establish the cooperation among the TXs, we employ a channel adaptive version of the ISCE proposed in [1]. In ISCE, the message of each TX $k \in \{1, 2\}$ is divided into two submessages, w_{k0} and w_{kj} , intended to be decoded at the RX and cooperative partner $j \in \{1, 2\}$ respectively, which are further divided into N submessages each,

$$w_{k0} = \{w_{k0}^{(1)}, \dots, w_{k0}^{(N)}\}, \quad w_{kj} = \{w_{kj}^{(1)}, \dots, w_{kj}^{(N)}\}, \quad (4)$$

with the respective rates $\{R_{k0}^{(1)}, \dots, R_{k0}^{(N)}\}$ and $\{R_{kj}^{(1)}, \dots, R_{kj}^{(N)}\}$, to be transmitted over disjoint subchannels. At the cooperating partner, the cooperative messages are re-partitioned, to be transmitted to the destination in the next block, over potentially different subchannels, and at different rates, i.e.,

$$w_{12} = \{w_{12}^{(1)}, \dots, w_{12}^{(N)}\}, \quad w_{21} = \{w_{21}^{(1)}, \dots, w_{21}^{(N)}\}, \quad (5)$$

with the respective rates $\{R'_{12}{}^{(1)}, \dots, R'_{12}{}^{(N)}\}$, $\{R'_{21}{}^{(1)}, \dots, R'_{21}{}^{(N)}\}$. Then, the encoding in block $b \in \{1, \dots, B\}$ is performed by assigning codewords $X_{k0}^{(i)}$, $X_{kj}^{(i)}$, $U_k^{(i)}$, $i = 1, \dots, N$, selected from codebooks randomly generated according to unit Gaussian distributions, to messages from the previous and current blocks (and their estimates, denoted by $\hat{v}_{jk}^{(i)}$),

$$X_{k0}^{(i)} \left(w_{k0}^{(i)}[b], (v_{kj}^{(i)}[b-1], \hat{v}_{jk}^{(i)}[b-1]) \right), \quad (6)$$

$$X_{kj}^{(i)} \left(w_{kj}^{(i)}[b], (v_{kj}^{(i)}[b-1], \hat{v}_{jk}^{(i)}[b-1]) \right), \quad (7)$$

$$U_k^{(i)} \left(v_{kj}^{(i)}[b-1], \hat{v}_{jk}^{(i)}[b-1] \right), \quad (8)$$

and superposing them to obtain the overall codeword of each TX. The decoding at the RX is performed using backwards decoding [5].

Note that, [1] does not utilize instantaneous CSI to adapt the instantaneous transmission powers. In order to further take advantage of the diversity provided by the OFDMA system, in this paper, we propose a channel adaptive version of the encoding strategy in [1], where we scale each of the above codewords by variable powers,

$$X_k^{(i)} = \sqrt{p_{k0}^{(i)}(\mathbf{s})}X_{k0}^{(i)} + \sqrt{p_{kj}^{(i)}(\mathbf{s})}X_{kj}^{(i)} + \sqrt{p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})}U_k^{(i)}, \quad (9)$$

where $k, j \in \{1, 2\}$, $k \neq j$, $i = 1, \dots, N$, and the powers are subject to the average constraints,

$$\sum_i E \left[p_{k0}^{(i)}(\mathbf{s}) + p_{kj}^{(i)}(\mathbf{s}) + p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s}) \right] \triangleq \sum_i E \left[p_k^{(i)}(\mathbf{s}) \right] \leq \bar{p}_k. \quad (10)$$

With this adaptive encoding strategy, we can extend [1, Corollary 2] to parallel Gaussian channels, to yield the achievable rate region for power controlled ISCE: the achievable rate region is given by the closure of the convex hull of all rate pairs (R_1, R_2) satisfying

$$R_1 < \sum_i E \left[C \left(\frac{s_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}(\mathbf{s})}{s_{12}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) + 1} \right) + C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) \right] \quad (11)$$

$$R_2 < \sum_i E \left[C \left(\frac{s_{21}^{(i)} p_{21}^{(i)}(\mathbf{s})}{s_{21}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{s}) + 1} \right) + C \left(s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) \right] \quad (12)$$

$$R_1 + R_2 < \min \left\{ \sum_i E \left[C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) + 2\sqrt{s_{10}^{(i)} s_{20}^{(i)} p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s}) p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s})} \right], \sum_i E \left[C \left(\frac{s_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}(\mathbf{s})}{s_{12}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) + 1} \right) + C \left(\frac{s_{21}^{(i)} p_{21}^{(i)}(\mathbf{s})}{s_{21}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{s}) + 1} \right) + C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)}(\mathbf{s}) \right) \right] \right\}, \quad (13)$$

where the convex hull is taken over all valid PA policies.

IV. CHANNEL ADAPTIVE POWER ALLOCATION

If we set $N = 1$ in (11)-(13), the problem reduces to a scalar cooperative MAC. In [7], it was shown for this case that, based on the instantaneous channel state, the optimal PA dictates that each TX either sends cooperative information, or fresh information, but not both. Although in OFDMA, there is a sum power constraint over the subchannels, and one would expect the PA over each subchannel to be dependent on the powers assigned to the other subchannels, we show that many properties of the optimal PA for OFDMA remain surprisingly parallel to those in the scalar case [7], and the codewords that should be used over each subchannel are determined solely by the instantaneous fading coefficients over that particular subchannel, as stated in the following theorem:

Theorem 1: The PA policy that maximizes the sum rate of a cooperative OFDMA system using ISCE should satisfy;

- 1) $p_{10}^{(i)*}(\mathbf{s}) = p_{20}^{(i)*}(\mathbf{s}) = 0$, if $s_{12}^{(i)} > s_{10}^{(i)}$ and $s_{21}^{(i)} > s_{20}^{(i)}$
- 2) $p_{10}^{(i)*}(\mathbf{s}) = p_{21}^{(i)*}(\mathbf{s}) = 0$, if $s_{12}^{(i)} > s_{10}^{(i)}$ and $s_{21}^{(i)} \leq s_{20}^{(i)}$
- 3) $p_{12}^{(i)*}(\mathbf{s}) = p_{20}^{(i)*}(\mathbf{s}) = 0$, if $s_{12}^{(i)} \leq s_{10}^{(i)}$ and $s_{21}^{(i)} > s_{20}^{(i)}$

- 4) $p_{12}^{(i)*}(\mathbf{s}) = p_{21}^{(i)*}(\mathbf{s}) = 0$ or $p_{10}^{(i)*}(\mathbf{s}) = p_{21}^{(i)*}(\mathbf{s}) = 0$ or $p_{12}^{(i)*}(\mathbf{s}) = p_{20}^{(i)*}(\mathbf{s}) = 0$, if $s_{12}^{(i)} \leq s_{10}^{(i)}$ and $s_{21}^{(i)} \leq s_{20}^{(i)}$.

Proof: Let us assume that we know the total optimal power $p_k^{(i)*}(\mathbf{s})$, allocated to each subchannel i at each channel state \mathbf{s} . For ISCE, the sum rate (13) is maximized if each argument of the minimum operation is maximized. The first argument is insensitive to the choice of $p_{k0}^{(i)*}(\mathbf{s})$ or $p_{kj}^{(i)*}(\mathbf{s})$, as long as their sum is fixed; whereas the second argument is maximized if we separately maximize its summands for each i . The result follows by noting that this is equivalent to N independent optimization problems, each yielding a scalar case, and [7, Proposition 1] holds, giving the desired result. ■

An important observation is that, setting two of the powers equal to zero as suggested by Theorem 1, is also optimal for the entire rate region maximization, as the right hand sides of all three constraints are maximized by choosing the powers according to Theorem 1.¹ Therefore, from now on we focus only on policies that satisfy Theorem 1. But then, it is easy to check that the rate constraints in (11)-(13) now become concave in the power vector $\mathbf{p}(\mathbf{s}) = [p_{10}^{(i)*}(\mathbf{s}), p_{12}^{(i)*}(\mathbf{s}), p_{U_1}^{(i)*}(\mathbf{s}), p_{20}^{(i)*}(\mathbf{s}), p_{21}^{(i)*}(\mathbf{s}), p_{U_2}^{(i)*}(\mathbf{s})]$, $i = 1, \dots, N$, lending themselves to well known techniques in convex optimization, which we discuss in the next sections.

A. Maximization of the Weighted Sum of Rates

Since all bounds of the achievable rate region are concave in powers, so is any weighted sum $\mu_1 R_1 + \mu_2 R_2$ at the corners. Moreover, it is easy to show that the rate region is strictly convex [7], [12]. Therefore, we can obtain points on the rate region boundary by maximizing $R_\mu = \mu_1 R_1 + \mu_2 R_2$. Assuming $\mu_1 > \mu_2$ without loss of generality, the optimization problem can be stated as:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{p}(\mathbf{s})} & \left((\mu_1 - \mu_2) \sum_i R_1^{(i)} + \mu_2 \sum_i (R_1^{(i)} + R_2^{(i)}) \right) \quad (14) \\ \text{s.t.} & \sum_i E \left[p_{k0}^{(i)}(\mathbf{s}) + p_{kj}^{(i)}(\mathbf{s}) + p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s}) \right] \leq \bar{p}_k \\ & p_{k0}^{(i)}(\mathbf{s}), p_{kj}^{(i)}(\mathbf{s}), p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s}) \geq 0, \quad k, j \in \{1, 2\}, \quad k \neq j \end{aligned}$$

where $\{R_1, R_2\}$ is the corner of the pentagon obtained from (11)-(13) for a given PA policy. Unfortunately, due to the minimum operation in (13), the gradient of the objective function does not exist everywhere. In particular, there are two gradient vectors, depending on which argument of the minimum in (13) is active. Yet, these vectors may be viewed instead as subgradients, which makes it possible to employ the method of projected subgradient, for power optimization. Due to the convex nature of our problem, this method is guaranteed to converge to the global optimum, provided a diminishing stepsize normalized by the norm of the subgradient is used [13]. Since the calculation of the subgradients requires rather tedious formulas which give little insight, we will instead directly provide the achievable rate region, and some samples from the resulting power allocation policy in Section V.

¹We choose the first option in case 4, which may cause a slight deviation from optimality for the sum rate. However, the probability of case 4 occurring is very low practical cooperative settings, and this suboptimality can be ignored, as it has been done in [7].

The major drawbacks of the subgradient algorithm are its slow rate of convergence, and complexity. As the number of subchannels increase, so does the size of the vector of power variables, making the process of computing the subgradients, and the projection operations formidable. In the next section, we propose an alternative approach, where we obtain the analytical expressions for sum-rate-optimal powers, and develop an iterative algorithm which converges much faster. This approach can also be extended to arbitrary rate point maximization, and will be discussed in a journal version.

B. Sum Rate Maximization

To simplify the exposition, we assume that we always operate in case 1, where $s_{12}^{(i)} > s_{10}^{(i)}$ and $s_{21}^{(i)} > s_{20}^{(i)}$, yielding $p_{10}^{(i)}(\mathbf{s}) = 0$ and $p_{20}^{(i)}(\mathbf{s}) = 0$. The sum rate maximization problem can then be stated as

$$\max_{\mathbf{p}(\mathbf{s})} R_s \leq \sum_i E \left[C(p_{12}^{(i)}(\mathbf{s})s_{12}^{(i)}) + C(p_{21}^{(i)}(\mathbf{s})s_{21}^{(i)}) \right] \quad (15)$$

$$R_s \leq \sum_i E \left[\frac{1}{2} \log(A^{(i)}) \right] \quad (16)$$

$$\sum_i \left(E \left[p_{12}^{(i)}(\mathbf{s}) \right] + E \left[p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s}) \right] \right) \leq \bar{p}_1 \quad (17)$$

$$\sum_i \left(E \left[p_{21}^{(i)}(\mathbf{s}) \right] + E \left[p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s}) \right] \right) \leq \bar{p}_2 \quad (18)$$

$$p_{12}^{(i)}(\mathbf{s}), p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s}), p_{21}^{(i)}(\mathbf{s}), p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s}) \geq 0, \quad \forall \mathbf{s} \quad (19)$$

where $A^{(i)}$ is defined as

$$A^{(i)} = 1 + s_{10}^{(i)}p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{20}^{(i)}p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s}) + 2\sqrt{s_{10}^{(i)}s_{20}^{(i)}p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s})p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s})}.$$

Assigning Lagrange multipliers $\gamma_1, \gamma_2, \lambda_1, \lambda_2$ to constraints (15)-(18), and $\epsilon_t^{(i)}(\mathbf{s})$, $t = 1, 2, 3, 4$, to the positivity constraints (19), the KKT conditions for optimality can be obtained as,

$$\gamma_1 \frac{s_{kj}^{(i)}}{1 + s_{kj}^{(i)}p_{kj}^{(i)}(\mathbf{s})} + \gamma_2 \frac{s_{k0}^{(i)}}{A^{(i)}} \leq \lambda_k, \quad i = 1, \dots, N \quad (20)$$

$$\gamma_2 \frac{\sqrt{s_{k0}^{(i)}s_{j0}^{(i)}p_{U_j}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{k0}^{(i)}\sqrt{p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})}}}{A^{(i)}\sqrt{p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})}} \leq \lambda_k, \quad i = 1, \dots, N \quad (21)$$

where, each constraint is satisfied with equality, iff the respective power levels, $p_{kj}^{(i)}(\mathbf{s})$, $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})$, $k, j \in \{1, 2\}$, are positive. These constraints are very similar to the optimality constraints in [7], but here there are N times more constraints, which are all coupled across subchannels, through the same Lagrange multipliers λ_k and γ_k ; a feature which will prove useful for our iterative algorithm.

To obtain coherent combining gain, the cooperative powers $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})$ over a given subchannel should either be both positive, or both zero. When $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s}) > 0$, (21) is satisfied with equality for both TXs, and after some manipulation (20)-(21) yield

$$\frac{s_{kj}^{(i)}}{1 + s_{kj}^{(i)}p_{kj}^{(i)}(\mathbf{s})} \leq \frac{1}{\gamma_1} \frac{\lambda_k^2 s_{j0}^{(i)}}{\lambda_j s_{k0}^{(i)} + \lambda_k s_{j0}^{(i)}} \quad (22)$$

$$\frac{1 - \gamma_1}{A^{(i)}} \left(s_{k0}^{(i)} + \frac{\lambda_k}{\lambda_j} s_{j0}^{(i)} \right) = \lambda_k \quad (23)$$

The constraint (22) can be solved for $p_{kj}^{(i)}(\mathbf{s})$, to give

$$p_{kj}^{(i)}(\mathbf{s}) = \left(\frac{\gamma_1 \left(\lambda_j s_{k0}^{(i)} + \lambda_k s_{j0}^{(i)} \right)}{\lambda_k^2 s_{j0}^{(i)}} - \frac{1}{s_{kj}^{(i)}} \right)^+ \quad (24)$$

This solution is quite interesting, as the power levels of the cooperative codewords on each subchannel should satisfy a single user water-filling type solution, and they depend only on the channel gains over that particular subchannel. The water level is determined by the direct link gains.

Similarly, solving (23) for $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})$, we obtain,

$$p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s}) = \left((1 - \gamma_1)(s_{k0}^{(i)} + (\lambda_k/\lambda_j)s_{j0}^{(i)})/\lambda_k - (1 + s_{k0}^{(i)}p_{kj}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{j0}^{(i)}p_{jk}^{(i)}(\mathbf{s})) \right) s_{k0}^{(i)} / (s_{k0}^{(i)} + s_{j0}^{(i)})^2 \quad (25)$$

Note however that, this quantity is not guaranteed to be positive. In case it is not, this means that (23) is satisfied with strict inequality and the optimal solution for $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})$ should be set to 0. But then, (24) is no longer valid, and instead, we should use, for $k = \{1, 2\}$,

$$\frac{\gamma_1 s_{kj}^{(i)}}{1 + s_{kj}^{(i)}p_{kj}^{(i)}(\mathbf{s})} + \frac{(1 - \gamma_1)s_{k0}^{(i)}}{1 + s_{k0}^{(i)}p_{kj}^{(i)}(\mathbf{s}) + s_{j0}^{(i)}p_{jk}^{(i)}(\mathbf{s})} \leq \lambda_k \quad (26)$$

obtained from (20) by setting $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s}) = 0$. This time, the power $p_{kj}^{(i)}(\mathbf{s})$ depends on $p_{jk}^{(i)}(\mathbf{s})$, and vice-versa: increasing one of the powers will decrease the other, should the constraints (26) be both satisfied with equality, and we now have a multi-user water-filling type solution. Note that, this is significantly different from the observations in [7], which assumed (22)-(23) were sufficient to cover all cases (for a scalar MAC).

When $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s}) = 0$, $p_{kj}^{(i)}(\mathbf{s})$ can then be obtained by,

$$p_{kj}^{(i)}(\mathbf{s}) = \left(\frac{-b_k^{(i)}(\mathbf{s}) + \sqrt{\Delta_k^{(i)}(\mathbf{s})}}{2a_k^{(i)}(\mathbf{s})} \right)^+ \quad (27)$$

$$a_k^{(i)}(\mathbf{s}) = \lambda_k s_{k0}^{(i)} s_{kj}^{(i)},$$

$$b_k^{(i)}(\mathbf{s}) = \lambda_k (s_{k0}^{(i)} + s_{kj}^{(i)} + s_{kj}^{(i)} s_{j0}^{(i)} p_{jk}^{(i)}(\mathbf{s})) - s_{k0}^{(i)} s_{kj}^{(i)},$$

$$c_k^{(i)}(\mathbf{s}) = \lambda_k (1 + s_{j0}^{(i)} p_{jk}^{(i)}(\mathbf{s})) - s_{k0}^{(i)} - \gamma_1 (s_{kj}^{(i)} + s_{j0}^{(i)} s_{kj}^{(i)} p_{jk}^{(i)}(\mathbf{s}) - s_{k0}^{(i)}),$$

$$\Delta_k^{(i)}(\mathbf{s}) = b_k^{(i)}(\mathbf{s})^2 - 4a_k^{(i)}(\mathbf{s})c_k^{(i)}(\mathbf{s}),$$

At this point, it should be clear that although (24) and (27) do not explicitly depend on $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})$, the decision regarding which of these equations should be used while computing $p_{kj}^{(i)}(\mathbf{s})$ does. Likewise, $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})$ are clearly functions of $p_{kj}^{(i)}(\mathbf{s})$, which makes equations (24), (25) and (27) coupled. Note however that, due to the convex nature of the problem, and the Cartesian nature of the constraints across TXs, it is possible to design an iterative algorithm, which performs updates on the powers of the TXs, one-user-at-a-time: given $p_{U_1}^{(i)}(\mathbf{s})$ and $p_{12}^{(i)}(\mathbf{s})$, we can compute $p_{U_2}^{(i)}(\mathbf{s})$ and $p_{21}^{(i)}(\mathbf{s})$, and using these new values for

TX 2, we can re-iterate the powers of TX 1. Such an approach simplifies the seemingly difficult task of obtaining the optimal powers from the coupled equations, and provably converges to the optimal solution, as at the end of the iterations, the KKT conditions will be satisfied. The proposed algorithm is summarized as follows:

Iterative Power Allocation Algorithm:

- Fix the Lagrange multipliers λ_1 , λ_2 and γ_1 .
- For each subchannel, i and each TX, k :
 - Calculate $p_{k,j}^{(i)}(\mathbf{s})$ using (24) and $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})$ using (25) assuming $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s}) > 0$
 - If $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s}) < 0$, then for those \mathbf{s} , set $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s}) = 0$ and re-calculate $p_{k,j}^{(i)}(\mathbf{s})$ using (27) and $p_{U_k}^{(i)}(\mathbf{s})$ using (25)
 - Iterate this procedure across TXs, until all KKT conditions are satisfied for given λ_1 , λ_2 and γ_1 .
- Iteratively update λ_1 , λ_2 , γ_1 , until average power constraints (17)-(18) and rate constraints (15)-(16) satisfied.

Perhaps the most important feature of this algorithm is that, *regardless of the number of subchannels used*, we only need to solve for three Lagrange multipliers, which relate the powers allocated to the subchannels, to obtain the optimum PA. This reduces the complexity of the algorithm dramatically, and makes it scalable, compared to the subgradient algorithm. As a result, the convergence is much faster.

V. SIMULATION RESULTS

In this section, we first simulate the projected subgradient algorithm in order to obtain the optimal power allocation, and the resulting achievable rate region for a simple case with only three subchannels. The achievable rate region for the ISCE strategy is obtained by running this algorithm for varying priorities μ_k , and then by taking a convex hull over the resulting power optimized regions. In Figure 3, we compare the achievable rate region for power controlled cooperative OFDMA with those for several encoding strategies without power control, from [1]. We assume that, for the channel non-adaptive protocols, the TXs are still able to allocate their total power across subchannels and codewords. The total power of each TX and the noise variances are set to one. The fading coefficients are chosen from independent Rayleigh distributions, the means of which are shown in Figure 3. We observe that, when the powers are chosen jointly optimally with ISCE, there is a major improvement in achievable rates. This unusually high gain from power control can be attributed to our ability to take advantage of the additional diversity created by OFDMA: power allocation not only allows us to use the subchannels at time varying instantaneous rates based on the channel qualities, but also to use them adaptively for varying purposes, i.e., cooperation, common message generation or direct transmission.

The simulations of the iterative algorithm proposed in Section IV-B to maximize the sum rate are carried out for an independent uniform fading scenario, to guarantee operation in case 1. Figures 4(a)-4(c) and 5(a)-5(c) demonstrate the powers allocated to subchannel 1, as functions of the inter-TX link gains, when the direct link gains are fixed to two different sets specified on the figures. Powers $p_{U_2}^{(1)}$ are not shown, to save

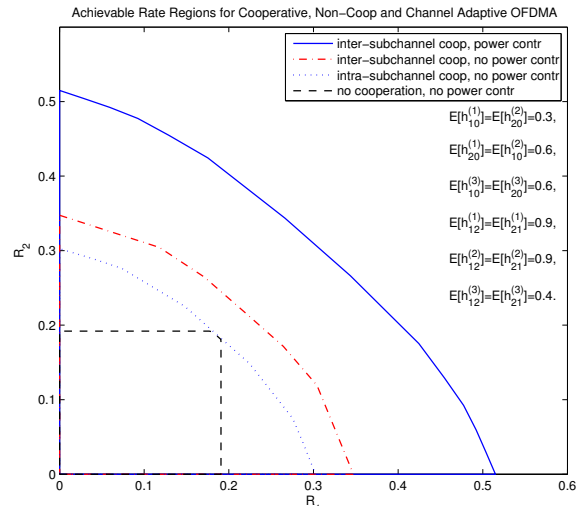


Fig. 3. Achievable rate regions in Rayleigh fading.

space, as they are identical to $p_{U_1}^{(1)}$ due to the symmetry in fading. An important observation is that, although we make no prior assumptions on subchannel allocation to TXs/codewords, the optimal powers sometimes dictate exclusive use of some subchannels for dedicated tasks. For an example, see Figures 5(a)-5(c): when the inter-TX links are both strong, the TXs exchange information using simultaneous waterfilling. When only $s_{21}^{(1)}$ is strong, only TX 2 uses the subchannel. When both inter-TX links are weak, the TXs use the subchannel solely to convey common information to the RX, by using only $p_{U_1}^{(1)}$ and p_{U_2} . The resulting power distributions show that the KKT conditions are indeed satisfied at the fixed point of our iterative algorithm, verifying convergence.

In Figures 6(a)-6(c), we plot the power distributions obtained using the subgradient algorithm instead, for the same setting as in Figures 5(a)-5(c). The subgradient algorithm is terminated after 10000 iterations. It is observed that while the powers $p_{12}^{(1)}(\mathbf{s})$ and $p_{21}^{(1)}(\mathbf{s})$ seem to have nearly converged to the optimal values shown in Figures 5(a)-5(c), the cooperative power $p_{U_1}^{(1)}(\mathbf{s})$ has still not fully converged, though it is close to its optimal distribution. The sum rate obtained by the subgradient algorithm is 0.2239 bits/transmission, whereas the faster iterative algorithm terminates at the optimum value of 0.2241 bits/transmission.

VI. CONCLUSION

We obtained the optimum power allocation policies for a cooperative OFDMA channel that employs ISCE. We developed a subgradient algorithm which converges to the optimum power allocation policies that achieve the maximum rate region, and a more efficient iterative algorithm which maximizes the sum rate. We demonstrated that the optimal power allocation may also serve as a guideline for subchannel assignment to the TXs' cooperative codewords, and that power allocation for cooperative OFDMA provides significant rate improvements, due to its ability to exploit the diversity provided by OFDMA. The resulting rate regions serve as benchmarks for several practical single cell and multicell systems, as the techniques developed are readily extendible to multiuser scenarios, by running the proposed algorithms for multiple pairs of users operating in parallel over orthogonal subchannels.

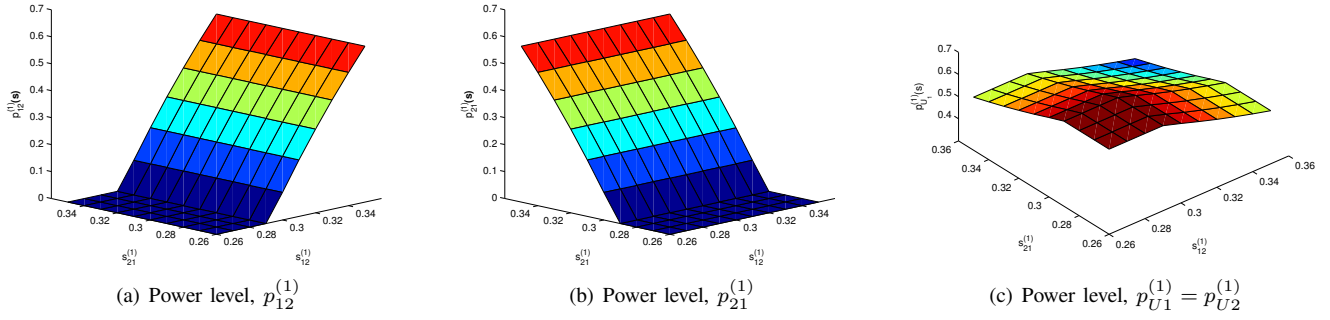


Fig. 4. Optimal power allocation when $s_{10}^{(1)}$ and $s_{20}^{(1)}$ are maximum (*i.e.* $s_{10}^{(1)} = s_{20}^{(1)} = 0.25$), fixed and always less than $s_{12}^{(1)}$ and $s_{21}^{(1)}$. $p_{U_k}^{(1)}$ are always positive, to take advantage of strong direct links, $p_{kj}^{(1)}$ obey single user waterfilling, as expected.

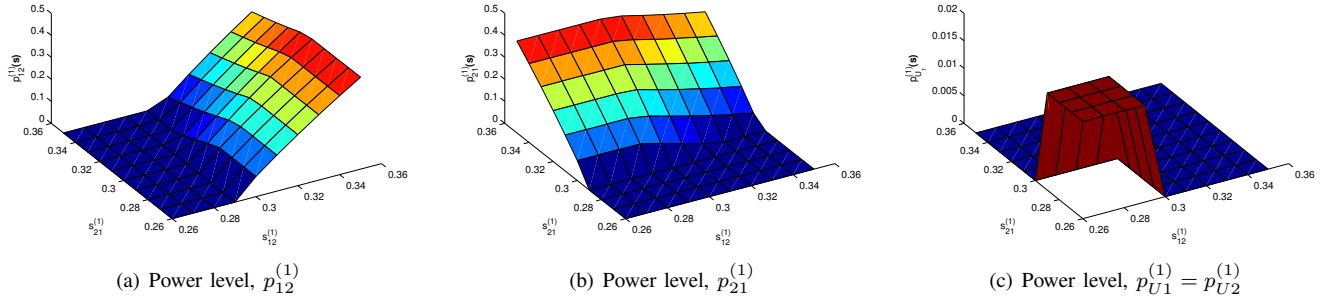


Fig. 5. Optimal power allocation when $s_{10}^{(1)} = s_{20}^{(1)} = 0.15$, fixed and always less than $s_{12}^{(1)}$ and $s_{21}^{(1)}$. When $p_{U_k}^{(1)}$ is positive, $p_{kj}^{(1)}$ obey single user waterfilling. As the inter-TX links get stronger, it becomes more profitable to create common information, $p_{U_k}^{(1)}$ become 0, and the TXs perform simultaneous waterfilling.

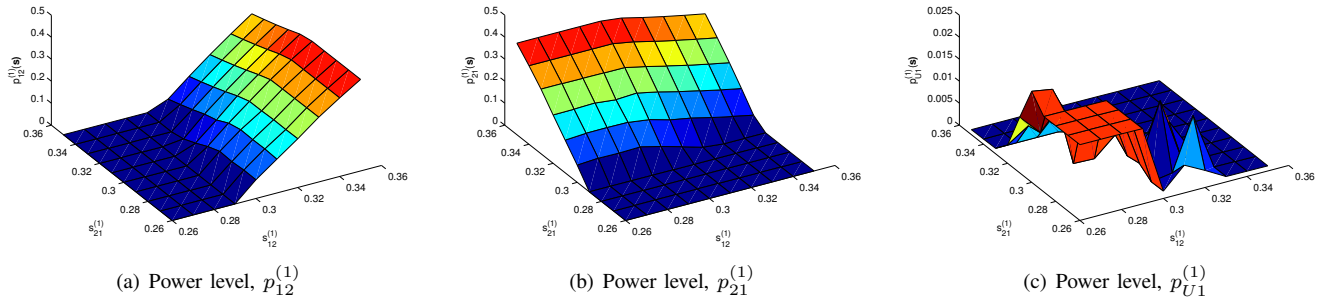


Fig. 6. Power allocation obtained after 10000 iterations of the subgradient algorithm, when $s_{10}^{(1)} = s_{20}^{(1)} = 0.15$, fixed and always less than $s_{12}^{(1)}$ and $s_{21}^{(1)}$. The algorithm has not yet converged to the optimum value, despite a much longer running time compared to the iterative algorithm. Achievable rates are within 0.2% of the optimum value.

REFERENCES

- [1] S. Bakm and O. Kaya. "Achievable Rates for Two User Cooperative OFDMA." *In Proc., IEEE Globecom, Miami, FL, Dec. 2010*.
- [2] K. Kim, Y. Han and S.-L. Kim. "Joint Subcarrier and Power Allocation in Uplink OFDMA Systems." *IEEE Commun. Lett.*, 9(6): 526–528, Jun. 2005.
- [3] C. Ng and C. Sung. "Low Complexity Subcarrier and Power Allocation for Utility Maximization in Uplink OFDMA Systems." *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 7(5): 1667–1675, May 2008.
- [4] L. Gao and S. Cui. "Efficient Subcarrier, Power and Rate Allocation with Fairness Consideration for OFDMA Uplink." *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 7(5): 1507–1511, May 2008.
- [5] F. M. J. Willems, E. C. van der Meulen and J. P. M. Schalkwijk. "An Achievable Rate Region for the Multiple Access Channel with Generalized Feedback." *In Proc. Allerton Conference, Monticello, IL, Oct. 1983*.
- [6] A. Sendonaris, E. Erkip and B. Aazhang. "User Cooperation Diversity – Part I: System Description." *IEEE Trans. Commun.*, 51(11): 1927–1938, Nov. 2003.
- [7] O. Kaya and S. Ulukus. "Power Control for Fading Cooperative Multiple Access Channels." *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 6(8): 2915–2923, Aug. 2007.
- [8] L. Weng and R. D. Murch. "Cooperation Strategies and Resource Allocations in Multiuser OFDMA Systems." *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 58(5): 2331–2342, Jun. 2009.
- [9] W. Shim, Y. Han and S. Kim. "Fairness-Aware Resource Allocation in a Cooperative OFDMA Uplink System." *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 59(2): 932–939, Feb. 2010.
- [10] Z. Han, T. Himsoon, W. P. Siriwoongpairat and K. J. R. Liu. "Resource Allocation for Multiuser Cooperative OFDM Networks: Who Helps Whom and How to Cooperate." *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 58(6): 2378–2391, Jun. 2009.
- [11] A. J. Goldsmith and P. P. Varaiya. "Capacity of Fading Channels with Channel Side Information." *IEEE Trans. Inf. Theory*, 43(6): 1986–1992, Nov. 1997.
- [12] D. Tse and S. Hanly. "Multiaccess Fading Channels - Part I: Polymatroid Structure, Optimal Resource Allocation and Throughput Capacities." *IEEE Trans. Inf. Theory*, 44(7): 2796–2815, Nov. 1998.
- [13] N. Z. Shor. *Minimization Methods for Non-Differentiable Functions*. New York: Springer-Verlag, 1979.

Optimal and Near-Optimal Partner Selection Algorithms in Cooperative OFDMA

Saygın Bakşı and Onur Kaya

Department of Electrical and Electronics Engineering
Işık University, Şile, Istanbul, Turkey
saygin.bakshi@isik.edu.tr onurkaya@isikun.edu.tr

Türker Bıyıkoğlu

Department of Mathematics
Işık University, Şile, Istanbul, Turkey
turker.biyikoglu@isikun.edu.tr

Abstract—We obtain the jointly optimal power allocation and partner selection policies, that maximize the sum rate of a cooperative OFDMA system with mutually cooperating pairs of users. We show that the power allocation and partner selection steps can be performed sequentially, and the latter step can be formulated as a maximum weighted matching problem on a undirected graph, which can be solved in polynomial time. We further propose practical algorithms, and compare their performances to the optimal matching algorithm, and demonstrate that very simple and low complexity algorithms based on user-user and user-receiver distances may provide near-optimum rate performance. Moreover, we observe that algorithms that achieve superior sum-rate performance, surprisingly also provide a better sense of fairness for the cell edge users, as they tend to pair weak and strong users.

I. INTRODUCTION

The concept of cooperative communication arises naturally in wireless channels, due to their propagative properties. The users in a wireless network can overhear each other's signals, and with clever protocol design, they may aid each other's transmissions to combat the challenging channel conditions, in order to achieve better performance. One of the pioneering works, which demonstrated the potential gains from user cooperation is [1], which deals with a two user fading Gaussian MAC with overheard information. It was shown in [1] that the users may increase their transmission rates considerably if they cooperate, and that the improvement in rates depends highly on the channel conditions in the system. In a practical wireless network, the channel conditions for different user groups are highly variable, based for example on location and mobility, and hence, in order to benefit from user cooperation, one has to select the cooperating partners efficiently. To this end, several strategies for partner selection in wireless networks have been developed in the literature. An SNR threshold based partner selection algorithm was proposed in [2] in order to reduce the error probability, or to increasing the system throughput. A user location information based partner selection algorithm using maximum weighted matching for an amplify-and-forward relaying scheme was studied in [3] with the aim of minimizing total system transmission power.

The models used while dealing with the partnering problem usually involve some form of orthogonality across the user pairs, so that the pairs can cooperate without causing interference to each other. OFDMA, which has gained a lot of popularity in the recent years because of its several desirable properties, is a good candidate for realizing practical cooperation, due to its orthogonal structure. There is quite an extensive amount of work on power and subchannel allocation

schemes for OFDMA, some examples of which are [4], [5], [6] and [7]. Yet, encoding techniques, and resource allocation for mutually cooperative OFDMA systems, have not been investigated much until rather recently. For cooperative OFDMA systems containing only two users, achievable rates based on mutual cooperation across subchannels were characterized in [8], and for such systems, optimal power allocation algorithms, which will also be used in this paper, was developed in [9].

Partner selection in OFDMA has also been considered recently by several works in the literature. A related work [10] deals with a system which uses amplify-and-forward relaying scheme for OFDMA with only half-duplex user cooperation, where the benefit of partner selection is observed in the form of a significant reduction of total transmission power. The partner selection algorithm proposed in [11] applies a game theoretical approach on selecting partners for OFDMA systems.

In this paper, we deal with a model which combines the frequency diversity created by OFDMA, the spatial diversity created by multiple users, and the time diversity created by the time varying channel, and our main purpose is obtain the optimal partner selection algorithm, which, when used in conjunction with power allocation proposed in [9], will maximize the total transmission rate in the system.

We first decouple the jointly optimal power allocation and partner selection algorithm into two components, and reformulate the partner selection problem as a maximum weighted matching problem from graph theory. We obtain the optimal partnering pattern, and the resulting achievable rates. By analyzing the structure of the optimum partnering strategy, we design simple, yet efficient heuristic partnering algorithms, and compare their performances to the optimal algorithm. We observe that, especially one of the algorithms designed to mimic maximum weighted matching, solely based on distance properties of the network, provides near-optimal rates. The best partnering algorithms tend to pair the users far away from the receiver, with those close to the receiver, in order to maximize the sum rate of the overall system.

II. SYSTEM MODEL

We consider a fading Gaussian multiple access channel, with N users randomly distributed over a disk of radius R , where N is even. The receiver is assumed to be at the center of the circular cell. The users employ OFDMA in their transmissions, and also cooperate in pairs. Each cooperating pair, say $\{i, j\}$ where $i \in \{1, \dots, N\}$, $j \in \{1, \dots, N\}$ and $i \neq j$, is assigned M orthogonal subchannels $S_{ij} \subset \{1, \dots, NM/2\}$. This subchannel assignment is assumed to be made once, and is fixed throughout the transmission. For each cooperating pair

$$R_i + R_j \leq \min \left\{ \sum_{s \in S_{ij}} E \left[\log \left(1 + \frac{h_{i0}^{(s)} d_{i0}^{-\alpha} p_i^{(s)}(\mathbf{h}) + h_{j0}^{(s)} d_{j0}^{-\alpha} p_j^{(s)}(\mathbf{h}) + 2\sqrt{h_{i0}^{(s)} d_{i0}^{-\alpha} h_{j0}^{(s)} d_{j0}^{-\alpha} p_{u_i}^{(s)}(\mathbf{h}) p_{u_j}^{(s)}(\mathbf{h})}}{\sigma_0^{(s)2}} \right) \right], \right. \\ \left. \sum_{s \in S_{ij}} E \left[\log \left(1 + \frac{h_{ij}^{(s)} d_{ij}^{-\alpha} p_{ij}^{(s)}(\mathbf{h})}{h_{ij}^{(s)} d_{ij}^{-\alpha} p_{i0}^{(s)}(\mathbf{h}) + \sigma_j^{(s)2}} \right) + \log \left(1 + \frac{h_{ji}^{(s)} d_{ji}^{-\alpha} p_{ji}^{(s)}(\mathbf{h})}{h_{ji}^{(s)} d_{ji}^{-\alpha} p_{j0}^{(s)}(\mathbf{h}) + \sigma_i^{(s)2}} \right) \right] \right. \\ \left. + \sum_{s \in S_{ij}} E \left[\log \left(1 + \frac{h_{i0}^{(s)} d_{i0}^{-\alpha} p_{i0}^{(s)}(\mathbf{h}) + h_{j0}^{(s)} d_{j0}^{-\alpha} p_{j0}^{(s)}(\mathbf{h})}{\sigma_0^{(s)2}} \right) \right] \right\} \quad (8)$$

$\{i, j\}$, the signals received by the users i, j and the receiver (denoted by index 0), over each subchannel $s \in S_{ij}$, are respectively given by,

$$Y_i = \sqrt{h_{ji}^{(s)} d_{ij}^{-\alpha}} X_j^{(s)} + N_i^{(s)}, \quad (1)$$

$$Y_j = \sqrt{h_{ij}^{(s)} d_{ij}^{-\alpha}} X_i^{(s)} + N_j^{(s)}, \quad (2)$$

$$Y_0 = \sqrt{h_{i0}^{(s)} d_{i0}^{-\alpha}} X_i^{(s)} + \sqrt{h_{j0}^{(s)} d_{j0}^{-\alpha}} X_j^{(s)} + N_0^{(s)}. \quad (3)$$

In (1)-(3), the noise components $N_i^{(s)}$, $N_j^{(s)}$ and $N_0^{(s)}$ over each subchannel are assumed to be independent, zero mean white Gaussian with variances $\sigma_i^{(s)2}$, $\sigma_j^{(s)2}$, $\sigma_0^{(s)2}$. The symbols $X_i^{(s)}$ and $X_j^{(s)}$ denote the codewords transmitted by users i and j . The fading over each subchannel is assumed to be independent and identically Rayleigh distributed. Hence, the power fading coefficients $h_{ij}^{(s)}$, $h_{ji}^{(s)}$, $h_{i0}^{(s)}$ and $h_{j0}^{(s)}$, are i.i.d. exponential random variables. We assume that full channel state information, which we call \mathbf{h} , is available at all users and the receiver. The symbols d_{ij} , d_{i0} and d_{j0} denote the user i to user j , user i to receiver and user j to receiver distances respectively; and α denotes the path loss exponent.

We employ mutual cooperation, i.e., both users involved in a cooperating pair decode and forward each other's messages, using the inter-subchannel cooperative encoding protocol introduced in [8]. Furthermore, each user is able to utilize the available channel state information to perform power control, in order to maximize the cooperating pair's sum rate, as in [9]. Accordingly, the transmitted codewords of users i and j over each subchannel s are formed using [9],

$$X_i^{(s)} = \sqrt{p_{i0}^{(s)}(\mathbf{h})} X_{i0}^{(s)} + \sqrt{p_{ij}^{(s)}(\mathbf{h})} X_{ij}^{(s)} + \sqrt{p_{U_i}^{(s)}(\mathbf{h})} U^{(s)}, \quad (4)$$

$$X_j^{(s)} = \sqrt{p_{j0}^{(s)}(\mathbf{h})} X_{j0}^{(s)} + \sqrt{p_{ji}^{(s)}(\mathbf{h})} X_{ji}^{(s)} + \sqrt{p_{U_j}^{(s)}(\mathbf{h})} U^{(s)}, \quad (5)$$

The component codewords $X_{i0}^{(s)}$, $X_{ji}^{(s)}$ and $U^{(s)}$ defined in (4), are used for direct transmission, common message generation, and cooperation purposes respectively. The variables $p_{i0}^{(s)}(\mathbf{h})$, $p_{ij}^{(s)}(\mathbf{h})$ and $p_{U_i}^{(s)}(\mathbf{h})$ simply denote the channel adaptive powers assigned to these codewords. The definitions for user j follow similarly. The powers of both users in the cooperating pair should satisfy the average power constraints,

$$\sum_{s \in S_{ij}} E \left[p_{i0}^{(s)}(\mathbf{h}) + p_{ij}^{(s)}(\mathbf{h}) + p_{U_i}^{(s)}(\mathbf{h}) \right] \triangleq \sum_{s \in S_{ij}} E \left[p_i^{(s)}(\mathbf{h}) \right] \leq \bar{p}_i, \quad (6)$$

$$\sum_{s \in S_{ij}} E \left[p_{j0}^{(s)}(\mathbf{h}) + p_{ji}^{(s)}(\mathbf{h}) + p_{U_j}^{(s)}(\mathbf{h}) \right] \triangleq \sum_{s \in S_{ij}} E \left[p_j^{(s)}(\mathbf{h}) \right] \leq \bar{p}_j. \quad (7)$$

Extending the rate regions obtained in [9], to include the path loss based on inter-user and user-receiver distances, it is easy to show that the achievable sum rate for each cooperating pair, employing power adaptive inter-subchannel cooperative encoding, is given by the constraint (8) at the top of this page.

III. SUM-RATE-OPTIMAL PARTNERING ALGORITHM

In this section, we formulate and solve the jointly optimal power control and partner selection problem for the cooperative OFDMA system modeled in Section II. The objective is to maximize the overall sum rate of the entire system, by optimally pairing the users. Let us denote by Γ the set of all possible 2-user partitions of the set $\{1, \dots, N\}$ of users. The number of all possible 2-user partitions of this set can be computed as

$$L = \prod_{n=1}^{N/2} (N - 2n + 1). \quad (9)$$

Let Γ_l denote the l th 2-user partition of Γ , where $l \in 1, \dots, L$, and $\mathbf{p}(\mathbf{h})$ denote the vector of powers of all users, containing as its elements the non-negative powers $p_{i0}^{(s)}(\mathbf{h})$, $p_{ij}^{(s)}(\mathbf{h})$, $p_{U_i}^{(s)}(\mathbf{h})$, $\forall s, \forall i, j \in \{1, \dots, N\}$ and $\forall \mathbf{h}$. Then, the sum rate maximization problem can be stated as,

$$\max_{\substack{\Gamma_l \in \Gamma, \\ \mathbf{p}(\mathbf{h})}} \sum_{\{i,j\} \in \Gamma_l} R_i + R_j \quad (10)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{s \in S_{ij}} E \left[p_{i0}^{(s)}(\mathbf{h}) + p_{ij}^{(s)}(\mathbf{h}) + p_{U_i}^{(s)}(\mathbf{h}) \right] \leq \bar{p}_i, \quad \forall \{i, j\} \in \Gamma_l \quad (11)$$

$$R_i + R_j \text{ satisfy (8),} \quad \forall \{i, j\} \in \Gamma_l. \quad (12)$$

In its present form, (10) seems rather difficult to solve, as the rates, which form the objective function for power optimization, depend on the selected partnering strategy, while the partnering strategy that needs to be selected depends on the rates. Therefore, before we proceed, it is instructive to introduce a simple 4-user example, depicted in Figure III, which will shed some light into the solution of the general problem. In Figure III, all possible links which can be used for cooperation among all possible pairs are shown. Here, as suggested by (9) there are only three possible 2-user partitions of the set

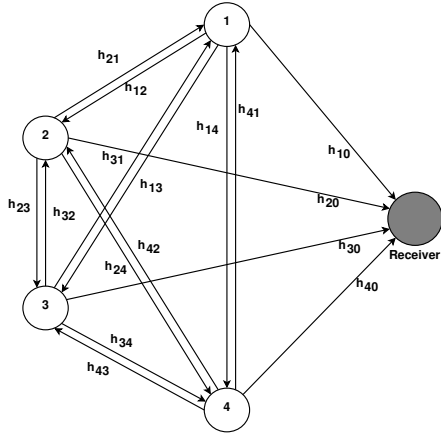


Fig. 1. 4-user OFDMA system model, with pairwise cooperation.

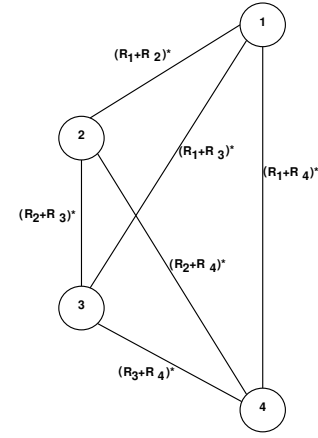


Fig. 2. 4-node undirected graph equivalent of the system in Figure 1

of users: $\{\{1, 2\}, \{3, 4\}\}$, $\{\{1, 3\}, \{2, 4\}\}$ and $\{\{1, 4\}, \{2, 3\}\}$. The crucial observation is that, once one of these partitions is fixed, the sum rate of each pair in that partition depends solely on the channel gains on the subchannels used by that particular pair, and is not affected by the transmission policy of the remaining pair, thanks to the orthogonal nature of OFDMA. But then, since each pair's transmission rate is independent of the other, we can simply find the optimal power allocation, and the resulting sum rate separately for each pair, for each given partition. Afterwards, the optimal partition can be selected by performing a search over the L power optimized sum-rate values. This argument is obviously valid for an arbitrary number of pairs as well: going back to our original problem, our optimization problem (10)-(12) can be equivalently stated as a two step problem

$$\begin{aligned} & \max_{\Gamma_l \in \Gamma} \sum_{\{i,j\} \in \Gamma_l} \max_{\mathbf{p}_i(\mathbf{h}), \mathbf{p}_j(\mathbf{h})} (R_i + R_j), \\ & \text{s.t.} \quad \sum_{s \in S_{ij}} E \left[p_{i0}^{(s)}(\mathbf{h}) + p_{ij}^{(s)}(\mathbf{h}) + p_{U_i}^{(s)}(\mathbf{h}) \right] \leq \bar{p}_i, \quad \forall \{i, j\} \in \Gamma_l \\ & \quad R_i + R_j \text{ satisfy (8),} \quad \forall \{i, j\} \in \Gamma_l. \end{aligned} \quad (13)$$

which can further be converted into

$$\max_{\Gamma_l \in \Gamma} \sum_{\{i,j\} \in \Gamma_l} (R_i + R_j)^*, \quad (14)$$

where $(R_i + R_j)^*$ is the power optimized sum rate of pair $\{i, j\}$, obtained by running the iterative algorithm proposed in [9]. While (14) is considerably simpler than (10), a brute force search over all possible partnering strategies would require factorial time, as evident from (9). However, given the sum rates achievable by each possible partnering, it is possible to model (14) as an equivalent matching problem in graph theory. Let us go back to our simple 4-user example, and create a complete undirected graph, where the users are the vertices, and the weights over the edges are the sum rate that is achievable by the pair of users connected by that particular edge, in case they are paired. The resulting graph is shown in Figure 2. In order to create all the weight information in this example, we need to compute six sum rates, each corresponding to one possible pair of users. However, note that since there are 4 users in

this graph, we can simultaneously choose only 2 disjoint pairs, and the pairs for which the summation of the corresponding weights is maximized should be found. This problem is known as "maximum weighted matching" in graph theory, which can be solved by an efficient algorithm presented in [12].

The worst-case complexity of the maximum weighted matching algorithm is $O(N^3)$ [12]. Meanwhile, for a general system with N users, the complete graph consisting of all possible pairings of users contains only $N \times (N - 1)/2$ edges. Since the cost of finding the weights $(R_i + R_j)^*$ on each edge based on power optimization is constant, the overall cost of generating the graph becomes negligible, compared to the cost of weighted matching as N grows. Note however that, for moderate number of users, which is typical in a wireless network, the fixed cost of computing these weights using iterative power optimization may become a time consuming computational burden. In practical networks, users are not necessarily stationary, and the topology of the network, and hence the channel conditions, may change frequently. Every time the topology changes, we may need a new matching. Therefore, in the next section, we propose alternative matching algorithms with the aim of obtaining even faster and more practical results.

IV. PRACTICAL SUBOPTIMAL PAIRING ALGORITHMS

In our model, the locations of the users, and their distances to each other are the major factors that effect their transmission rates. The impacts of Rayleigh fading and noise variances on the rates are negligible in comparison to path loss. This forces the power allocation and partner selection to be mostly dependent on the topology of the network, which means that a suboptimal but fast algorithm can be derived based only on user locations as an alternative to the maximum weighted matching algorithm. But then, the weights of the graph will not be needed to match the users, and this will decrease the time consumed by the matching algorithm drastically.

Below, we propose five algorithms, which perform make partnering decisions based on differing criteria based on the relative locations of the users in the network. In devising some of these algorithms (especially algorithm E), we observed the structure of the partnering strategies obtained using the

maximum weighted matching algorithm, and tried to mimic this structure.

A. Select Nearest to Receiver

The two users nearest to the receiver get matched. These users are removed from the pool, and the algorithm repeatedly matches the rest of users with the same method until every user is matched.

B. Select Farthest from Receiver

The two user farthest from the receiver get matched. These users are removed from the pool, and the algorithm repeatedly matches the rest of users with the same method until every user is matched.

C. Maximum Matching on Nearest Four to Receiver

The user nearest to the receiver is selected. Then, three users which are nearest to it are selected. Maximum weighted matching algorithm runs on those users and the users get matched. The algorithm repeatedly matches the rest of users with the same method until every user is matched.

D. Maximum Matching on Farthest Four from Receiver

The user farthest from the receiver is selected. Then, three users which are nearest to it are selected. Maximum weighted matching algorithm runs on those users and the users get matched. The algorithm repeatedly matches the rest of users with the same method until every user is matched.

E. Select Nearest and Farthest to Receiver

The user furthest to the receiver gets matched with the nearest to the receiver. These users are removed from the pool, and the algorithm repeatedly matches the rest of users with the same method until every user is matched.

V. SIMULATION RESULTS

Twenty runs were taken from each of the algorithms proposed in Section IV, as well as from the weighted matching algorithm described in Section III. In the simulations, $N = 20$ users were placed in a disk with radius $R = 100\text{m}$ according to a uniform random distribution. The receiver was placed at the center of the disk. All of the users had the same transmission power and the same number $M = 3$ of Rayleigh fading subchannels. The path loss exponent in the simulations were set to $\alpha = 2$. The noise variances were normalized to unity. Users' transmission power before path loss and fading was set to $P = 10^4$, to give a high Signal-to-Noise-Ration (SNR), in order to yield a more pronounced cooperation gain in terms of transmission rates, and more pronounced differences between the performances of the proposed algorithms.

In Table I, a detailed comparison of the rates achieved by each cooperating pair is given for a sample run of all algorithms. We observe that, if the users close to the receiver are coupled first, these users' transmission rates are high, however the farther users' rates are so low that, the total is not as much as one can obtain by a more nearly equal distribution. This is the main problem encountered in Algorithm A. The same also applies to Algorithm B with a little bit of difference. The users farther away from the receiver are selected as close as possible

TABLE I
TRANSMISSION RATES OF PAIRS BY DIFFERENT ALGORITHMS

Pair	MWM	AlgoA	AlgoB	AlgoC	AlgoD	AlgoE
1	17.084	21.045	19.439	21.045	17.926	17.078
2	16.618	19.596	18.133	18.062	17.731	16.621
3	16.414	13.073	16.649	15.336	16.727	16.410
4	14.924	10.064	13.073	11.534	16.417	14.911
5	10.683	4.833	5.484	4.833	7.164	10.683
6	8.716	3.906	4.388	3.798	3.906	8.657
7	7.938	3.451	3.906	3.496	3.451	7.760
8	7.164	3.074	3.496	2.793	3.074	5.111
9	3.906	2.841	2.841	2.642	2.865	4.833
10	3.596	2.329	2.793	2.706	2.858	4.429
Total	107.043	84.211	90.202	86.245	92.117	106.494

to each other, however, since the SNR goes down because of the path loss, the cooperation gain is still low for these users, and total rate becomes low. It is noteworthy that, algorithm B gives better results than algorithm A. Algorithm E, which is inspired by the optimal matching, performs surprisingly well.

In Figure V, the achievable rates of the proposed algorithms are compared to the total transmission rate of maximum weighted matching, by defining the ratio of the sum rate achievable by each algorithm to the optimal sum rate of weighted matching in the form of a percentage, which we call the efficiency. Also, the matchings created by the algorithms are visually compared to maximum weighted matching. It is observed that, maximum weighted matching generally selects pairs such that, one of the users in the pair is close to the receiver, while the other user is far away from the receiver. This is rather surprising in that, the pairing that is optimal for the benefit of the entire system also happens to assign acceptable rates to the cell edge users, which adds to the fairness.

In Table II, we provide the statistics of the efficiency of our proposed algorithms. In our simulations, the efficiencies of the algorithms A and B are between 75% and 95%. Algorithms C and D include maximum weighted matching for subgroups of users as a subroutine, but they are still fast algorithms since subgroups include small numbers of users. Algorithm D gives better results than C. Algorithm D's efficiency is observed to be between 80% and 99%. Algorithm E is the best among the proposed heuristic algorithms in terms of efficiency, with efficiencies between 94% and 99%. Since one closer and one further user is paired with each other, for most user pairs, cooperative gain is on average, but in total, this converges to the maximum transmission rate. Also, there is no maximum weighted matching routine in this algorithm which makes it much faster.

VI. CONCLUSION

Partner selection in wireless networks is a key consideration in rate maximization for cooperative networks. In this paper, we formulated the joint power allocation and partner selection problem, with the goal of maximizing the sum-rate of a cooperative OFDMA network. It is shown that, the problem can be reduced into a maximum weighted matching problem which has a polynomial time solution. The result of the maximum weighted matching algorithm, inspired us to develop some heuristic algorithms with lower complexity. Hence, to

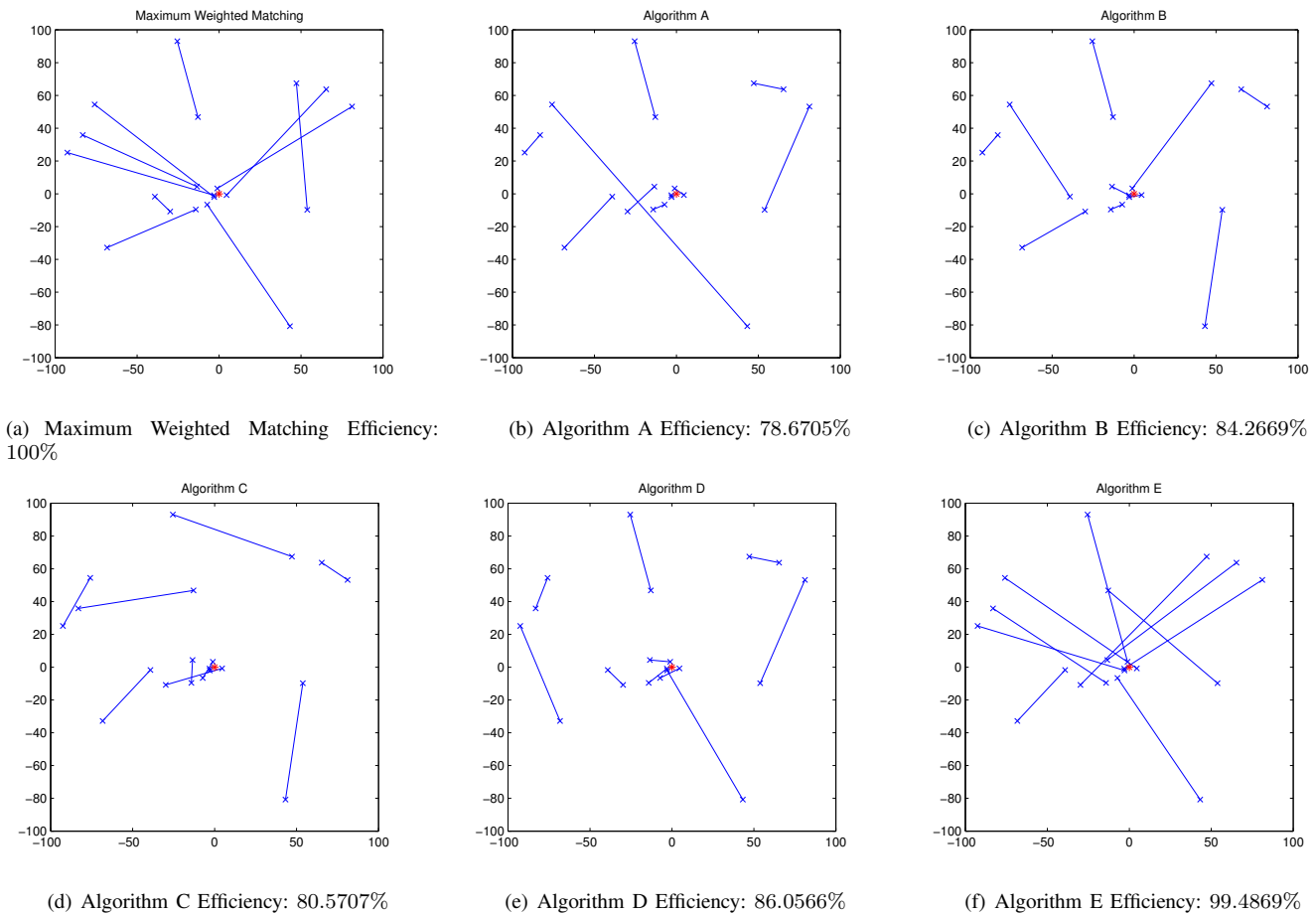


Fig. 3. User constellations, maximum matching and matchings created by different proposed algorithms.

TABLE II
STATISTICS OF PROPOSED ALGORITHMS

Efficiencies	AlgoA	AlgoB	AlgoC	AlgoD	AlgoE
min	76.994	83.379	78.735	85.114	94.657
max	94.682	95.610	94.762	99.551	99.487
mean	85.708	89.716	88.142	92.942	97.498

further simplify the partnering problem, we proposed matching algorithms which only use the location information of the users. We demonstrated that, the algorithm which matches the users farthest away from the receiver to the ones closest to the receiver, gives a near-optimum solution, very fast.

REFERENCES

- [1] A. Sendonaris, E. Erkip and B. Aazhang. "User Cooperation Diversity – Part I: System Description." *IEEE Trans. Commun.*, 51(11): 1927–1938, Nov. 2003.
- [2] Z. Lin, E. Erkip, A. Stefanov "Cooperative Regions and Partner Choice in Coded Cooperative Systems." *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 54(4):760, Apr. 2006.
- [3] V. Mahinthan, L. Cai, J.W. Mark and X. Shen "Partner Selection Based on Optimal Power Allocation in Cooperative-Diversity Systems." *IEEE Trans. Vehicular Tech.*, 57(1):511–520, Jan. 2008
- [4] K. Kim, Y. Han and S.-L. Kim. "Joint Subcarrier and Power Allocation in Uplink OFDMA Systems." *IEEE Commun. Lett.*, 9(6): 526–528, Jun. 2005.
- [5] C. Ng and C. Sung. "Low Complexity Subcarrier and Power Allocation for Utility Maximization in Uplink OFDMA Systems." *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 7(5): 1667–1675, May 2008.
- [6] L. Gao and S. Cui. "Efficient Subcarrier, Power and Rate Allocation with Fairness Consideration for OFDMA Uplink." *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 7(5): 1507-1511, May 2008.
- [7] W. Shim, Y. Han and S. Kim. "Fairness-Aware Resource Allocation in a Cooperative OFDMA Uplink System." *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 59(2): 932–939, Feb. 2010.
- [8] S. Bakim and O. Kaya. "Cooperative Strategies and Achievable Rates for Two User OFDMA Channels." *IEEE Trans. Wireless Commun.*, to be published.
- [9] S. Bakim and O. Kaya. "Optimum Power Control for Transmitter Cooperation in OFDMA Based Wireless Networks." *IEEE Global Communications Conference, Workshop on Multicell Cooperation, Houston, TX, December 2011*, to be published.
- [10] Z. Han, T. Himsoon, W. P. Siritwongpairat and K. J. R. Liu. "Resource Allocation for Multiuser Cooperative OFDM Networks: Who Helps Whom and How to Cooperate." *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 58(6), 2378–2391, Jun. 2009.
- [11] A. Mukherjee, H.M. Kwon "General Auction-Theoretic Strategies for Distributed Partner Selection in Cooperative Wireless Networks." *IEEE Trans. Communications*, 58(10):2903-2915, October 2010
- [12] H. N. Gabow. "An Efficient Implementation of Edmonds Algorithm for Maximum Matching on Graphs." *J. ACM.*, 23(2) Apr. 1976, pp. 221-234.

Röleli Yayınlama Kanalı için En Küçük Ortak Kesinti Olasılığı

Arif Önder Işıkman, Melda Yüksel

Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Ankara
yuksel@etu.edu.tr

Özetçe- Bu bildiri röleli yayınlama kanalında ortak kesinti olasılığını en küçük yapan iletişim protokolleri ve ilgili en iyi kaynak aktarımı yöntemleri incelenmektedir.

Röleli yayınlama kanalında, bir kaynak, iki hedef ve bir de röle bulunmaktadır. Hedefler arasında eşgüdüm gerektiğinden, kaynağın ya her iki hedefe birden aynı anda iletimde bulunduğu ya da her iki hedefin de aynı anda kapandığı varsayılmaktadır. Kanallar blok sönmülmelidir. Kanal kazançları bütün alıcı ve vericilerde bilinmektedir. Röle yarı-çift yönlü olarak çalışmaktadır ve kaynak ve röle arasında zaman bölüşümü vardır. Sistemde uzun dönem ortalama toplam güç kısıtı vardır. Sistemin gerçek zamanlı uygulamalar için sabit veri hızı sınırı altında çalıştığı kabul edilmiştir. Bu nedenle sistemde her blok sonunda her bir hedefteki sabit veri hızı sınırı sağlanacak şekilde güç aktarımı yapılmaktadır. Ancak kanallardan bazıları çok kötü olduğunda, her iki hedefteki sabit veri hızı sınırını sağlayabilmek için çok fazla güç gerekir ve ortalama toplam güç kısıtını sağlamak mümkün olmaz. Bu durumlarda iletim yapılmaz ve sistemde ortak kesinti olur. Biz de bu çalışmada bu ortak kesinti olasılığını en küçük yapan güç aktarımı yöntemlerini aşağıdaki işbirlikçi aktarıcı teknikleri için inceliyoruz.

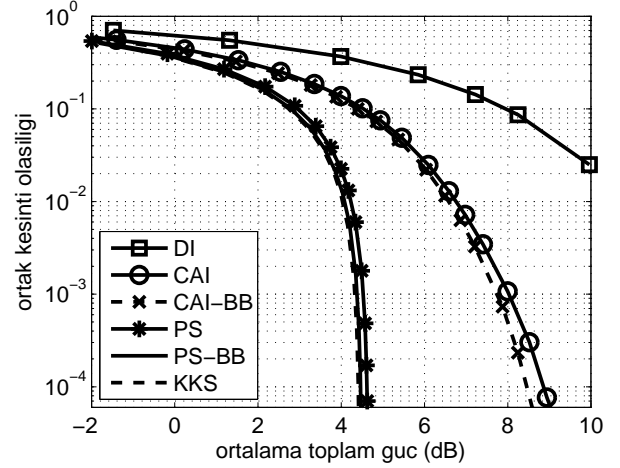
1) *Doğrudan İletim (DI)*: DI'de sistem basit bir yayınlama kanalına eşdeğerdir ve röle kullanılmaz. Kaynak tüm zaman boyunca iletimde bulunur. DI, röleli iletim tekniklerinin kazançlarını gösterir ve incelediğimiz diğer fırsatçı yöntemlerinin parçasıdır.

2) *Çoklu Atlamalı İletim (CAI)*: CAI'de iki çalışma kipi vardır: DI ve çöz-ilet (Çİ). Çİ kipinde röle, her iki hedefin bilgilerinin kod çözümünü yapmak zorundadır. Hedefler sadece röleyi dinlerler. DI ve Çİ kipleri arasında seçim yapılarak sistemin güç tüketiminin azaltılması amaçlanmaktadır.

3) *Çoklu Atlamalı İletim ve Bağların Birleştirilmesi (CAI-BB)*: CAI-BB yöntemindeki çalışma kipleri, CAI'dekilerle aynıdır. CAI-BB'de hedefler hem rölenin hem de kaynağın sinyallerini dinlerler. CAI-BB yönteminin CAI'den her zaman daha iyi başarımla göstereceği açıktır, fakat bu yöntem daha karmaşık alıcı devreleri gerektirir. Bu nedenle CAI yönteminin CAI-BB'ye ne kadar yakın sonuç verdiğini gözlemlemek önemlidir.

4) *Patika Seçimi (PS)*: PS'de dört farklı çalışma kipi vardır: DI, röle birinci hedefe yardımcı (RH1), röle ikinci hedefe yardımcı (RH2) ve Çİ. CAI'den farklı olarak, PS yönteminin RH1 veya RH2 kiplerinde röle her iki hedefin bilgilerinin kod çözümünü yapmak zorunda değildir. Kanal durumuna göre hedeflerden sadece birisine yardım etmeyi seçebilir. Bu yöntem,

¹Bu araştırma TÜBİTAK'ın 108E208 numaralı projesi altında desteklenmektedir.



Şekil 1: En küçük ortak kesinti olasılığına karşı ortalama toplam güç.

röledeki kod çözümü kısıtlarını azaltmakta ve rölenin hedeflerin en az birisine yardım edebilmesi olasılığını artırmaktadır.

5) *Patika Seçimi ve Bağların Birleştirilmesi (PS-BB)*: CAI-BB'de olduğu gibi bu yöntemde de amaç, hedeflerin hem röleyi hem de kaynağı dinlemelerinin getirdiği kazancı anlamaktır. PS-BB yöntemindeki çalışma kipleri, PS'deki gibi DI, RH1, RH2 ve Çİ'den oluşmaktadır. Sistem, bu çalışma kipleri arasında seçim yaparak güç tüketimini azaltır.

6) *Kesi Kümesi Sınırı (KKS)*: Bu çalışmada, bulduğumuz sonuçların mümkün olabilecek en iyi durumdan ne kadar uzakta olduğu anlayabilmek için, kesi kümesi sınırı da hesaplanmıştır. Kesi kümesi yöntemi kullanılarak, röleli yayınlama kanalındaki ulaşılabilir veri hızlarına iki farklı üst sınır bulunmuş ve bu üst sınırlara dayanarak olası en küçük ortak kesinti olasılığı hesaplanmıştır. Yukarıda belirtilen bütün yöntemler bu en küçük ortak kesinti olasılığı sonucu ile karşılaştırılmıştır.

Şekil 1'deki sonuçlar, bağlantıların birleştirilmesinin sonucu çok değiştirmediğini, sistemdeki kazancın temel olarak patika seçme davranışına bağlı olduğunu gösterir. Rölenin aynı anda iki hedefe birden yardım etmek zorunluluğu çok kısıtlayıcıdır. Çalıştayda yukarıda anlatılan işbirlikli iletim yöntemleri ayrıntılarıyla açıklanacak, sonuçları doğrular diğer şekiller de gösterilecektir. Bunlara ek olarak araştırmacının işbirlikli aktarıcı tekniklerine dair diğer çalışmaları da özetlenecek, ASELSAN'la bilgi paylaşımı en yüksek seviyede gerçekleşecektir.

Kaynakça

- [1] L. Li, A. Goldsmith, "Capacity and optimal resource allocation for fading broadcast channels II. outage capacity," *IEEE IT*, March 2001.
- [2] D. Gunduz, E. Erkip, "Opportunistic cooperation by dynamic resource allocation," *IEEE TWC*, April 2007.

Minimum Common Outage Probability for the Broadcast Relay Channel

Arif Önder Isikman
Department of Signals and Systems
Chalmers University of Technology
Gothenburg, Sweden
isikman@student.chalmers.se

Melda Yuksel
EEE Department
TOBB University of Economics and Technology
Ankara, Turkey
yuksel@etu.edu.tr

Abstract—In this paper the broadcast relay channel (BRC) is studied. In the BRC model, the source communicates with two destinations with the help of a single relay. The minimum common outage probability for four different transmission protocols, direct transmission (DT), multihop (MH), path selection (PS) and link combination with path selection (LCPS) is investigated under long-term power constraint for constant rate transmission. In addition, the ϵ -outage rate region for a fixed common outage probability is computed. Based on the cut-set bound (CSB), a lower bound on the minimum common outage probability and an upper bound on the ϵ -outage rate region are also found. Numerical results suggest that enforcing the relay to help both destinations simultaneously is limiting. The dominant factor in the gains obtained with respect to DT is due to path selection and link combination is not necessary when the relay is close to the source.

Index Terms—broadcast relay channel, common outage probability, cooperation, power allocation, long-term power constraint, wireless channels

I. INTRODUCTION

The relay channel was introduced more than thirty years ago [1]; however, it was not until [2] and [3] that research on the relay channel picked up that proved that relaying can enhance reliability in wireless channels. Similar to multiple antenna techniques, relaying schemes are viable methods that mitigate the adverse effects of fading [2], [3]. The gains cooperation/relaying promises in wireless channels have resulted in a significant expansion in the literature over the last decade (see [4], [5], [6] and references therein.)

The four-terminal broadcast relay channel (BRC) is first studied in [7]. In the BRC model, there are two destinations, which communicate with the source with the help of a single dedicated relay. The capacity region of the BRC, when both receivers are degraded with respect to the relay is found in [8]. This result is extended to Gaussian channels in [8], [9]. An achievable rate region for the K-receiver broadcast channel with a single relay is investigated in [10].

When channel state information is available at the transmitter, substantial gains can be achieved if transmission power is adapted according to the channel conditions. In [11], an optimal constant-rate transmission scheme for the block fading

point-to-point channel is found. Under a long-term power constraint, it is proved that the optimal power allocation scheme that minimizes outage probability is of threshold-type [11]. Generalizing the single-user results, an optimal power allocation protocol and the resulting capacity region are established in [12] for parallel Gaussian broadcast channels. Optimal power allocation protocols for minimum outage probability for fading broadcast channels and multi-hop relay channels are studied in [13] and [14]. Under long-term power constraint, upper and lower bounds on the outage capacity of the fading relay channel are found in [15]. Outage probability for the relay channel under long-term power constraint is also studied in [16]. In [16], opportunistic protocols, in which the relay is not utilized if cooperation consumes more power with respect to direct transmission are proposed and proved to perform close to the cut-set bound. For fading relay channels, power allocation methods that maximize achievable rates are obtained in [17].

In this paper we investigate relaying strategies and related power allocation methods that minimize outage probability for the BRC. Assuming long-term power constraint and constant-rate transmission, we study the *common* outage probability for both of the destinations. The common outage probability is introduced in [13] as a relevant performance measure for broadcast channels. In a broadcast channel, depending on the channel state, the broadcast channel can either not be used at all, or transmission to both of the receivers take place at the same time. Such an operation mode, which is different from declaring outage for each of the receivers individually, is necessary if coordination among receivers is to be established.

In the BRC setting, we study the minimum common outage probability for a fixed rate pair and the ϵ -outage rate region for a fixed common outage probability for four different protocols: direct transmission (DT), multihop (MH), path selection (PS) and link combination with path selection (LCPS). In all of these protocols, the source uses superposition coding for the two independent messages it has for each of the destinations. The DT protocol serves as a benchmark to show the benefits of relaying. In MH, the relay has to decode both messages to help both destinations and the destinations only listen to the relay. However, in PS, we exploit the superposition of messages, allow for the relay to help only one of the destinations and let

¹This material is based upon work supported by the Scientific and Technological Research Council of Turkey, TUBITAK, under Grant No. 108E208.

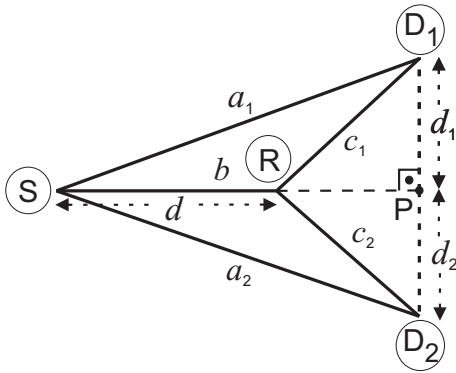


Fig. 1. The broadcast relay channel, (BRC) with one source (S), one relay (R), and two destinations (D_1 , D_2). For the numerical simulations in Section IV, all four nodes are located on a plane with S-R, D_1 -point P and D_2 -point P distances are respectively equal to d , d_1 and d_2 .

the other destination directly listen to the source. In this case, the destination that listens to the relay does not listen to the source. In LCPS, we explore the gains introduced when the destinations can combine the signals both from the source and the relay. Finally, we compare all these four protocols with the cut-set bound (CSB). Our results indicate that path selection is the dominant factor in the gains obtained and the gains due to link combination are insignificant, when the relay is close to the source. However, the gains due to link combination are emphasized when the relay is far from the source.

The organization of the rest of the paper is as follows. In Section II, the system model is introduced. In Section III, the transmission protocols are described in detail. In Section IV, the common outage probability results are presented. Finally in Section V, the paper is concluded.

II. SYSTEM MODEL

The BRC consists of one source (S), one relay (R), and two destinations (D_1 , D_2) as shown in Fig. 1. The instantaneous amplitude squares of complex channel gains among S- D_1 , S- D_2 , S-R, R- D_1 and R- D_2 are respectively denoted by a_1 , a_2 , b , c_1 and c_2 . It is assumed that the channel gain amplitudes are known globally at all nodes, whereas channel gain phases are known only at corresponding receivers. The channel coefficients have quasi-static fading [11] and are independent from one block to the other. Complex Gaussian noise at the receivers are independent, and have zero mean and unit variance.

For the numerical results we present in Section IV, we assume a_1 , a_2 , b , c_1 , and c_2 are independent exponential random variables and we assume all terminals are located on a plane. The relay is located on the line joining the source and point P, where S-R distance is d and the distance between the source and point P is normalized to 1. D_1 -P and D_2 -P distances are respectively denoted as d_1 and d_2 . As a result, the random variables a_1 , a_2 , b , c_1 , and c_2 respectively have the mean values $(1 + d_1^2)^{-\frac{\alpha}{2}}$, $(1 + d_2^2)^{-\frac{\alpha}{2}}$, $d^{-\alpha}$, $[(1 - d)^2 + d_1^2]^{-\frac{\alpha}{2}}$, $[(1 - d)^2 + d_2^2]^{-\frac{\alpha}{2}}$, where α is the path loss exponent.

We assume the relay is half-duplex and there is time division among the source and the relay. The source transmits for t

fraction of the block, $0 < t \leq 1$, and the relay transmits in the rest $1 - t$.

The source node has two independent messages W_1 and W_2 at target rates R_1 and R_2 for each of the destinations. The source node encodes W_1 and W_2 into X_1 and X_2 using superposition coding [18]. It allocates power $P_{S1}^{(i)}(s, t)$ to send X_1 , $P_{S2}^{(i)}(s, t)$ to send X_2 , and transmits $X = X_1 + X_2$ to reach both destinations simultaneously at channel state $s = (a_1, a_2, b, c_1, c_2)$, for a fixed t , for protocol i , $i = \text{DT, MH, PS, LCPS}$. Upon receiving the source signal X , the relay decodes X_1 , X_2 or both depending on the transmission protocol. The relay allocates power $P_{R1}^{(i)}(s, t)$ to forward W_1 to D_1 , and $P_{R2}^{(i)}(s, t)$ to forward W_2 to D_2 . We assume the source and the relay have a long-term average total power constraint P_{avg} :

$$\int_s [t(P_{S1}^{(i)}(s, t) + P_{S2}^{(i)}(s, t)) + (1 - t) \times (P_{R1}(s, t) + P_{R2}(s, t))] f(s) ds \leq P_{avg} \quad (1)$$

where $f(s)$ denotes the probability density function of the channel state s .

Let $(\hat{P}_{S1}^{(i)}(s, t), \hat{P}_{S2}^{(i)}(s, t), \hat{P}_{R1}^{(i)}(s, t), \hat{P}_{R2}^{(i)}(s, t))$ denote the minimum amount of power levels that satisfy the condition $C_j^{(i)} \geq R_j, i = \text{DT, MH, PS, LCPS}, j = 1, 2$, for a fixed t , where $C_j^{(i)}$ denotes the achievable rate at j th destination with protocol i . Then the minimum total amount of power required for reliable communication for protocol i , at state s is given as ¹

$$\begin{aligned} P_{req}^{(i)}(s) &= \min_t t(\hat{P}_{S1}^{(i)}(s, t) + \hat{P}_{S2}^{(i)}(s, t)) \\ &\quad + (1-t)(\hat{P}_{R1}^{(i)}(s, t) + \hat{P}_{R2}^{(i)}(s, t)), \quad (2) \\ &= t^*(\hat{P}_{S1}^{(i)}(s, t^*) + \hat{P}_{S2}^{(i)}(s, t^*)) \\ &\quad + (1-t^*)(\hat{P}_{R1}^{(i)}(s, t^*) + \hat{P}_{R2}^{(i)}(s, t^*)), \quad (3) \end{aligned}$$

where t^* is the best $t, 0 < t \leq 1$ that minimizes (2). Note that the fraction of the time the relay listens, t , is a function of the channel state vector s .

Given $P_{req}^{(i)}(s)$ for the i th protocol at state s , the optimal resource allocation function that attains the minimum common outage probability is of the threshold type [11], [13], [16]. As a result $P_{S1}^{(i)}(s, t^*), P_{S2}^{(i)}(s, t^*), P_{R1}^{(i)}(s, t^*)$ and $P_{R2}^{(i)}(s, t^*)$ are determined according to

$$P_{kj}^{(i)}(s, t^*) = \begin{cases} 0 & \text{if } P_{req}^{(i)}(s) \geq P_{th} \\ \hat{P}_{kj}^{(i)}(s, t^*) & \text{if } P_{req}^{(i)}(s) < P_{th}, \end{cases} \quad (4)$$

for $k = \text{S, R}, j = 1, 2$, where P_{th} is determined such that (1) is satisfied.²

This threshold type behavior can be explained as follows: For very poor channel conditions, the total power level required to send the target rates R_1 and R_2 respectively to D_1

¹For MH, PS and LCPS protocols, different operation modes, DF, RH1 and RH2, will be defined in the next section. This definition also applies to $i = \text{DF, RH1, RH2}$.

²From this point on, we will denote $\hat{P}_{kj}^{(i)}(s, t)$ and $P_{kj}^{(i)}(s, t)$ respectively with $\hat{P}_{kj}^{(i)}$ and $P_{kj}^{(i)}$ for a simpler notation.

and D_2 is very high. If transmission is sustained during such poor channel conditions, power is wasted to invert the channel and the total average power constraint in (1) is violated. However, if transmission is discontinued until the channel conditions become favorable, then power can be saved and (1) is satisfied. For those channel states during which transmission is off, or when $P_{req}^{(i)}(s) \geq P_{th}$, the system is in outage. Subject to the total average power constraint P_{avg} , one can determine P_{th} such that the common outage probability for protocol i

$$P_{out}^{(i)} = \mathbb{P}(P_{req}^{(i)}(s) \geq P_{th}) \quad (5)$$

is minimized. Then for a given target rate pair (R_1, R_2) , the minimum common outage probability is given as

$$P_{out-min}^{(i)} = \min P_{out}^{(i)} \quad \text{subject to (1)}. \quad (6)$$

In this paper our objective is to find the minimum common outage probability defined in (6). We investigate four protocols DT, MH, PS, and LCPS in comparison to the cut-set bound (CSB). In each of these cases, D_1 and D_2 are turned on or off simultaneously. In addition to minimum common outage probability for a given rate pair (R_1, R_2) , we also analyze the ϵ -outage rate region. The ϵ -outage rate region is the collection of all achievable rate pairs, for which the common outage probability (5) is at most ϵ and the total average power constraint (1) is satisfied. Note that the minimum common outage probability problem of (6) and the ϵ -outage rate region problem are inherently the same. We refer the reader to [13] for the proof and omit the details here.

III. TRANSMISSION PROTOCOLS

In this section we describe the protocols DT, MH, PS and LCPS and CSB, in detail and find the amount of power needed $(\hat{P}_{S1}^{(i)}, \hat{P}_{S2}^{(i)}, \hat{P}_{R1}^{(i)}, \hat{P}_{R2}^{(i)})$, $i = \text{DT, MH, PS, LCPS, CSB}$ for reliable communication for each channel state s and for a fixed t .

A. Direct Transmission

In DT, the relay is not utilized and the system is equivalent to a broadcast channel. The source node transmits all the time, $t = 1$. The minimum common outage probability for the broadcast channel is solved in [13]. Here, we restate $\hat{P}_{S1}^{(DT)}$ and $\hat{P}_{S2}^{(DT)}$ as DT is a part of all other protocols under study.

When $a_1 \geq a_2$ and P_{S1} and P_{S2} are the power levels allocated to X_1 and X_2 at the source, the best rate pair (the rate pair on the capacity region of the broadcast channel) is

$$C_{S1}^{(DT)} = \log(1 + a_1 P_{S1}) \quad (7)$$

$$C_{S2}^{(DT)} = \log\left(1 + \frac{a_2 P_{S2}}{a_2 P_{S1} + 1}\right). \quad (8)$$

When $a_1 < a_2$, the subscripts "1" and "2" need to be interchanged in (7) and (8). Solving $C_{S1}^{(DT)} = R_1$ and $C_{S2}^{(DT)} = R_2$ for P_{S1} and P_{S2} , one can calculate the minimum amount of power required $(\hat{P}_{S1}^{(DT)}$ and $\hat{P}_{S2}^{(DT)})$ to attain a given rate R_1 at

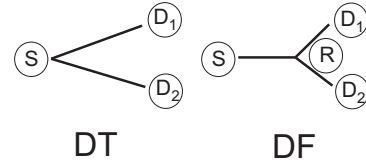


Fig. 2. Operation modes for MH: direct transmission (DT) and decode-and-forward (DF). The destinations do not listen to the source in DF mode.

the first destination, and R_2 at the second destination. Defining g as a function with three inputs and two outputs as

$$(y_1, y_2) \triangleq g(x_1, x_2, x_3) \quad (9)$$

$$y_1 = \begin{cases} (2^{\frac{R_1}{x_3}} - 1) \frac{1}{x_1} & \text{if } x_1 \geq x_2 \\ (2^{\frac{R_1}{x_3}} - 1) \left(\frac{1}{x_1} + y_2\right) & \text{if } x_1 < x_2 \end{cases}$$

$$y_2 = \begin{cases} (2^{\frac{R_2}{x_3}} - 1) \left(\frac{1}{x_2} + y_1\right) & \text{if } x_1 \geq x_2 \\ (2^{\frac{R_2}{x_3}} - 1) \frac{1}{x_2} & \text{if } x_1 < x_2 \end{cases}$$

$\hat{P}_{S1}^{(DT)}$ and $\hat{P}_{S2}^{(DT)}$ become $(\hat{P}_{S1}^{(DT)}, \hat{P}_{S2}^{(DT)}) = g(a_1, a_2, 1)$. Then, $P_{req}^{(DT)}(s)$ can be calculated from (3), leading to the minimum common outage probability calculation in (6).

B. Multihop

In MH, there are two modes of operation: direct transmission (DT) and decode-and-forward (DF). The two modes of operation for MH are shown in Fig. 2.

Consider the three terminal relay channel with direct link gain, a , source-relay link gain b and relay-destination gain c . If $a < c$ and $a < b$, it is shown in [16] that transmission over the multihop route via the relay consumes less power than sending the message directly to the destination. Motivated by this result, we assume the source aims to reach both D_1 and D_2 via the relay if $s \in \mathcal{A}_{MH}^{DF}$ where

$$\mathcal{A}_{MH}^{DF} = \{s : (a_1 < c_1 \cap a_1 < b) \cap (a_2 < c_2 \cap a_2 < b)\}. \quad (10)$$

In this case, we say the system is in DF mode. In DF mode, in order for the relay to decode both messages reliably, the required power levels at the source are

$$(\hat{P}_{S1}^{(DF)}, \hat{P}_{S2}^{(DF)}) = g(b, b, t). \quad (11)$$

Using independent codebooks, the relay then reencodes W_1 and W_2 , and forwards them to the destinations using superposition coding. As the destinations only listen to relay, the relay power needed for reliable reception at the destinations is

$$(\hat{P}_{R1}^{(DF)}, \hat{P}_{R2}^{(DF)}) = g(c_1, c_2, 1 - t). \quad (12)$$

If $s \in \mathcal{A}_{MH}^{DT}$, where $\mathcal{A}_{MH}^{DT} = (\mathcal{A}_{MH}^{DF})^c$ and c denotes the complement, we assume the relay is not utilized and the system operates in DT mode. Then

$$P_{req}^{(MH)}(s) = \begin{cases} P_{req}^{(DF)}(s) & \text{if } s \in \mathcal{A}_{MH}^{DF} \\ P_{req}^{(DT)}(s) & \text{if } s \in \mathcal{A}_{MH}^{DT} \end{cases} \quad (13)$$

Using (13), the minimum common outage probability of (6) is then calculated.

C. Path Selection

In the PS protocol, there are four modes of operation, DT, relay helps user 1 (RH1), relay helps user 2 (RH2) and DF, which are shown in Fig. 3. Unlike MH, in PS the relay is not required to decode both messages W_1 and W_2 , but can decode only one of them depending on the channel state s . This decreases the decoding constraint at the relay, and increases its chance to be more useful for one of the destinations.

The system is in RH1 mode if $s \in \mathbf{A}_{PS}^{RH1}$ where

$$\mathbf{A}_{PS}^{RH1} = \{s : (a_1 < c_1 \cap a_1 < b) \cap (a_2 > c_2 \cup a_2 > b)\}. \quad (14)$$

In RH1, the source transmits to the relay and to D_2 using superposition coding. D_1 does not listen to the source, but only to the relay. This is a practical assumption that enables simple receivers. In RH1, the relay is only required to decode W_1 . The relay and D_2 can respectively decode W_1 and W_2 reliably if $(\hat{P}_{S1}^{(RH1)}, \hat{P}_{S2}^{(RH1)}) = g(b, a_2, t)$. Upon decoding W_1 , the relay independently reencodes and forwards the message to D_1 with

$$(\hat{P}_{R1}^{(RH1)}, \hat{P}_{R2}^{(RH1)}) = [(2^{\frac{R_1}{1-t}} - 1) \frac{1}{c_1}, 0]. \quad (15)$$

Note that D_2 does not need to listen to the relay, as the relay's transmission carries information only about W_1 and is of no use at D_2 .

The RH2 mode is similar to RH1 and the relay only assists D_2 . The system is in RH2 mode if $s \in \mathbf{A}_{PS}^{RH2}$, where $\mathbf{A}_{PS}^{RH2} = \{s : (a_1 > c_1 \cup a_1 > b) \cap (a_2 < c_2 \cap a_2 < b)\}$. In RH2, the required source and relay power levels are given as

$$(\hat{P}_{S1}^{(RH2)}, \hat{P}_{S2}^{(RH2)}) = g(a_1, b, t) \quad (16)$$

$$(\hat{P}_{R1}^{(RH2)}, \hat{P}_{R2}^{(RH2)}) = [0, (2^{\frac{R_2}{1-t}} - 1) \frac{1}{c_2}]. \quad (17)$$

In PS, if $s \in \mathbf{A}_{PS}^{DF}$, where $\mathbf{A}_{PS}^{DF} = \mathbf{A}_{MH}^{DF}$ defined in (10), then the system is in DF mode. The relay decodes both W_1 and W_2 and forwards these messages to D_1 and D_2 . The required source and relay power levels are given in (11) and (12).

Finally, we assume the system is in DT mode if it is not in anyone of the above defined operation modes. Then

$$P_{req}^{(PS)}(s) = \begin{cases} P_{req}^{(RH1)}(s) & \text{if } s \in \mathbf{A}_{PS}^{RH1} \\ P_{req}^{(RH2)}(s) & \text{if } s \in \mathbf{A}_{PS}^{RH2} \\ P_{req}^{(DF)}(s) & \text{if } s \in \mathbf{A}_{PS}^{DF} \\ P_{req}^{(DT)}(s) & \text{if } s \in \mathbf{A}_{PS}^{DT} \end{cases} \quad (18)$$

Finally, (18) is used to calculate the minimum common outage probability of (6).

D. Link Combination with Path Selection

In LCPS, the operation modes are the same as PS. However, in LCPS the destinations listen to the signals from both the source and the relay. Although, LCPS is sure to perform better than PS, it requires complex receivers and its use is limited. An illustration of LCPS is shown in Fig. 3.

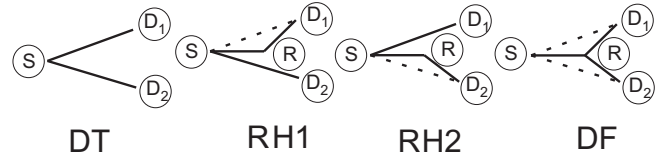


Fig. 3. Operation modes for PS and LCPS: direct transmission (DT), relay helps user 1 (RH1), relay helps user 2 (RH2) and decode-and-forward (DF). In PS, the destinations do not listen to the links shown with dashed lines, whereas in LCPS they do.

In LCPS, in the RH1 mode, if $b > a_2$, the source superimposes X_1 on X_2 , and the opposite is true if $b < a_2$. Then the source sets $(\hat{P}_{S1}^{(RH1)}, \hat{P}_{S2}^{(RH1)}) = g(b, a_2, t)$ as in the RH1 mode of PS. However, in the RH1 mode of LCPS, D_1 also listens to the source transmission. Then the achievable rate at D_1 is

$$C_1^{(RH1)} = \begin{cases} t \log(1 + a_1 \hat{P}_{S1}^{(RH1)}) \\ + (1-t) \log(1 + c_1 P_{R1}) & \text{if } a_1, b > a_2 \\ t \log \left(1 + \frac{a_1 \hat{P}_{S1}^{(RH1)}}{a_1 \hat{P}_{S2}^{(RH1)} + 1} \right) \\ + (1-t) \log(1 + c_1 P_{R1}) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (19)$$

when P_{R1} denotes the relay power allocated to convey W_1 . Solving $C_1^{(RH1)} = R_1$ for P_{R1} , we obtain the required relay power $\hat{P}_{R1}^{(RH1)}$ for reliable reception at D_1 . As the relay does not help D_2 , $\hat{P}_{R2}^{(RH1)} = 0$. The required power levels for the RH2 mode are similarly obtained.

Suppose P_{Sj} and P_{Rj} are respectively the source and the relay power levels assigned to communicate W_j with the j th destination, $j = 1, 2$. In the DF mode, the relay has to decode both W_1 and W_2 . The achievable rate for W_j at the relay, $C_{SRj}^{(DF)}$, is then given as

$$C_{SRj}^{(DF)} = \begin{cases} t \log(1 + b P_{Sj}) & \text{if } a_j > a_l \\ t \log \left(1 + \frac{b P_{Sj}}{b P_{Sl} + 1} \right) & \text{if } a_j < a_l. \end{cases} \quad (20)$$

for $j, l = 1, 2, j \neq l$, must be as large as the target rate R_j . Upon successful decoding, the relay forwards both messages. Then, the achievable rate at D_j is given by

$$C_j^{(DF)} = C_{Sj}^{(DF)} + C_{Rj}^{(DF)}, \quad (21)$$

where

$$C_{Sj}^{(DF)} = \begin{cases} t \log(1 + a_j P_{Sj}) & \text{if } a_j > a_l \\ t \log \left(1 + \frac{a_j P_{Sj}}{a_j P_{Sl} + 1} \right) & \text{if } a_j < a_l \end{cases}$$

$$C_{Rj}^{(DF)} = \begin{cases} (1-t) \log(1 + c_j P_{Rj}) & \text{if } c_j > c_l \\ (1-t) \log \left(1 + \frac{c_j P_{Rj}}{c_j P_{Rl} + 1} \right) & \text{if } c_j < c_l \end{cases}$$

for $j, l = 1, 2, j \neq l$. Solving for P_{S1}, P_{S2}, P_{R1} and P_{R2} in $C_1^{(DF)} = C_{SR1}^{(DF)} = R_1$ and $C_2^{(DF)} = C_{SR2}^{(DF)} = R_2$, we obtain the required power levels $\hat{P}_{S1}^{(DF)}, \hat{P}_{S2}^{(DF)}, \hat{P}_{R1}^{(DF)}$ and $\hat{P}_{R2}^{(DF)}$. Substituting these required power levels for all modes

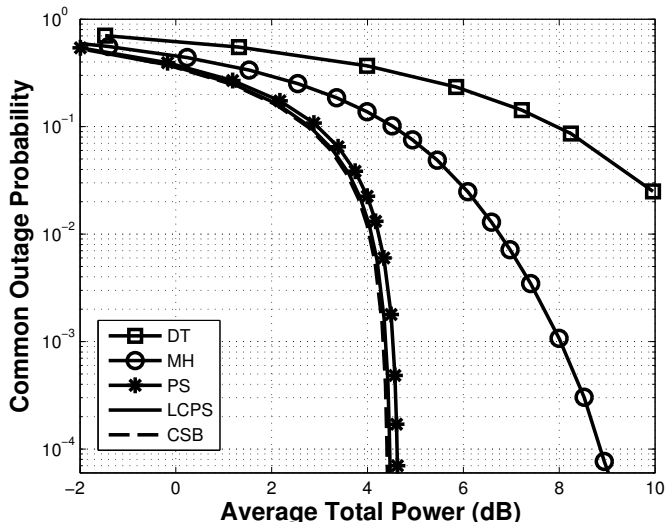


Fig. 4. The minimum common outage probability vs average total power where $R_1 = 1$, $R_2 = 1$, $d = 0.2$, $d_1 = 0.25$, $d_2 = 0.25$, $\alpha = 4$

of LCPS in (18) we then compute (6). Note that $\mathbf{A}_{LCPS}^{(i)} = \mathbf{A}_{PS}^{(i)}$, $i = \text{RH1, RH2, DF}$ and DT .

E. The Cut-Set Bound

In this section, we write the cut-set bound for the BRC [18]. The cut-set bound leads into two different upper bounds on the achievable rate pairs at D_1 and D_2 .

In the first bound, we assume the relay is given the source messages W_1 and W_2 for free, or equivalently the relay can always decode W_1 and W_2 reliably. Then the system becomes similar to parallel broadcast channels, for which the capacity region is given in [12]. Using the results in [12], for a fixed t , achievable rates at D_1 and D_2 can respectively be upper bounded by $C_1 = C_1^{(DF)}$ and $C_2 = C_2^{(DF)}$ defined in (21).

The multiple antenna broadcast channel with two antennas at each destination and a single antenna at the source constitutes the second upper bound on the BRC under study. Using the capacity region results for the multiple antenna broadcast channel [19], we can upper bound the achievable rates at D_1 and D_2 for a fixed t with

$$\tilde{C}_1 = \begin{cases} t \log(1 + (a_1 + b)P_{S1}) & \text{if } a_1 \geq a_2 \\ t \log\left(1 + \frac{(a_1 + b)P_{S1}}{(a_1 + b)P_{S2} + 1}\right) & \text{if } a_1 < a_2 \end{cases} \quad (22)$$

$$\tilde{C}_2 = \begin{cases} t \log\left(1 + \frac{(a_2 + b)P_{S2}}{(a_2 + b)P_{S1} + 1}\right) & \text{if } a_1 \geq a_2 \\ t \log(1 + (a_2 + b)P_{S2}) & \text{if } a_1 < a_2. \end{cases} \quad (23)$$

Combining the two bounds, achievable rates at D_1 and D_2 are respectively upper bounded by $\min(C_1, \tilde{C}_1)$ and $\min(C_2, \tilde{C}_2)$. Solving $\min(C_1, \tilde{C}_1) = R_1$ and $\min(C_2, \tilde{C}_2) = R_2$ for P_{S1}, P_{S2}, P_{R1} and P_{R2} , we calculate $\hat{P}_{S1}^{(CSB)}(s)$, $\hat{P}_{S2}^{(CSB)}(s)$, $\hat{P}_{R1}^{(CSB)}(s)$ and $\hat{P}_{R2}^{(CSB)}(s)$ to obtain $P_{req}^{(CSB)}(s)$. Then we use $P_{req}^{(CSB)}(s)$ to obtain the minimum common outage probability defined in (6). This minimum common outage probability $P_{out-min}^{(CSB)}$ is a lower bound on all other protocols DT, MH, PS and LCPS. Based on the upper bounds

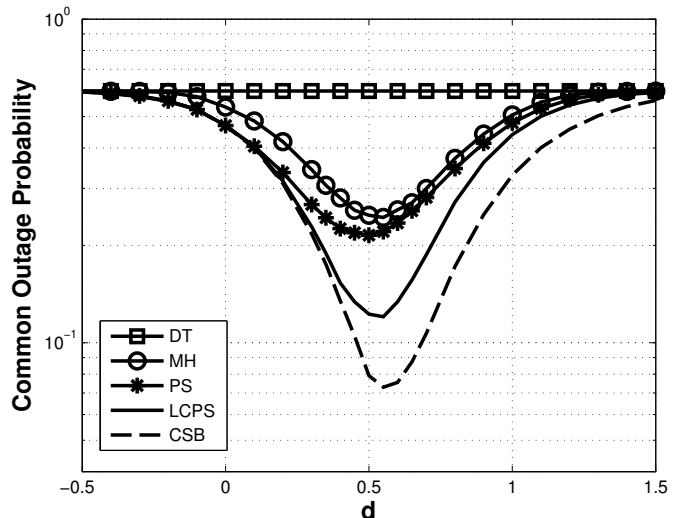


Fig. 5. The minimum common outage probability vs. relay location for $P_{avg} = 0.5$ dB, $R_1 = 1$, $R_2 = 1$, $d_1 = 0.25$, $d_2 = 0.25$ and $\alpha = 4$.

on achievable rates, $\min(C_1, \tilde{C}_1)$ and $\min(C_2, \tilde{C}_2)$, we also compute an upper bound on the ϵ -outage rate region in the next section.

IV. NUMERICAL RESULTS

Fig. 4 illustrates the minimum common outage probability vs. average total power for all protocols for $R_1 = 1$, $R_2 = 1$, $d = 0.2$, $d_1 = 0.25$, $d_2 = 0.25$ and $\alpha = 4$. We observe that MH requires approximately 3 dB less total average power with respect to DT at $P_{out} = 10^{-1}$, yet it is far from optimal. On the other hand, PS significantly improves upon MH and is only 0.2 dB away from the lower bound. This shows that enforcing the relay to help both destinations simultaneously is quite limiting, and path selection is necessary. As PS performs very close to LCPS, we can say that the gains obtained are mainly due to path selection rather than link combination at the destinations when $d = 0.2$. This implies that simple receivers are sufficient when the relay is close to the source.

To see the effect of relay location on the performance, we plot the minimum common outage probability vs. relay location, d , in Fig. 5, for fixed average power $P_{avg} = 0.5$ dB, $R_1 = 1$, $R_2 = 1$, $d_1 = 0.25$, $d_2 = 0.25$ and $\alpha = 4$. We observe that, when the relay is close to the source, PS is sufficient to attain the optimal behavior and link combination is not necessary. However, when the relay moves away from the source, the effect of link combination becomes emphasized. Optimum relay location for minimum common outage probability for the BRC is around $d = 0.55$ for PS and LCPS, and $d = 0.6$ for MH.

Fig. 6 shows the ϵ -outage rate region for R_1 and R_2 for a fixed minimum common outage probability of 0.01, $P_{avg} = 1$ dB, $d = 0.3$, $d_1 = 0.2$, $d_2 = 0.4$ and $\alpha = 4$. It can be seen that MH achieves a much larger ϵ -outage rate region with respect to DT and the ϵ -outage rate regions achievable with PS and LCPS are very close to the upper bound. We conclude that allowing the relay to help each of the destinations individually

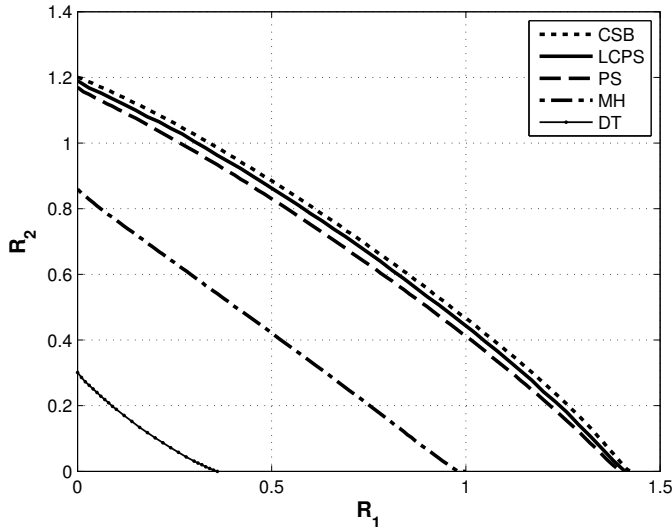


Fig. 6. The ϵ -outage rate region for fixed minimum common outage probability of 0.01, $P_{avg} = 1$ dB, $d = 0.3$, $d_1 = 0.2$, $d_2 = 0.4$ and $\alpha = 4$.

is almost optimal without the need of link combination at the destinations, when the relay is close to the source.

Finally, in Fig. 7, we plot the expected values of the ratios

$$\zeta \triangleq \frac{\hat{P}_{S1}^{(LCPS)}}{\hat{P}_{S1}^{(LCPS)} + \hat{P}_{S2}^{(LCPS)}}, \quad \beta \triangleq \frac{\hat{P}_{R1}^{(LCPS)}}{\hat{P}_{R1}^{(LCPS)} + \hat{P}_{R2}^{(LCPS)}} \quad (24)$$

for $P_{avg} = 0.5$ dB, $R_1 = 1$, $R_2 = 1$, $d_1 = 0.5$, and $\alpha = 4$. We observe that, when D_2 is colocated with D_1 ($d_2 = -0.5$), both the source and the relay allot their power equally among the two users, and $\mathbf{E}\{\zeta\} = \mathbf{E}\{\beta\} = 0.5$. When $-0.5 < d_2 < 0.5$, $\mathbf{E}\{\zeta\}, \mathbf{E}\{\beta\} > 0.5$. This is because the mean values for a_2 and c_2 are larger than the mean values for a_1 and c_1 . Therefore, both the source and the relay allocate more power for D_1 to decrease the common outage probability. The opposite is true for $d_2 > 0.5$. It can be seen that $\mathbf{E}\{\zeta\}$ and $\mathbf{E}\{\beta\}$ reach their maximum values for $d_2 = 0$. In addition to these, we observe that the relay location d has limited effect on $\mathbf{E}\{\zeta\}$ curve, while $\mathbf{E}\{\beta\}$ curve is highly dependent on the relay location.

V. CONCLUSION

In this paper, we study the four-terminal broadcast relay channel in terms of the minimum common outage probability under long-term power constraint and constant rate transmission. We propose four different protocols, direct transmission, multihop, path selection and link combination with path selection. We also find the ϵ -outage rate region for all protocols, and compare the performances of all four protocols with the cut-set bound. Our results indicate that enforcing the relay to help both destinations simultaneously is limiting. When the relay is close to the source, path selection is sufficient for optimal behavior, whereas link combination becomes necessary to obtain additional gains, when the source-relay distance grows larger. Future work includes investigating the amplify-and-forward protocol, non-orthogonal relaying, and the outage probability region when outage is declared individually for each of the destinations.

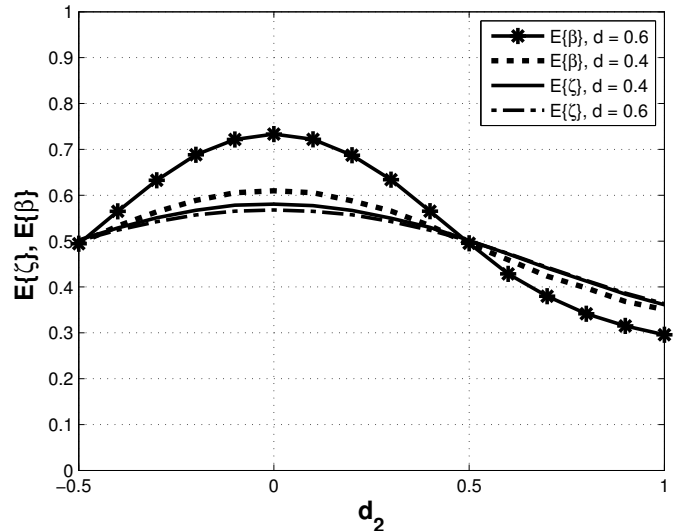


Fig. 7. $\mathbf{E}\{\zeta\}$ and $\mathbf{E}\{\beta\}$ (defined in (24)) vs. d_2 for $P_{avg} = 0.5$ dB, $R_1 = 1$, $R_2 = 1$, $d_1 = 0.5$ and $\alpha = 4$ for LCPS.

REFERENCES

- [1] T. M. Cover and A. E. Gamal, "Capacity theorems for the relay channel," *IEEE IT*, vol. 25, p. 572, September 1979.
- [2] A. Sendonaris, E. Erkip, and B. Aazhang, "User cooperation diversity-Part I, Part II," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 51, pp. 1927–1948, November 2003.
- [3] J. N. Laneman, D. N. C. Tse, and G. W. Wornell, "Cooperative diversity in wireless networks: Efficient protocols and outage behavior," *IEEE IT*, vol. 50, p. 3062, December 2004.
- [4] IEEE IT, Special Issue on Models, Theory, and Codes for Relaying and Cooperation in Communication Networks, October 2007.
- [5] IEEE TWC, Special Issue on Cooperative Communication, May 2008.
- [6] IEEE JSAC, Special Issue on Cooperative Communication and Networking, February 2007.
- [7] G. Kramer, M. Gastpar, and P. Gupta, "Cooperative strategies and capacity theorems for relay networks," *IEEE IT*, vol. 51, no. 9, p. 3037, 2005.
- [8] S. Bhaskaran, "Gaussian degraded relay broadcast channel," *IEEE IT*, vol. 54, pp. 3699–3709, August 2008.
- [9] A. Behboodi and P. Piantanida, "Capacity of a class of broadcast relay channels," in *Proc. IEEE ISIT 2010*, pp. 590–594, June, 13-18 2010.
- [10] C. Liang, "On rate region bounds of broadcast relay channels," in *Proc. 44th CISS 2010*.
- [11] G. Caire, G. Taricco, and E. Biglieri, "Optimum power control over fading channels," *IEEE IT*, vol. 45, pp. 1468–1489, July 1999.
- [12] D. Tse, "Optimal power allocation over parallel Gaussian broadcast channels."
- [13] L. Li and A. Goldsmith, "Capacity and optimal resource allocation for fading broadcast channels .ii. outage capacity," *IEEE IT*, vol. 47, pp. 1103–1127, March 2001.
- [14] M. Hasna and M.-S. Alouini, "Optimal power allocation for relayed transmissions over Rayleigh-fading channels," *IEEE TWC*, vol. 3, pp. 1999–2004, November 2004.
- [15] A. Høst-Madsen and J. Zhang, "Capacity bounds and power allocation for wireless relay channels," *IEEE IT*, vol. 51, p. 2020, June 2005.
- [16] D. Gunduz and E. Erkip, "Opportunistic cooperation by dynamic resource allocation," *IEEE TWC*, vol. 6, pp. 1446–1454, April 2007.
- [17] Y. Liang, V. Veeravalli, and H. Poor, "Resource allocation for wireless fading relay channels: Max-min solution," *IEEE IT*, vol. 53, pp. 3432–3453, October 2007.
- [18] T. M. Cover and J. A. Thomas, *Elements of Information Theory*. John-Wiley & Sons, Inc., 1991.
- [19] H. Weingarten, Y. Steinberg, and S. Shamai, "The capacity region of the Gaussian multiple-input multiple-output broadcast channel," *IEEE IT*, vol. 52, pp. 3936–3964, September 2006.

Yarı Çift Yönlü Röleli Girişim Kanallarında Kesinti Olasılığı Outage Analysis for Half-duplex Interference Relay Channels

Ali Samed Ünal, Fatih Mehmet Özçelik, Melda Yüksel

Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü
TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi, Ankara
{st05120493, st05120083, yuksel}@etu.edu.tr

Özetçe

Bu bildiri, yarı çift yönlü röleli, iki kullanıcı girişim kanalı çalışmıştır. Röle vericilerden birisini duymamaktadır. Rölenin iletimi alıcılardan birisi için yararlı olurken, diğeri için sadece girişimdir. Alıcılarda girişime ya gürültü gibi davranılmış, ya da doğrudan iletimin kalitesini artırabilmek için mümkünse önce girişimin kod çözümü yapılmış, girişim alınan sinyalden çıkarılmıştır. Kanallar sönümlü olduğundan ve kanal kaliteleri vericilerde bilinmediğinden, her bir kullanıcı için kesinti olasılığı hesaplanmış ve karşılaştırılmıştır. Röle alıcılardan birisinde girişime neden olmasına rağmen, rölenin *her iki* alıcı için yararlı olduğu gösterilmiştir.

Abstract

In this paper, the two-user interference channel with a half-duplex relay is studied. The relay does not hear one of the sources. The relay's transmission is beneficial for one of the receivers, whereas it is merely interference for the other. At the receivers the interference is either treated as noise, or if possible decoded first and subtracted from the received signal to enhance the direct transmission quality. Probability of outage for each user is computed and compared as the channels are assumed to be fading and no channel state information is available at the transmitters. Despite the fact that the relay causes interference to one of the users, it is shown that the relay is useful to *both* the receivers.

1. Giriş

Kablosuz haberleşme ağlarının tasarımında girişimin varlığı çok temel bir sorundur. İkili girişim kanalıysa çoklu alıcı-verici çiftlerinden oluşan bir kablosuz haberleşme sistemini daha iyi anlayabilmemizi sağlayan en küçük yapı taşlarından birisidir [1]. İkili girişim kanallarıyla ilgili ilk önemli sonuçlar 1975 yılına dayanmaktadır. Carleial, [2]'de çok güçlü girişim kanalının hiç girişim olmayan duruma eşdeğer olduğunu göstermiştir. Çok güçlü girişimin varlığında alıcılar önce girişimi çözümlüyor, aldıkları işaretten girişimi çıkarabilirler. Bu durumda girişim kanalı, birbirinden hiçbir şekilde etkilenmeden haberleşebilen iki kullanıcı bir sistemle eşdeğer olur. Benzer sonuçlar Gauss dağılımlı, güçlü girişim sistemlerine de genişletilmiştir [3]. En genel ikili girişim kanalının kapasite bölgesiyse hala bilinmemektedir. Bilinen en iyi ulaşılabilir hız

bölgesi [4]'te verilmiş, [5] makalesindeyse [4]'te önerilen üst-düşüm yönteminin bilinen en iyi ulaşılabilir hız bölgesi üst sınırından sadece bir bit uzakta olduğu gösterilmiştir. Fakat bu ve benzeri yöntemler birden fazla kullanıcının kod çözümünün birleşik yapılmasını gerektirir ve sistemin karmaşıklığını artırır. Bu nedenle pratikte pek çok sistemde girişim gürültüyle eş tutulmakta ve kod çözümü yapılmamaktadır [6].

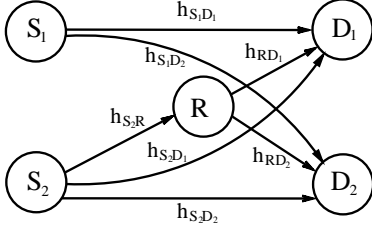
Kablosuz haberleşme ağlarının bir başka yapı taşı da röle kanalıdır. Röle kanalı ilk olarak [7] makalesinde incelenmiştir. Rölenin kablosuz ağlarda kesinti olasılığını düşürdüğü ve çeşitleme kazancı sağladığı [8] ve [9] makalelerinde gösterilmiş ve bu makalelerden sonra rölenin kablosuz ağlardaki uygulamaları büyük hız kazanmıştır. Rölenin girişim kanallarındaki yararları ise yakın zamanda çalışılmaya başlanmıştır. [10] makalesinde, röleli, iki kullanıcı bir Gauss girişim kanalında ulaşılabilir hız bölgeleri incelenmiş, çöz-ilet yöntemine dayalı bir kanal kodlaması önerilmiştir. [11] makalesinde yazarlar röleli girişim kanalında rölenin sadece bir vericinin sinyalini duyduğu özel durumu incelemiş, çöz-ilet temeline dayalı yardımlaşma yönteminin bazı özel durumlarda kapasite bölgesini elde ettiğini ve rölenin girişime neden olan sinyali iletilmesinin de yararlı olduğunu göstermişlerdir. Rölenin her iki kullanıcının da bilgisine sahip olduğu bilişsel durumlar [12] ve [13]'te incelenmiştir. [14] makalesindeyse verici-röle ve röle-alıcı kanallarının sınırlı kapasiteye sahip olduğu özel durumlar incelenmiştir.

Yukarıda belirtilen çalışmalarda hep kanal kazançlarının bulunduğu durumlar incelenmiş, sönümlü kanallarda rölenin ikili girişim kanalı üzerindeki etkisi çalışılmamıştır. Biz bu bildiri sönümlü yarı çift yönlü röleli girişim kanallarında kullanıcıların kesinti olasılığını inceliyoruz. Ayrıca rölenin etkisinin basitçe ortaya konulabilmesi için rölenin sadece bir kullanıcıyı duyduğu durum incelenmiştir. Bu durumda röle iletimde bulunduğu alıcılardan birisi için yararlı olurken, alıcılardan diğeri için girişimin miktarı artmaktadır. Sonuçlarımız rölenin *her iki* kullanıcı için de yararlı olduğunu göstermektedir.

Bölüm 2'de incelenen sistem modeli açıklanmış, Bölüm 3'te her iki kullanıcı için kesinti olasılığı ifadeleri yazılmış, Bölüm 4'te benzetim sonuçları verilmiş ve Bölüm 5'te bildirinin sonuçları belirtilmiştir.

2. Sistem Modeli

Bu çalışmada incelenen model, Şekil 1'de gösterilmiştir. Sistemde birer antenli iki kaynak, S_1 ve S_2 , iki hedef, D_1 ve D_2 ve



Şekil 1: Röleli, iki kullanıcı Gauss girişim kanalında röle birinci vericiyi duymuyor.

bir röle, R , bulunmaktadır. Röle çöz-ilet yöntemini uygulamaktadır [7]. Olası fiziksel engellerin varlığı gibi nedenlerle röle S_1 kaynağını duymamaktadır. Bu nedenle rölenin iletimi S_1 - D_1 çiftinde girişimi artırırken, S_2 - D_2 çifti için haberleşmeyi kolaylaştırmaktadır. Pratikte röle aynı zaman ve frekans bandında hem iletip hem alamadığından rölenin yarı-çift yönlü olduğu düşünülmüştür.

İletim için kanal N kere kullanılmaktadır. $n = 1, \dots, Nt$ anlarında röle dinlemekte, $n = Nt + 1, \dots, N$ 'ye kadar röle iletimde bulunmaktadır. $t, t \in [0, 1]$, rölenin dinlediği zamanın oranını gösterir ve genellikle kaybetmeden Nt değerinin tamsayı olduğu varsayılabilir. Rölede, D_1 ve D_2 alıcılarındaki sinyaller $n = 1, \dots, Nt$ için

$$\begin{aligned} Y_{D_1}[n] &= h_{S_1 D_1} X_{S_1}[n] + h_{S_2 D_1} X_{S_2}[n] + Z_{D_1}[n] \\ Y_{D_2}[n] &= h_{S_1 D_2} X_{S_1}[n] + h_{S_2 D_2} X_{S_2}[n] + Z_{D_2}[n] \\ Y_R[n] &= h_{S_2 R} X_{S_2}[n] + Z_R[n] \end{aligned} \quad (3)$$

denklemleriyle ifade edilir. Röle sinyal gönderirken, $n = Nt + 1, \dots, N$ için, D_1 ve D_2 hedef noktalarında alınan sinyaller sırasıyla

$$\begin{aligned} Y_{D_1}[n] &= h_{S_1 D_1} X_{S_1}[n] + h_{S_2 D_1} X_{S_2}[n] \\ &\quad + h_{R D_1} X_R[n] + Z_{D_1}[n] \\ Y_{D_2}[n] &= h_{S_1 D_2} X_{S_1}[n] + h_{S_2 D_2} X_{S_2}[n] \\ &\quad + h_{R D_2} X_R[n] + Z_{D_2}[n] \end{aligned} \quad (4)$$

olarak verilmiştir. Bu denklemlerde h_{ij} , $i = S_1, S_2, R$, $j = R, D_1, D_2$, değişkenleri kanal kazançlarını göstermektedir. Bütün h_{ij} 'ler, beklenen değeri 0, değışintisi 1 olan, bağımsız eş dağılımlı karmaşık Gauss dağılımına sahiptirler. Yavaş sönümlenme varsayıldığından N kanal kullanımı boyunca h_{ij} değerleri aynı kalmaktadır. D_1, D_2 ve röle alıcılarındaki kanal gürültüleri, Z_{D_1}, Z_{D_2}, Z_R ile ifade edilir ve her biri beklenen değeri 0, değışintisi 1 olan, bağımsız eş dağılımlı karmaşık Gauss dağılımına sahiptirler. Rölenin, S_1 ve S_2 kaynaklarının güç kısıtları sırasıyla P_R, P_{S_1} ve P_{S_2} 'dir.

Vericilerde kanal kazançları bilinmediğinden ve sistem gecikme kısıtlı olduğundan S_1 ve S_2 vericileri sırasıyla $R_1^{(T)}$ ve $R_2^{(T)}$ sabit veri hızları ile çalışmaktadır. D_1 alıcısının amacı S_1 kaynağının gönderdiği w_1 mesajını, $w_1 \in \{1, 2, \dots, 2^{NR_1^{(T)}}\}$, D_2 alıcısının amacı da S_2 kaynağının gönderdiği w_2 , $w_2 \in \{1, 2, \dots, 2^{NR_2^{(T)}}\}$, mesajını anlamaktır.

3. Kesinti Olasılığı Hesapları

Bu bölümde birinci ve ikinci kullanıcı çiftleri için kesinti olasılıklarını hesaplayacağız. Bu olasılıkları rölenin bilgisi

güvenilir bir şekilde çözüp çözememesine ve girişimin çıkarılıp çıkarılmamasına bağlı olarak inceleyeceğiz.

Rölenin S_2 kaynağından aldığı anlık karşılıklı bilgi miktarı

$$I_{S_2, R} = t \log(1 + |h_{S_2 R}|^2 P_{S_2}) \quad (6)$$

kadardır. Röle çöz-ilet yöntemini kullandığından, $I_{S_2, R} > R_2^{(T)}$ sabit veri hızından büyükse, röle gönderilen bilgiyi güvenilir bir şekilde alabilir. Eğer bu durum gerçekleşmezse, röle kesintiye uğrar ve iletimde bulunmaz. Rölenin bilgiyi güvenilir bir şekilde alması olayını \mathcal{E}_R ile gösterirsek, bu olayın olasılığı

$$P(\mathcal{E}_R) = P(I_{S_2, R} > R_2^{(T)}) \quad (7)$$

şekindedir.

Girişim kanallarıyla ilgili sonuçlara göre, girişim çok güçlü olduğunda girişimin kod çözümü mümkün olur [2]. Girişim çıkarıldıktan sonra istenen esas bilginin kod çözümü yapılabilir. Örneğin, D_1 alıcısı önce w_2 mesajını çözerek, X_{S_2} sinyalini Y_{D_1} sinyalinden çıkarabilir. Bu aşamadan sonra w_1 mesajının kod çözümünü yapar. Girişim çok güçlü değilse bu mümkün olmaz. Biz bu çalışmada girişim çıkarılmadığında, girişime gürültü gibi davranıldığını varsayıyoruz.

D_1 alıcısında girişimin çıkarılabilmesi olayını \mathcal{G}_1 ile gösterelim. Röle iletirken girişimin çıkarılabilmesi olasılığı

$$P(\mathcal{G}_1 | \mathcal{E}_R) = P(\bar{I}_{G,1} > R_2^{(T)}), \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_{G,1} &= t \log\left(1 + \frac{|h_{S_2 D_1}|^2 P_{S_2}}{1 + |h_{S_1 D_1}|^2 P_{S_1}}\right) \\ &\quad + (1-t) \log\left(1 + \frac{|h_{S_2 D_1}|^2 P_{S_2} + |h_{R D_1}|^2 P_R}{1 + |h_{S_1 D_1}|^2 P_{S_1}}\right). \end{aligned} \quad (9)$$

olarak verilmiştir. Röle iletimde bulunmuyorsa girişimin güvenilir bir şekilde çıkarılabilmesi olasılığı ise

$$P(\mathcal{G}_1 | \mathcal{E}_R^c) = P(I_{G,1} > R_2^{(T)}), \quad (10)$$

$$I_{G,1} = \log\left(1 + \frac{|h_{S_2 D_1}|^2 P_{S_2}}{1 + |h_{S_1 D_1}|^2 P_{S_1}}\right) \quad (11)$$

denklemleriyle ifade edilir. Röle iletimde bulunuyorsa ve girişim çıkarılabiliyorsa D_1 alıcısındaki karşılıklı bilgi miktarı

$$I_{S_1, R, D_1} = \log(1 + |h_{S_1 D_1}|^2 P_{S_1}) \quad (12)$$

denklemleriyle, röle iletirken girişim çıkarılmıyorsa

$$\begin{aligned} I_{S_1, D_1}^{(G, R)} &= t \log\left(1 + \frac{|h_{S_1 D_1}|^2 P_{S_1}}{1 + |h_{S_2 D_1}|^2 P_{S_2}}\right) \\ &\quad + (1-t) \log\left(1 + \frac{|h_{S_1 D_1}|^2 P_{S_1}}{1 + |h_{S_2 D_1}|^2 P_{S_2} + |h_{R D_1}|^2 P_R}\right) \end{aligned} \quad (13)$$

denklemleriyle ifade edilir. Röle yoksa ve girişim çıkarılabiliyorsa D_1 'deki karşılıklı bilgi miktarı röle varken girişimin çıkarılabildiği duruma eşit ve (12) ile ifade edilir. Son olarak röle yokken, girişim çıkarılmıyorsa D_1 'deki karşılıklı bilgi miktarı

$$I_{S_1, D_1}^{(G)} = \log\left(1 + \frac{|h_{S_1 D_1}|^2 P_{S_1}}{1 + |h_{S_2 D_1}|^2 P_{S_2}}\right) \quad (14)$$

olur. D_1 alıcısında kesinti olmasını \mathcal{O}_1 ile gösterirsek D_1 'deki koşullu kesinti olasılıkları

$$P(\mathcal{O}_1 | \mathcal{G}_1, \mathcal{E}_R) = P(I_{S_1, R, D_1} < R_1^{(T)}) \quad (15)$$

$$P(\mathcal{O}_1|\mathcal{G}_1^c, \mathcal{E}_R) = P(I_{S_1, D_1}^{(G, R)} < R_1^{(T)}) \quad (16)$$

$$P(\mathcal{O}_1|\mathcal{G}_1, \mathcal{E}_R^c) = P(I_{S_1 R, D_1} < R_1^{(T)}) \quad (17)$$

$$P(\mathcal{O}_1|\mathcal{G}_1^c, \mathcal{E}_R^c) = P(I_{S_1, D_1}^{(G)} < R_1^{(T)}) \quad (18)$$

denklemleri ile ifade edilir.

Röle birinci alıcıda sadece girişimdir. İkinci alıcı için yararlı bilgi taşımaktadır. Bu nedenle ikinci alıcıdaki karşılıklı bilgi miktarı denklemleri farklılık göstermektedir. \mathcal{G}_2 ikinci kullanıcıda girişimin çıkarılabilmesi olayını gösterdiğinde röle iletimde bulunduğu girişimin çıkarılması olasılığı

$$P(\mathcal{G}_2|\mathcal{E}_R) = P(\bar{I}_{G,2} > R_1^{(T)}) \quad (19)$$

ile ifade edilir. Bu denklemde

$$\begin{aligned} \bar{I}_{G,2} = & t \log \left(1 + \frac{|h_{S_1 D_2}|^2 P_{S_1}}{1 + |h_{S_2 D_2}|^2 P_{S_2}} \right) \\ & + (1-t) \log \left(1 + \frac{|h_{S_1 D_2}|^2 P_{S_1}}{1 + |h_{S_2 D_2}|^2 P_{S_2} + |h_{RD_2}|^2 P_R} \right). \end{aligned} \quad (20)$$

Röle iletimde bulunmadığında D_2 'de girişimin güvenilir bir biçimde çıkarılabilmesi olasılığı

$$P(\mathcal{G}_2|\mathcal{E}_R^c) = P(I_{G,2} > R_1^{(T)}) \quad (21)$$

$$I_{G,2} = \log \left(1 + \frac{|h_{S_1 D_2}|^2 P_{S_1}}{1 + |h_{S_2 D_2}|^2 P_{S_2}} \right) \quad (22)$$

ile ifade edilir. D_2 alıcısındaki karşılıklı bilgi miktarı ise, rölenin iletimde bulunduğu durumda girişim çıkarılabiliyorsa

$$\begin{aligned} I_{S_2 R, D_2} = & t \log (1 + |h_{S_2 D_2}|^2 P_{S_2}) \\ & + (1-t) \log (1 + |h_{S_2 D_2}|^2 P_{S_2} + |h_{RD_2}|^2 P_R), \end{aligned} \quad (23)$$

girişim çıkarılamıyorsa

$$\begin{aligned} I_{S_2 R, D_2}^{(G)} = & t \log \left(1 + \frac{|h_{S_2 D_2}|^2 P_{S_2}}{1 + |h_{S_1 D_2}|^2 P_{S_1}} \right) \\ & + (1-t) \log \left(1 + \frac{|h_{S_2 D_2}|^2 P_{S_2} + |h_{RD_2}|^2 P_R}{1 + |h_{S_1 D_2}|^2 P_{S_1}} \right) \end{aligned} \quad (24)$$

kadardır. D_2 'deki karşılıklı bilgi miktarı röle iletimde bulunmuyorsa ve D_2 'deki girişim çıkarılabiliyorsa

$$I_{S_2, D_2} = \log (1 + |h_{S_2 D_2}|^2 P_{S_2}), \quad (25)$$

girişim çıkarılamıyorsa

$$I_{S_2, D_2}^{(G)} = \log \left(1 + \frac{|h_{S_2 D_2}|^2 P_{S_2}}{1 + |h_{S_1 D_2}|^2 P_{S_1}} \right) \quad (26)$$

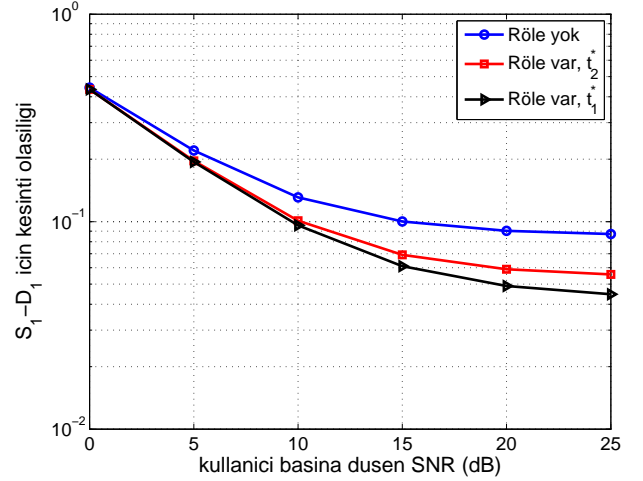
değerini almaktadır. Bu durumda D_2 alıcısındaki kesinti olayı \mathcal{O}_2 'nin koşullu olasılıkları

$$P(\mathcal{O}_2|\mathcal{G}_2, \mathcal{E}_R) = P(I_{S_2 R, D_2} < R_2^{(T)}) \quad (27)$$

$$P(\mathcal{O}_2|\mathcal{G}_2^c, \mathcal{E}_R) = P(I_{S_2 R, D_2}^{(G)} < R_2^{(T)}) \quad (28)$$

$$P(\mathcal{O}_2|\mathcal{G}_2, \mathcal{E}_R^c) = P(I_{S_2, D_2} < R_2^{(T)}) \quad (29)$$

$$P(\mathcal{O}_2|\mathcal{G}_2^c, \mathcal{E}_R^c) = P(I_{S_2, D_2}^{(G)} < R_2^{(T)}) \quad (30)$$



Şekil 2: $h_{S_1 D_2} = 0$ durumunda S_1 - D_1 çifti için kesinti olasılığı.

olarak yazılır. Sonuçta $i = 1, 2$ alıcısındaki kesinti olasılığı

$$\begin{aligned} P(\mathcal{O}_i) = & P(\mathcal{E}_R) [P(\mathcal{G}_i|\mathcal{E}_R) P(\mathcal{O}_i|\mathcal{G}_i, \mathcal{E}_R) \\ & + P(\mathcal{G}_i^c|\mathcal{E}_R) P(\mathcal{O}_i|\mathcal{G}_i^c, \mathcal{E}_R)] \\ & + P(\mathcal{E}_R^c) [P(\mathcal{G}_i|\mathcal{E}_R^c) P(\mathcal{O}_i|\mathcal{G}_i, \mathcal{E}_R^c) \\ & + P(\mathcal{G}_i^c|\mathcal{E}_R^c) P(\mathcal{O}_i|\mathcal{G}_i^c, \mathcal{E}_R^c)] \end{aligned} \quad (31)$$

denklemleri ile ifade edilir.

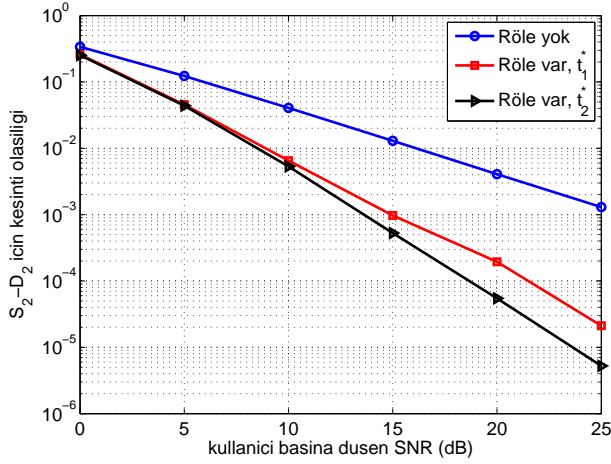
4. Benzetim Sonuçları

Bu bölümde yukarıda hesapladığımız kesinti olasılığı ifadelerinin benzetim sonuçlarını göstereceğiz. Bütün grafiklerde $P_{S_1} = P_{S_2} = P_{S_R} = \text{SNR}$ olduğu varsayılmıştır. Rölenin ne kadar dinleyip ne kadar ileteceği D_1 'deki kesinti olasılığını en aza indirecek şekilde seçildiğinde $t = t_1^*$, D_2 'deki kesinti olasılığını en aza indirecek şekilde seçildiğinde $t = t_2^*$ değerini almaktadır¹.

Şekil 2 ve Şekil 3'te öncelikle $h_{S_1 D_2} = 0$ özel durumu için kullanıcı başına düşen SNR'a karşılık sırasıyla birinci ve ikinci kullanıcı için kesinti olasılığı grafikleri verilmiştir. Şekil 2'de birinci kullanıcının kesinti olasılığı rölenin varlığında azalmaktadır. Röle D_1 'de girişimi arttırmaktadır. Fakat bu artış toplam girişimin çıkarılabilmesi olasılığını arttırdığından yararlı olmaktadır. Şekil 2'de ayrıca birinci kullanıcının kesinti olasılığının SNR yükseldikçe bir taban değerine yakınsadığını görüyoruz. Bunun nedeni $P(\mathcal{E}_R) P(\mathcal{G}_1^c|\mathcal{E}_R) P(\mathcal{O}_1|\mathcal{G}_1^c, \mathcal{E}_R)$ çarpımındaki her bir terimin sabit bir sayıya yakınsaması ve SNR arttıkça azalmamasıdır. Şekil 3'teyse, hem t_1^* , hem t_2^* değerleri için D_2 'deki kesinti olasılığın yüksek SNR'da $1/\text{SNR}^2$ gibi azaldığını gözlemliyoruz. Şekil 2 ve Şekil 3'e bakarak sistemin t_1^* değerinde çalışmasının t_2^* değerinde çalışmasından yararlı olduğunu söyleyebiliriz. Çünkü bu durumda D_1 'deki kesinti olasılığının taban değeri azalırken, D_2 , rölenin sunduğu tüm çeşitlilik kazancını elde edebilmekte ve D_2 'deki kesinti olasılığı hala $1/\text{SNR}^2$ gibi azalmaya devam etmektedir.

Şekil 4'teyse $h_{S_1 D_2}$ diğer bütün kanal kazançları gibi rastgele değişmektedir. Rölenin olmadığı varsayıldığında her iki

¹ t_1^* ve t_2^* değerleri SNR'a bağlı olarak değişmektedir.



Şekil 3: $h_{S_1D_2} = 0$ durumunda S_2-D_2 çifti için kesinti olasılığı.

kullanıcının kesinti olasılıkları aynıdır. Röleli durumda her iki kullanıcı için de kesinti olasılığı azalmıştır. Röle beklendiği üzere ikinci kullanıcı çifti için, birinci kullanıcı çifti için olduğundan daha yararlıdır. Bu fark özellikle düşük SNR değerlerinde daha belirgindir. Bu şekilde ikinci kullanıcının kesinti olasılığı da SNR yükseldikçe bir taban değerine yakınsamaktadır. Bunun nedeni $P(\mathcal{E}_R)P(\mathcal{G}_2^c|\mathcal{E}_R)P(\mathcal{O}_2|\mathcal{G}_2^c, \mathcal{E}_R)$ çarpımındaki her bir terimin, $h_{S_1D_2} = 0$ olduğu durumun aksine, artık sabit bir olasılık değerine yakınsamasıdır. Bunlara ek olarak, her iki kullanıcı için t değerinin t_1^* veya t_2^* değerine eşit seçilmesinin elde edilen kesinti olasılığında önemli bir değişikliğe neden olmadığı gözlemlenmektedir.

5. Sonuç

Bu bildiriye yarı çift yönlü röleli, iki kullanıcı bir girişim kanalında kullanıcıların kesinti olasılıkları çalışılmıştır. Rölenin birinci vericiyi duymadığı varsayıldığından, rölenin iletimi sadece ikinci kullanıcı için yararlıdır ve birinci kullanıcı için tamamen girişim oluşturur. Fakat rölenin iletimi birinci kullanıcıda girişimin çıkarılabilmesi olasılığını arttırmakta ve D_1 'deki kesinti olasılığını azaltmaktadır. Bu nedenle rölenin her iki kullanıcı için de yararlı olduğu gösterilmiştir.

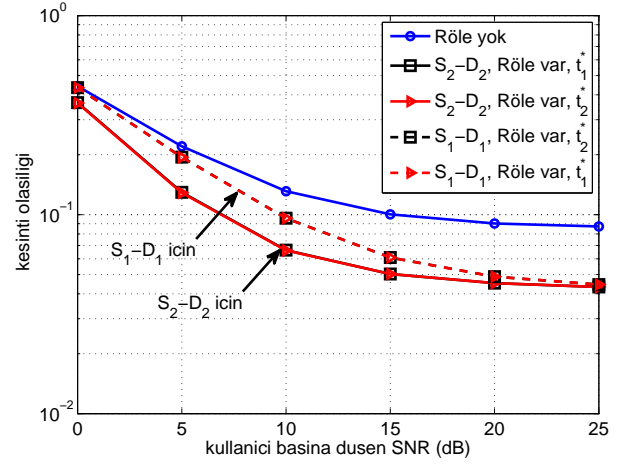
Bu çalışmada girişim kanalları için çok temel bir haberleşme yöntemi incelenmiştir. İlerideki çalışmalar vericilerin üstdüşüm yöntemini kullanarak iletim yapmasını, doğrudan gelen bilgi ile girişimin kod çözümünün birleşik olarak yapılmasını içerir. Bu yöntemlerle kullanıcılardaki kesinti olasılıklarının iyileştirileceği öngörülmektedir.

6. Teşekkür

Bu araştırma TÜBİTAK'ın 108E208 numaralı projesi altında desteklenmektedir.

7. Kaynakça

- [1] R. Ahlswede, "The capacity region of a channel with two senders and two receivers," *The Annals of Probability*, vol. 2, no. 5, pp. 805–814, 1974.
- [2] A. Carleial, "A case where interference does not reduce ca-



Şekil 4: S_1-D_1 ve S_2-D_2 çiftleri için kesinti olasılığı.

capacity," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 21, pp. 569–570, September 1975.

- [3] H. Sato, "The capacity of the Gaussian interference channel under strong interference," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 27, pp. 786–788, November 1981.
- [4] T. S. Han and K. Kobayashi, "A new achievable rate region for the interference channel," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 27, pp. 49–60, January 1981.
- [5] R. Etkin, D. Tse, and H. Wang, "Gaussian interference channel capacity to within one bit," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 54, no. 12, p. 5534, December 2008.
- [6] J. G. Andrews, "Interference cancellation for cellular systems: a contemporary overview," *IEEE Wireless Communications*, vol. 12, no. 2, pp. 19–29, April 2005.
- [7] T. M. Cover and A. E. Gamal, "Capacity theorems for the relay channel," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 25, no. 5, p. 572, September 1979.
- [8] A. Sendonaris, E. Erkip, and B. Aazhang, "User cooperation diversity-Part I, Part II," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 51, no. 11, p. 1927, November 2003.
- [9] J. N. Laneman, D. N. C. Tse, and G. W. Wornell, "Cooperative diversity in wireless networks: Efficient protocols and outage behavior," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 50, no. 12, p. 3062, December 2004.
- [10] O. Sahin and E. Erkip, "Achievable rates for the Gaussian interference relay channel," in *Proceedings of IEEE GLOBECOM*, 2007, p. 1627.
- [11] I. Maric, R. Dabora, and A. Goldsmith, "On the capacity of the interference channel with a relay," in *Proceedings of IEEE ISIT*, 2008.
- [12] O. Sahin and E. Erkip, "Cognitive relaying with one-sided interference," in *Proceedings of IEEE Annual Asilomar Conf.*, 2008.
- [13] S. Sridharan, S. Vishwanath, S. A. Jafar, and S. Shamai, "On the capacity of cognitive relay assisted Gaussian interference channel," in *Proceedings of IEEE ISIT*, July 2008.
- [14] O. Sahin and E. Erkip, "Interference channel aided by an infrastructure relay," in *Proceedings of IEEE ISIT*, 2009.

Cooperative Strategies and Achievable Rates for Two User OFDMA Channels

Sezi Bakım and Onur Kaya, *Member, IEEE*

Abstract—We propose three encoding strategies for a two user cooperative Orthogonal Frequency Division Multiple Access (OFDMA) system, based on block Markov superposition encoding (BMSE). We obtain the expressions for the resulting achievable rate regions for all three encoding strategies. We show that, by allowing for re-partitioning and re-encoding of the cooperative messages across subchannels, it is possible to better exploit the diversity created by OFDMA, and higher rates can be achieved. We demonstrate potential rate gains attained by cooperative OFDMA, through simulations.

I. INTRODUCTION

OFDMA is a multiple accessing technique which provides a relatively simple way of assigning available bandwidth to users, while avoiding interference. Furthermore, it converts a frequency selective fading channel, into parallel flat fading subchannels, hence reducing the effects of intersymbol interference. However, like all orthogonal multiple accessing techniques, OFDMA incurs a loss in achievable rates. Moreover, in wireless channels, what is considered as interference is in fact side information, and combined with the diversity created by the orthogonal subchannels in OFDMA, this side information can be exploited to increase the rates achievable by the users.

The idea of mutual cooperation in wireless channels roots from the abstract model, known as multiple access channel (MAC) with generalized feedback, introduced in [2], [3]. In [3], an achievable rate region, which was larger than that of [2], was obtained by utilizing BMSE and backward decoding. More recently, in [4], the MAC with generalized feedback was used to model a fading cooperative additive white Gaussian noise (AWGN) channel, and the results therein made cooperative communications very attractive.

The use of cooperative protocols in OFDM systems was investigated extensively by many authors over the recent years. In [5], the authors obtained bounds on pairwise error probability for single antenna OFDM systems employing cooperative convolutional codes. In [6], per subcarrier hybrid cooperation strategies were proposed, with the goal of minimizing the error probability. Methods for subcarrier selection in multihop OFDM systems were developed in [7]. Resource allocation for an OFDMA system where each user is allowed to transmit and receive at the same time, but necessarily on different subcarriers, was considered in [8]. An amplify-and-forward

(AF) scheme based on time-division duplex transmissions was employed in [9] with the aim of maximizing system throughput and enhancing fairness in a cooperative OFDMA uplink system.

The works in the literature related to cooperative OFDM, some examples of which are listed above, either consider a one sided cooperation strategy, or a mutually cooperative strategy based on two parallel dedicated relay channels, or mutual cooperation based on a time division protocol. In this paper, without imposing any prior constraints on which users will use which subchannels, we first propose two full-duplex cooperative encoding strategies: intra-subchannel and inter-subchannel cooperative encoding. These strategies use decode and forward (DF) approach and are based on BMSE. Intra-subchannel cooperative encoding is an extension of the two user cooperative strategy in [3] and [4] to OFDMA, and inter-subchannel cooperative encoding is a novel method which allows for re-partitioning and re-encoding of the cooperative messages across subchannels. We further propose a more practical encoding technique with half-duplex operation in each subchannel, and call it half-duplex cooperative encoding. We obtain the achievable rate regions for all three strategies, and compare them with the non-cooperative OFDMA capacity region through simulations, which demonstrate promising rate improvements.

II. SYSTEM MODEL

We consider a fading two user cooperative OFDMA system with N subchannels. On each subchannel, unless otherwise stated, each user is capable of both transmitting and receiving signals. The system is illustrated in Figure 1, and is modelled by,

$$Y_0^{(i)} = h_{10}^{(i)} X_1^{(i)} + h_{20}^{(i)} X_2^{(i)} + Z_0^{(i)}, \quad (1)$$

$$Y_1^{(i)} = h_{21}^{(i)} X_2^{(i)} + Z_1^{(i)}, \quad (2)$$

$$Y_2^{(i)} = h_{12}^{(i)} X_1^{(i)} + Z_2^{(i)}, \quad (3)$$

where, for each subchannel $i \in \{1, \dots, N\}$, $X_k^{(i)}$ is the symbol transmitted by node k , $Z_j^{(i)}$ is the zero-mean additive white Gaussian noise at node j , $h_{kj}^{(i)}$ is the instantaneous fading coefficient between nodes k and j , known to all nodes, and $Y_j^{(i)}$ is the symbol received at node j ; with $k \in \{1, 2\}$, $j \in \{0, 1, 2\}$ and $k \neq j$. Here, the receiver is denoted by $j = 0$.

The variance of $Z_j^{(i)}$ is given by $\sigma_j^{(i)2}$. To simplify the notation throughout the paper, we define the normalized power-fading coefficients $s_{kj}^{(i)} = \frac{(h_{kj}^{(i)})^2}{\sigma_j^{(i)2}}$, and the Gaussian capacity function, $C(x) \triangleq \frac{1}{2} \log(1 + x)$.

Manuscript received Dec 31, 2010; revised Jun 30, 2011; accepted Sep 23, 2011. The associate editor coordinating the review of this letter and approving it for publication was Guosen Yue.

The authors are with the Department of Electrical and Electronics Engineering, Işık University, Istanbul, Turkey. Email: sezi.bakim@isik.edu.tr, onurkaya@isikun.edu.tr.

This work was presented in part at the IEEE Global Communications Conference, Miami, FL, Dec 2010 [1]; and was supported by The Scientific & Technological Research Council of Turkey, Grant 108E208.

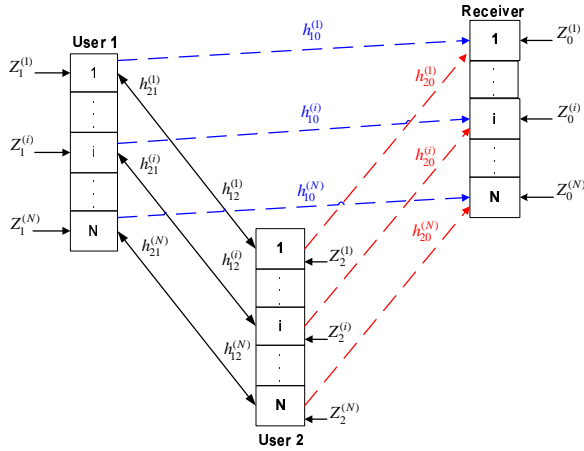


Fig. 1. Gaussian cooperative OFDMA channel model.

III. CODING TECHNIQUES AND RATE REGIONS FOR COOPERATIVE OFDMA

A. Intra-subchannel Cooperative Encoding vs Inter-subchannel Cooperative Encoding

The channel model given in (1)-(3) consists of N orthogonal two user cooperative multiple access channels (CMAC) in parallel, over which users 1 and 2 want to convey two independent messages, w_1 and w_2 respectively. Therefore, the encoding and decoding techniques known for the two user CMAC [4] can be easily extended to this system, by splitting the total message to be transmitted into smaller submessages, and encoding each submessage independently over the orthogonal cooperative channels. This approach, which we call **intra-subchannel cooperative encoding**, first divides the messages into two submessages, i.e., $w_1 = \{w_{10}, w_{12}\}$ and $w_2 = \{w_{20}, w_{21}\}$, as in [3], [4]. Here, w_{kj} is intended to be decoded by user j and the receiver, while w_{k0} is intended only for the receiver, where $j, k \in \{1, 2\}$ and $j \neq k$. These two submessages are further divided into N submessages each, to be separately transmitted over N subchannels,

$$w_{k0} = \{w_{k0}^{(1)}, \dots, w_{k0}^{(N)}\}, \quad w_{kj} = \{w_{kj}^{(1)}, \dots, w_{kj}^{(N)}\}, \quad (4)$$

with the respective rates $\{R_{k0}^{(1)}, \dots, R_{k0}^{(N)}\}$ and $\{R_{kj}^{(1)}, \dots, R_{kj}^{(N)}\}$, and are encoded separately over each subchannel $i = 1, \dots, N$, by using a straightforward extension of BMSE [3], [4], to OFDMA,

$$\begin{aligned} X_k^{(i)} = & \sqrt{p_{k0}^{(i)}} X_{k0}^{(i)}(w_{k0}^{(i)}[b], U^{(i)}(w_{kj}^{(i)}[b-1], \hat{w}_{jk}^{(i)}[b-1])) \\ & + \sqrt{p_{kj}^{(i)}} X_{kj}^{(i)}(w_{kj}^{(i)}[b], U^{(i)}(w_{kj}^{(i)}[b-1], \hat{w}_{jk}^{(i)}[b-1])) \\ & + \sqrt{p_{U_k}^{(i)}} U_k^{(i)}(w_{kj}^{(i)}[b-1], \hat{w}_{jk}^{(i)}[b-1]) \end{aligned} \quad (5)$$

with the key difference that the powers assigned to each codeword in (5), are required to satisfy the sum power constraints over each subchannel,

$$\sum_i p_{k0}^{(i)} + p_{kj}^{(i)} + p_{U_k}^{(i)} = \sum_i p_k^{(i)} \leq \bar{p}_k. \quad (6)$$

where $k, j \in \{1, 2\}$ and $j \neq k$. In (5), $X_{k0}^{(i)}$ carries the fresh information intended for the receiver, $X_{kj}^{(i)}$ carries the information intended for transmitter j for cooperation in the next block and $U_k^{(i)}$ is the common information sent by both transmitters for the resolution of the remaining uncertainty from the previous block, all of which are transmitted over the i th subchannel and chosen from unit Gaussian distributions. The caret, as in $\hat{w}_{jk}^{(i)}[b-1]$, will be used to denote the estimates of messages at the cooperative partner throughout the paper. Note that $U_1^{(i)} = U_2^{(i)} = U^{(i)}$, when $\hat{w}_{kj}^{(i)}[b-1] = w_{kj}^{(i)}[b-1]$.

The drawback of the intra-subchannel cooperative encoding is that, it does not allow us to take full advantage of the diversity created by OFDMA across subchannels: if on one subchannel, the inter-user link is very strong, but user-destination links are consistently very weak, the total data rate of the submessage on that link will be dictated by the weaker link. If, however, we allow submessages received by a user on each subchannel to be combined, re-partitioned and re-allocated onto the subchannels, we will potentially obtain better rates. Therefore, we propose an implementation of such an approach, and call it **inter-subchannel cooperative encoding**.

In inter-subchannel cooperative encoding, since user j 's real goal is to decode and re-encode the whole message w_{kj} of user k , in re-encoding each w_{kj} can be divided into new submessages,

$$w_{12} = \{v_{12}^{(1)}, \dots, v_{12}^{(N)}\}, \quad w_{21} = \{v_{21}^{(1)}, \dots, v_{21}^{(N)}\}, \quad (7)$$

with the new respective rates $\{R'_{12}^{(1)}, \dots, R'_{12}^{(N)}\}$ and $\{R'_{21}^{(1)}, \dots, R'_{21}^{(N)}\}$. The exchange, re-partitioning, re-transmission and decoding of cooperative messages is illustrated in Figure 2. It is assumed that a table to match the new cooperative submessages, $v_{kj}^{(i)}$, to those received in the previous block, $w_{kj}^{(i)}$, is available at the users and the receiver. Hence, the receiver can obtain w_{kj} upon decoding $v_{kj}^{(i)}$ for all i .

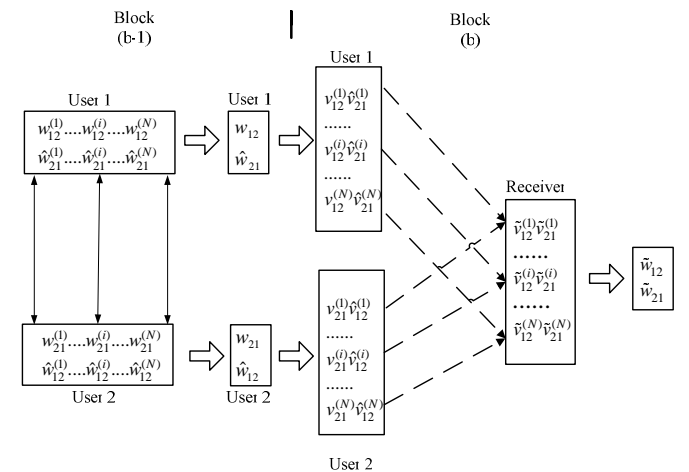


Fig. 2. Re-partitioning of cooperative messages in inter-subchannel cooperative encoding. For the ease of demonstration, the transmission to the receiver in block $b-1$, and the transmissions among the users in block b are not shown.

It is important to note that, since $\left\{w_{kj}^{(i)}\right\}_{i=1}^N$ and $\left\{v_{kj}^{(i)}\right\}_{i=1}^N$, are just different partitionings of the same message w_{kj} , their total rates have to be the same, i.e.,

$$\begin{aligned} 2^n R_{12} &= 2^n R_{12}^{(1)} + \dots + n R_{12}^{(N)} = 2^n R_{12}'^{(1)} + \dots + n R_{12}'^{(N)}, \\ 2^n R_{21} &= 2^n R_{21}^{(1)} + \dots + n R_{21}^{(N)} = 2^n R_{21}'^{(1)} + \dots + n R_{21}'^{(N)}. \end{aligned} \quad (8)$$

The way BMSE is executed is mostly similar to the case of intra-subchannel cooperative encoding, with the key difference that, in block b , the cooperative codewords $U_k^{(i)}$ of each user k are now assigned to $\hat{v}_{jk}^{(i)}[b-1]$ and $v_{kj}^{(i)}[b-1]$, which are re-partitionings of the cooperative messages exchanged in the previous block. Then, in each block $b = 1, \dots, B$, the codewords transmitted by user k , where $j, k \in \{1, 2\}$, $k \neq j$, $\forall i \in \{1, \dots, N\}$ are formed using

$$\begin{aligned} X_k^{(i)} &= \sqrt{p_{k0}^{(i)}} X_{k0}^{(i)} \left(w_{k0}^{(i)}[b], U^{(i)}(v_{kj}^{(i)}[b-1], \hat{v}_{jk}^{(i)}[b-1]) \right) \\ &+ \sqrt{p_{kj}^{(i)}} X_{kj}^{(i)} \left(w_{kj}^{(i)}[b], U^{(i)}(v_{kj}^{(i)}[b-1], \hat{v}_{jk}^{(i)}[b-1]) \right) \\ &+ \sqrt{p_{U_k}^{(i)}} U_k^{(i)} \left(v_{kj}^{(i)}[b-1], \hat{v}_{jk}^{(i)}[b-1] \right), \end{aligned} \quad (9)$$

where the powers still satisfy (6). Having described both encoding strategies, we are now ready to state our main result:

Theorem 1: For a two user cooperative OFDMA channel, define the rate constraints,

$$R_{12}^{(i)} < C_{12}^{(i)} \triangleq E \left[C \left(\frac{s_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}}{s_{12}^{(i)} p_{10}^{(i)} + 1} \right) \right], \quad (10)$$

$$R_{21}^{(i)} < C_{21}^{(i)} \triangleq E \left[C \left(\frac{s_{21}^{(i)} p_{21}^{(i)}}{s_{21}^{(i)} p_{20}^{(i)} + 1} \right) \right], \quad (11)$$

$$R_{10}^{(i)} < C_{10}^{(i)} \triangleq E \left[C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)} \right) \right], \quad (12)$$

$$R_{20}^{(i)} < C_{20}^{(i)} \triangleq E \left[C \left(s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)} \right) \right], \quad (13)$$

$$R_{10}^{(i)} + R_{20}^{(i)} < C_0^{(i)} \triangleq E \left[C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)} + s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)} \right) \right], \quad (14)$$

$$R_{12}^{(i)} + R_{21}^{(i)} + R_{10}^{(i)} + R_{20}^{(i)} < C_s^{(i)}, \quad (15)$$

$$R_{12}'^{(i)} + R_{21}'^{(i)} + R_{10}^{(i)} + R_{20}^{(i)} < C_s^{(i)}, \quad (16)$$

where

$$C_s^{(i)} \triangleq E \left[C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)} + s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)} + 2\sqrt{s_{10}^{(i)} s_{20}^{(i)} p_{U_1}^{(i)} p_{U_2}^{(i)}} \right) \right], \quad (17)$$

and

$$R_1 = \sum_{i=1}^N R_1^{(i)} = \sum_{i=1}^N R_{10}^{(i)} + R_{12}^{(i)} = \sum_{i=1}^N R_{10}^{(i)} + R_{12}'^{(i)}, \quad (18)$$

$$R_2 = \sum_{i=1}^N R_2^{(i)} = \sum_{i=1}^N R_{20}^{(i)} + R_{21}^{(i)} = \sum_{i=1}^N R_{20}^{(i)} + R_{21}'^{(i)}. \quad (19)$$

(a) Using intra-subchannel cooperative encoding, the closure of the convex hull of all rate pairs (R_1, R_2) satisfying (10)-(15), or equivalently

$$R_1 < \sum_i \min \left\{ C_{12}^{(i)} + C_{10}^{(i)}, C_s^{(i)} \right\}, \quad (20)$$

$$R_2 < \sum_i \min \left\{ C_{21}^{(i)} + C_{20}^{(i)}, C_s^{(i)} \right\}, \quad (21)$$

$$R_1 + R_2 < \sum_i \min \left\{ C_{12}^{(i)} + C_{21}^{(i)} + C_0^{(i)}, C_s^{(i)} \right\}, \quad (22)$$

are achievable, where the convex hull is taken over all power allocation policies that satisfy (6).

(b) Using inter-subchannel cooperative encoding, the closure of the convex hull of all rate pairs (R_1, R_2) satisfying (10)-(14), (16), or equivalently

$$R_1 < \sum_i C_{12}^{(i)} + C_{10}^{(i)}, \quad (23)$$

$$R_2 < \sum_i C_{21}^{(i)} + C_{20}^{(i)}, \quad (24)$$

$$R_1 + R_2 < \min \left\{ \sum_i C_{12}^{(i)} + C_{21}^{(i)} + C_0^{(i)}, \sum_i C_s^{(i)} \right\}, \quad (25)$$

are achievable, where the convex hull is taken over all power allocation policies that satisfy (6).

Proof: Here, we provide an outline of the achievability proof; a more complete version including the probability of error analysis can be found in [10]. The proof for part (a) follows from a suitable extension of the proofs in [3], [4], to N parallel subchannels; only the transition from (10)-(15) to (20)-(22) requires some attention: the rates of submessages $w_{12}^{(i)}$ and $w_{21}^{(i)}$ are subject to two constraints, one for the inter-user link and one for the user-receiver links. Therefore, the rate $R_k^{(i)}$ for user k on each subchannel i is separately restricted by the minimum of $C_{kj}^{(i)} + C_{k0}^{(i)}$ and $C_s^{(i)}$, hence the need for the extra minimum operations on single user rates.

The proof of part (b), whose steps are summarized in Table I, proceeds as follows: in each block b , and on each subchannel i , each user j uses joint typicality check to decode $\hat{w}_{kj}^{(i)}(b)$, using $X_{kj}^{(i)}$, and treating $X_{k0}^{(i)}$ as noise, leading to the constraints (26), (27) in Table I. The receiver on the other hand uses backwards decoding [3] to determine the transmitted messages. That is, in block B , using all received codewords, the receiver decodes $\tilde{v}_{12}^{(i)}[B-1]$ and $\tilde{v}_{21}^{(i)}[B-1]$ over each subchannel i using joint typicality check, and therefore also knows $\tilde{w}_{12}[B-1]$ and $\tilde{w}_{21}[B-1]$. Then, in block $B-1$, it uses this information to jointly decode $\{\tilde{v}_{12}^{(i)}[B-2], \tilde{w}_{10}^{(i)}[B-1], \tilde{v}_{21}^{(i)}[B-2], \tilde{w}_{20}^{(i)}[B-1]\}$, based on which it may also deduce $\tilde{w}_{12}[B-2]$ and $\tilde{w}_{21}[B-2]$, and this process continues until the first block. The estimates of the re-partitioned cooperative messages $\tilde{v}_{kj}^{(i)}[b-1]$ are converted to estimates of the cooperative messages $\tilde{w}_{kj}^{(i)}[b-1]$ using the match-up table available at the users and the receiver. Using this decoding strategy, and well known properties of jointly typical sequences [3], [11], it can be shown that (28)-(31) are sufficient to guarantee asymptotically error free decoding at the receiver. Finally, evaluating (26)-(31) for the generated Gaussian codewords, we obtain (10)-(14), (16).

The equivalence of constraints (23)-(25) to (10)-(14), (16) can be proved as follows: (23)-(24) follow trivially from (10)-(13) and (18)-(19). The constraint (25) follows from (10)-(11), (14), (16) and the fact that $R_{kj}^{(i)}$ and $R_{kj}'^{(i)}$ are constrained separately, and need not be equal on a given subchannel i ; as

TABLE I
THE SKETCH OF ACHIEVABILITY PROOF.

Codebook Generation & Encoding			
<ul style="list-style-type: none"> • Generate $2^{n(R'_{12} + R'_{21})}$ length n sequences $u^{(i)}$ with i.i.d. unit Gaussian entries, and assign them to distinct message pairs $\{v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}\} \in \{1, \dots, 2^{nR'_{12}}\} \times \{1, \dots, 2^{nR'_{21}}\}$, to form $u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)})$. • For every $u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)})$, generate $2^{nR_{12}^{(i)}}$ length n sequences $x_{12}^{(i)}$, and $2^{nR_{10}^{(i)}}$ length n sequences $x_{10}^{(i)}$ from independent unit Gaussian distributions, and assign them to distinct $w_{12}^{(i)} \in \{1, \dots, 2^{nR_{12}^{(i)}}\}$ and $w_{10}^{(i)} \in \{1, \dots, 2^{nR_{10}^{(i)}}\}$ respectively; to form $x_{12}^{(i)}(w_{12}^{(i)}, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}))$ and $x_{10}^{(i)}(w_{10}^{(i)}, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}))$. • For every $u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)})$, generate $2^{nR_{21}^{(i)}}$ length n sequences $x_{21}^{(i)}$ and $2^{nR_{20}^{(i)}}$ length n sequences $x_{20}^{(i)}$ from independent unit Gaussian distributions, and assign them to distinct $w_{21}^{(i)} \in \{1, \dots, 2^{nR_{21}^{(i)}}\}$ and $w_{20}^{(i)} \in \{1, \dots, 2^{nR_{20}^{(i)}}\}$ respectively; to form $x_{21}^{(i)}(w_{21}^{(i)}, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}))$ and $x_{20}^{(i)}(w_{20}^{(i)}, u^{(i)}(v_{12}^{(i)}, v_{21}^{(i)}))$. • Encode messages using (9) over each subchannel, and send. 			
Decoding Rule		Resulting Rate Constraints for Reliable Decoding	
Decoding at user j	Find $\hat{w}_{kj}^{(i)}[b]$ s.t. $\left\{ y_j^{(i)}[b], u^{(i)}(\hat{v}_{kj}^{(i)}[b-1], v_{jk}^{(i)}[b-1]), \right.$ $x_{kj}^{(i)}(\hat{w}_{kj}^{(i)}[b], u^{(i)}(\hat{v}_{kj}^{(i)}[b-1], v_{jk}^{(i)}[b-1])),$ $x_{jk}^{(i)}(w_{jk}^{(i)}[b], u^{(i)}(\hat{v}_{kj}^{(i)}[b-1], v_{jk}^{(i)}[b-1])),$ $\left. x_j^{(i)}(w_{j0}^{(i)}[b], w_{jk}^{(i)}[b], u^{(i)}(\hat{v}_{kj}^{(i)}[b-1], v_{jk}^{(i)}[b-1])) \right\}$ are jointly typical.	$R_{12}^{(i)} < I(X_{12}^{(i)}; Y_2^{(i)} X_2^{(i)}, U^{(i)}),$ (26)	$R_{21}^{(i)} < I(X_{21}^{(i)}; Y_1^{(i)} X_1^{(i)}, U^{(i)}).$ (27)
	Find $\tilde{v}_{12}^{(i)}[b-1], \tilde{v}_{21}^{(i)}[b-1], \tilde{w}_{10}^{(i)}[b], \tilde{w}_{20}^{(i)}[b]$ s.t. $\left\{ y^{(i)}[b], u^{(i)}(\tilde{v}_{12}^{(i)}[b-1], \tilde{v}_{21}^{(i)}[b-1]), \right.$ $x_{12}^{(i)}(\tilde{w}_{12}^{(i)}[b], u^{(i)}(\tilde{v}_{12}^{(i)}[b-1], \tilde{v}_{21}^{(i)}[b-1])),$ $x_{21}^{(i)}(\tilde{w}_{21}^{(i)}[b], u^{(i)}(\tilde{v}_{12}^{(i)}[b-1], \tilde{v}_{21}^{(i)}[b-1])),$ $x_1^{(i)}(\tilde{w}_{10}^{(i)}[b], \tilde{w}_{12}^{(i)}[b], u^{(i)}(\tilde{v}_{12}^{(i)}[b-1], \tilde{v}_{21}^{(i)}[b-1])),$ $\left. x_2^{(i)}(\tilde{w}_{20}^{(i)}[b], \tilde{w}_{21}^{(i)}[b], u^{(i)}(\tilde{v}_{12}^{(i)}[b-1], \tilde{v}_{21}^{(i)}[b-1])) \right\}$ are jointly typical.	$R_{10}^{(i)} < I(X_1^{(i)}; Y^{(i)} X_2^{(i)}, X_{12}^{(i)}, U^{(i)}),$ (28)	$R_{20}^{(i)} < I(X_2^{(i)}; Y^{(i)} X_1^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U^{(i)}),$ (29)
		$R_{10}^{(i)} + R_{20}^{(i)} < I(X_1^{(i)}, X_2^{(i)}; Y^{(i)} X_{12}^{(i)}, X_{21}^{(i)}, U^{(i)}),$ (30)	$R'_{12} + R'_{21} + R_{10}^{(i)} + R_{20}^{(i)} < I(X_1^{(i)}, X_2^{(i)}; Y^{(i)}).$ (31)

long as their sum over all subchannels remains the same. ■

Remark: Comparing the achievable rate region (23)-(25) with (20)-(22), we see that the minimum operations required for the individual rate constraints for each subchannel are removed, and the minimum operation required for the sum rate constraint (22) is taken outside the summation over the subchannels. This eliminates the bottleneck on achievable rates, caused by the per-subchannel constraints, and the rate region obtained by inter-subchannel cooperative encoding always contains that obtained by intra-subchannel cooperation. The rate regions achievable by both strategies will be compared for some sample fading scenarios, in Section IV.

B. Half-duplex Cooperative Encoding

The two cooperative OFDMA models proposed so far assumed full-duplex operation in each subchannel. However, in practice, due to the vast difference between the transmitted and received signal strengths, it is not possible to transmit and receive simultaneously on the same band. Hence, in this section, we define a more practical orthogonal cooperative encoding strategy, with half-duplex operation in each subchannel. The available subchannels are first divided into three sets, i.e., $\mathcal{I} \triangleq \{1, \dots, N\} = \{\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_2, \mathcal{I}_3\}$. On subchannels $i \in \mathcal{I}_1$, user 1 transmits, while user 2 and the receiver listen, on subchannels $i \in \mathcal{I}_2$, user 2 transmits while user 1 and the receiver listen, and on $i \in \mathcal{I}_3$, both users transmit simultaneously, to obtain coherent combining gain, while only

the receiver listens. The encoding is done across subchannels, allowing the messages received in the previous block to be re-partitioned in the next block. The achievable rate region for the half-duplex cooperative encoding strategy is described in the following theorem.

Theorem 2: For a two user cooperative OFDMA channel which employs half-duplex cooperative encoding, an achievable rate region is given by the closure of the convex hull of all rate pairs (R_1, R_2) , with $R_s = R_1 + R_2$ satisfying

$$R_1 < \sum_{i \in \mathcal{I}_1} E \left[C \left(\frac{s_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}}{s_{12}^{(i)} p_{10}^{(i)} + 1} \right) \right] + \sum_{i \in \{\mathcal{I}_1, \mathcal{I}_3\}} E \left[C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)} \right) \right], \quad (32)$$

$$R_2 < \sum_{i \in \mathcal{I}_2} E \left[C \left(\frac{s_{21}^{(i)} p_{21}^{(i)}}{s_{21}^{(i)} p_{20}^{(i)} + 1} \right) \right] + \sum_{i \in \{\mathcal{I}_2, \mathcal{I}_3\}} E \left[C \left(s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)} \right) \right], \quad (33)$$

$$R_s < \min \left\{ \sum_{i \in \mathcal{I}_1} E \left[C \left(s_{10}^{(i)} (p_{10}^{(i)} + p_{12}^{(i)}) \right) \right] \right. \\ \left. + \sum_{i \in \mathcal{I}_2} E \left[C \left(s_{20}^{(i)} (p_{20}^{(i)} + p_{21}^{(i)}) \right) \right] \right. \\ \left. + \sum_{i \in \mathcal{I}_3} E \left[C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)} + s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)} + 2\sqrt{s_{10}^{(i)} s_{20}^{(i)} p_{U_1} p_{U_2}} \right) \right] \right\},$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{i \in \mathcal{I}_1} E \left[C \left(\frac{s_{12}^{(i)} p_{12}^{(i)}}{s_{12}^{(i)} p_{10}^{(i)} + 1} \right) + C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)} \right) \right] \\
& + \sum_{i \in \mathcal{I}_2} E \left[C \left(\frac{s_{21}^{(i)} p_{21}^{(i)}}{s_{21}^{(i)} p_{20}^{(i)} + 1} \right) + C \left(s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)} \right) \right] \\
& + \sum_{i \in \mathcal{I}_3} E \left[C \left(s_{10}^{(i)} p_{10}^{(i)} + s_{20}^{(i)} p_{20}^{(i)} \right) \right] \}. \quad (34)
\end{aligned}$$

Proof: The proof relies on the key observation that our proposed half-duplex scheme may be viewed as a special case of inter-subchannel cooperative encoding, with $p_{20}^{(i)} = p_{21}^{(i)} = p_{U_1}^{(i)} = p_{U_2}^{(i)} = 0$ for $i \in \mathcal{I}_1$, $p_{10}^{(i)} = p_{12}^{(i)} = p_{U_1}^{(i)} = p_{U_2}^{(i)} = 0$ for $i \in \mathcal{I}_2$ and $p_{12}^{(i)} = p_{21}^{(i)} = 0$ for $i \in \mathcal{I}_3$. Substituting these power levels in (23)-(25), we obtain the desired result. ■

IV. SIMULATION RESULTS

In this section we evaluate the achievable rate regions (23)-(25) for inter-subchannel cooperative encoding and (20)-(22) for intra-subchannel cooperative encoding, and compare them with the capacity region of a non-cooperative OFDMA system, as well as the achievable rate region of our half-duplex cooperative encoding strategy (32)-(34). We assume that, for all four protocols, the users are able to allocate their total power across subchannels and codewords, and the achievable rate regions are generated by taking the convex hull over all valid power allocation policies. Note however that adaptive power allocation in terms of instantaneous fading states is not considered, the power assigned to each subchannel and codeword remains the same throughout the transmission. The total power of each user and the noise variances are both set to unity (except for Figure 5 where SNR is varied). Three subchannels were used in the simulations.

In Figure 3 the achievable rate/capacity regions are generated for fading scenario 1, where we choose channel gains from independent Rayleigh distributions, the means of which are shown in the figure. While, for half-duplex cooperation with an arbitrary number of subchannels and arbitrary average channel qualities, it is not easy to find the optimal fixed subchannel allocation policy to the half-duplex operations of the users, in our particular example we can simply set $\mathcal{I}_1 = \{1\}$, $\mathcal{I}_2 = \{2\}$ and $\mathcal{I}_3 = \{3\}$, which is in fact optimal among all fixed subchannel allocations. We see that the single user achievable rates for both cooperative strategies are similar, but the gap between the achievable rates of the two policies increase near the sum rate point. This can be explained as follows: the cooperative links on the first two subchannels are better on average, while the direct link is better on the third. Therefore, although the term $C_s^{(i)}$ is not very restrictive on the single user rates (20)-(21), it is restrictive for the sum rate (22). Since inter-subchannel cooperative coding can assign powers to cooperative codewords so that it mostly uses the third subchannel to send the cooperative codeword U , and the first two for cooperation among users, its advantage near the sum rate point is more pronounced. Under these channel conditions, we see that sum rates for both cooperative strategies are always higher than non-cooperative OFDMA while the sum rate of half-duplex cooperative encoding is

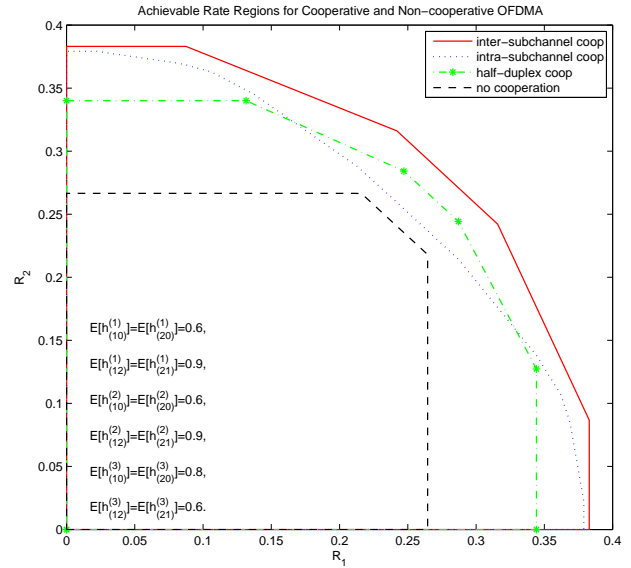


Fig. 3. Achievable rate regions for fading scenario 1. The inter-user links are stronger on subchannels 1 and 2, and direct links are stronger on subchannel 3. Subchannel allocation for half-duplex setting is set to the optimal strategy.

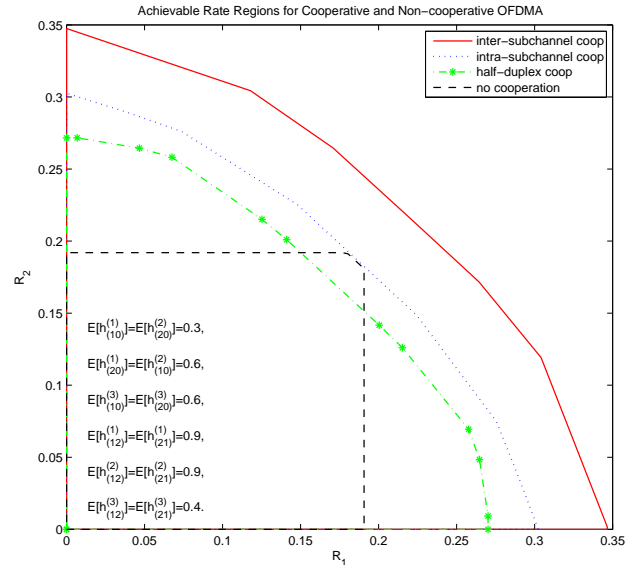


Fig. 4. Achievable rate regions for fading scenario 2. Direct link gains on subchannels 1 and 2 are asymmetrical, and on the average worse than inter-user-link gains. On subchannel 3, direct links are stronger than inter-user links. Subchannel allocation for half-duplex setting is set to the optimal strategy.

higher than that of the intra-subchannel cooperative strategy since the direct links are stronger over the first and second subchannels and the cooperative link is stronger over the third subchannel, and with our selection of \mathcal{I}_1 , \mathcal{I}_2 and \mathcal{I}_3 , the half-duplex cooperative encoding uses subchannels 1 and 2 to create common information, and subchannel 3 for direct transmission to obtain coherent combining gain.

In Figure 4, we switch to the Rayleigh fading scenario 2, and the gap among the two cooperative policies becomes more apparent. Note that the direct link gain of user 1 is worse

than user 2 on subchannel 1, and vice versa on subchannel 2. Therefore, the rate gains achievable in those subchannels are hindered by the per-subchannel constraints of intra-subchannel cooperation, and in fact around the sum rate point it achieves rates only slightly better than non-cooperative OFDMA, while inter-subchannel cooperation still gives large gains. The sum rate of half-duplex cooperation, which uses the same optimal channel assignment as above, is less than both full-duplex cooperative strategies due to the fact that the achievable rate of the half-duplex cooperative encoding relies heavily on the direct link gains on subchannel 3, that is relatively weak for this fading scenario.

In Figure 5, we provide further simulation results comparing the sum rates achievable by intra and inter-subchannel cooperation, as a function of the average transmit signal power to noise power ratio, for three other fading scenarios (3-5) described in the respective figures, where we choose $E[h_{12}^{(i)}] = E[h_{21}^{(i)}]$. We observe the relative behavior for varying SNR to depend highly on the fading statistics, but especially when the fading is asymmetric, the gain is more pronounced for low and moderate SNR values.

V. CONCLUSION

In this paper we introduced a two user cooperative OFDMA system, and we proposed two full-duplex encoding strategies: intra-subchannel cooperative encoding and inter-subchannel cooperative encoding, based on BMSE. We derived rate region expressions for both encoding strategies and showed that re-partitioning and re-encoding of the cooperative messages across subchannels, i.e., inter-subchannel cooperative encoding, is always superior to intra-subchannel cooperative encoding, and provides significant rate gains. We further proposed a half-duplex implementation of cooperation based on inter-subchannel cooperative encoding, and showed that despite its orthogonal structure, it too may outperform the full-duplex intra-subchannel cooperation under some cases. Achievable rates for all three proposed scenarios show that it is very advantageous to make use of overheard information, especially taking into account the added diversity created by the OFDMA subchannels.

REFERENCES

[1] S. Bakim and O. Kaya. "Achievable Rates for Two User Cooperative OFDMA," In *Proc. IEEE Global Communications Conference, Miami, FL*, 1-5, Dec 2010.

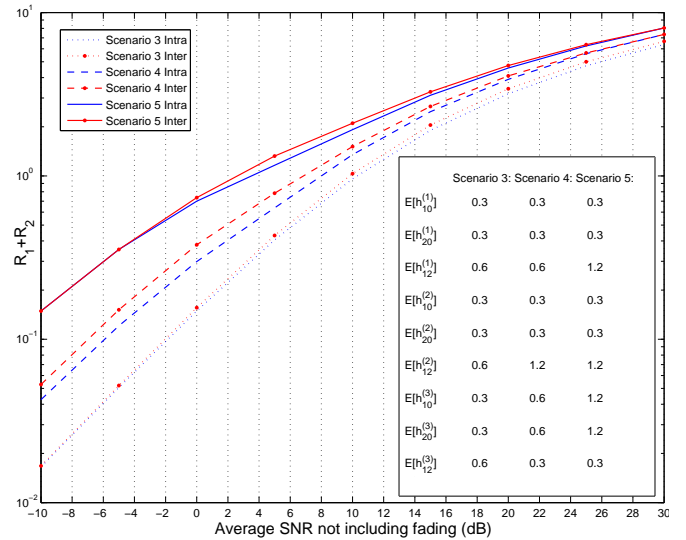


Fig. 5. Comparison of sum rates achievable by intra and inter-subchannel cooperative encoding, as a function of SNR. The performance depends on relative average strengths of fading coefficients on subchannels, rather than SNR: in scenarios 4 and 5, there is nearly 2dB gain at low and moderate SNR values respectively, in the symmetric scenario 3 where no subchannel provides a relative advantage to either policy, inter-subchannel cooperation only slightly outperforms intra-subchannel cooperation over almost all SNR values.

[2] A. Carleial. "Multiple-Access Channels with Different Generalized Feedback Signals," *IEEE Trans. Inf. Theory*, 28(6): 841-850, 1982.

[3] F. M. J. Willems, E. C. van der Meulen and J. P. M. Schalkwijk. "An Achievable Rate Region for the Multiple Access Channel with Generalized Feedback," In *Proc. Allerton Conference, Monticello, IL*, October 1983.

[4] A. Sendonaris, E. Erkip and B. Aazhang. "User Cooperation Diversity - Part I: System Description," *IEEE Trans. Commun.*, 51(11): 1927-1938, November 2003.

[5] J. Lin and A. Stefanov. "Coded Cooperation for OFDM systems," In *Proc. International Conference on Wireless Networks, Communications and Mobile Computing*, 1: 7-10, June 2005.

[6] B. Can, H. Yomo and E. D. Carvalho. "Hybrid Forwarding Scheme for Cooperative Relaying in OFDM Based Networks," In *Proc. IEEE International Conference on Communications*, 4520-4525, June 2006.

[7] L. Dai, B. Gui and L. Cimini. "Selective Relaying in OFDM Multihop Cooperative Networks," In *Proc. IEEE Wireless Communications and Networking Conference*, 963-968, March 2007.

[8] L. Weng and R. D. Murch. "Cooperation Strategies and Resource Allocations in Multiuser OFDMA Systems," *IEEE Trans. on Veh. Technol.*, 58(5): 2331-2342, June 2009.

[9] W. Shim, Y. Han and S. Kim. "Fairness-Aware Resource Allocation in a Cooperative OFDMA Uplink System," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, 59(2): 932-939, February 2010.

[10] S. Bakim. "Cooperative Strategies, Achievable Rates and Resource Allocation for OFDMA Channels," *Ph.D. Thesis, Işık University, Istanbul, Turkey*, July 2011.

[11] T. Cover and J. Thomas. "Elements of Information Theory." New York: Wiley, 1991.

WICON 2010

5th Annual International ICST Wireless Internet Conference

1-3 March 2010 - Singapore

Best Paper Award

This voucher entitles the Best Paper Award winners (Tolga Girici & Fatma Sokmen) for their paper titled: "Energy-Efficient Resource Allocation in Cooperative OFDMA Systems" one (1) free registration for the WICON 2011 Conference. To claim the free ticket, please send a scanned copy of this document to registration@icst.org and the name of the participant.



Edit Marosi

Director of Confences
ICST
Institute for Computer Sciences, Social Informatics and Telecommunications Engineering



Çok Kanallı Genişbant Kablosuz Sistemlerde Kaynak Tahsisi

Fatma İrem Sökmen

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ELEKTRİK VE ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ

TOBB EKONOMİ VE TEKNOLOJİ ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Aralık 2011

ANKARA

Fen Bilimleri Enstitüsü onayı

Prof. Dr. Ünver KAYNAK

Müdür

Bu tezin Yüksek Lisans derecesinin tüm gereksinimlerini sağladığını onaylarım.

Anabilim Dalı Başkanı

Fatma İrem Sökmen tarafından hazırlanan Çok Kanallı Genişbant Kablosuz Sistemlerde Kaynak Tahsisi adlı bu tezin Yüksek Lisans tezi olarak uygun olduğunu onaylarım.

Yrd. Doç. Dr. Tolga Girici

Tez Danışmanı

Tez Jüri Üyeleri

Başkan : _____

Üye : Yrd. Doç. Dr. Tolga Girici _____

Üye : _____

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada orijinal olmayan her türlü kaynağa eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Fatma İrem Sökmen

Üniversitesi : TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi
Enstitüsü : Fen Bilimleri Enstitüsü
Anabilim Dalı : Elektrik ve Elektronik Mühendisliği
Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Tolga Girici
Tez Türü ve Tarihi : Yüksek Lisans - Aralık 2011

Fatma İrem Sökmen

Çok Kanallı Genişbant Kablosuz Sistemlerde Kaynak Tahsisi

ÖZET

Anahtar Kelimeler:TT-FBÇ, DFBC, Çoğa Gönderim, Kaynak Tahsisi.

Dik frekans bölmeli çoklama (DFBC) geniş bant sistemlerde semboller arası girişimi engellemek için kullanılmaktadır. Bu sistemle kanal alt kanallara bölünür. Her altkanal farklı kullanıcıya tahsis edilebilir. Çizelgeleyici her kullanıcı alt kanal ikilisinin kanal kazancı hakkında bilgi sahibi ise, bu bilgi kullanılarak akılcı algoritmalarla bant verimliliği artırılabilir ve sistem başarımlarına ulaşılabilir.

DFBC yönteminin bir dezavantajı yüksek tepe ortalama güç oranına (T/OGO) sahip olmasıdır. Bu yüzden yukarı gönderim ,enerjisi kısıtlı hareketli terminalden baz istasyonuna doğru iletim için aynı performanslı sağlayan tek taşıyıcılı frekans bölmeli çoklama (TT-FBÇ) tercih edilebilir. TT-FBÇ kendine has kanal tahsis kısıtları nedeniyle kanal tahsis problemini ilginç kılar. Çalışmamızın ilk bölümünde TT-FBÇ tabanlı bir sistemde altkanal ve güç tahsisi problemi üzerinde çalışılmış ve algoritmalar önerilmiştir.

Çoğa gönderim sistemlerinde bir baz istasyonu ve çeşitli kullanıcı grupları vardır. Bir gruptaki tüm kullanıcılara aynı bilgi iletilir. Burada çoğa gönderim veri hızı genelde en kötü kullanıcıya bağlı kabul edilir. Oysa ki, Reed-Solomon türü kodlamalar ile, kullanıcılar bütün kanallardaki sinyalleri çözmek yerine belirli bir sayıda kanalı çözerek gerekli bilgiye ulaşır. Bu durumda Reed-Solomon kodlamasının sağladığı avantaj ile DFBC'nin kanala bağlı çizelgeleme avantajı sayesinde çoklu yayın veri hızı artırılabilir. Çalışmanın ikinci bölümünde ise çoğa gönderim gruplarından oluşan bir sistem için altkanal ve bit tahsis algoritması önerilmiştir.

University : TOBB University of Economics and Technology
Institute : Institute of Natural and Applied Sciences
Science Programme : Electrical and Electronics Engineering
Supervisor : Asst. Prof. Dr. Tolga Girici
Degree Awarded and Date : M.S. - Aralık 2011

Fatma İrem Sökmen

Resource Allocation in Multichannel Broadband Wireless Systems

ABSTRACT

Keywords: OFDM, SC-FDMA, Multicast, Resource Allocation.

Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) has been used to combat inter symbol interference in broadband wireless systems. The available broadband channel has been divided into many narrow subbands. Channel aware resource allocation can be used to allocated each subchannel to the appropriate user and improve spectral efficiency and quality of service.

OFDM provides multi user diversity but has one disadvantage, which is high Peak to Average Power Ratio (PAPR), which decreases energy efficiency of mobile terminals. One solution is a method which has the same overall complexity with OFDM, and is called Single Carrier Frequency Division Multiplexing (SC-FDM). SC-FDMA has unique resource allocation constraints, which makes the channel allocation problem interesting. In the first part of the thesis we propose channel allocation algorithms for QoS in SC-FDMA based access systems.

In multicast systems there is a base station and multicast user groups, where users in a group receive the same information. Traditionally multicast rate is defined as the minimum user rate in a group, which seriously limits the throughput. Using Reed-Solomon the multicast data can be recovered from only a subset of bits/subchannels etc. So with channel dependent scheduling and OFDM it is possible to increase the multicast data of a system with the benefit of Reed-Solomon Coding. In the second part of the thesis we propose subchannel and bit allocation algorithms for multi group multicast systems.

TEŐEKKÖR

Yüksek lisansım boyunca bana destek olan aileme, arkadaşlarıma ve hocalarıma teşekkürlerimi bildiririm.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	iv
ABSTRACT	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER	vii
1. GİRİŞ	2
1.1. Tezin İçeriği	4
1.2. Yeni Nesil Geniş Bant Sistemler	4
1.3. Kablosuz Haberleşmede Bozulmanın Sebepleri	5
1.3.1. Yol Kaybı	5
1.3.2. Gölgeleme	5
1.3.3. Doppler etkisi	5
1.3.4. Semboller arası girişim	6
1.3.5. Düz sönmüleme, frekans seçici sönmüleme	6
1.3.6. Doğrusal Olmayan Bozulma	6
2. DFBC, TT-FBC ve Kanala Bağlı Kaynak Planlaması	7
2.1. Dik Frekans Bölmeli Çoklama (DFBC)	8
2.2. Tek Taşıyıcılı Frekans Bölmeli Çoklama	9
2.3. TT-FBC ve DFBC Karşılaştırılması	11
2.4. Kanala Bağlı Çizelgeleme	11
2.4.1. TT-FBC Performans Ölçümleri	13
3. Tek Taşıyıcılı Dik Frekans Bölmeleli Çoklama Yönteminde Kaynak Tahsisi	

Yöntemleri	16
3.1. Yukarı Gönderim TT-FBÇ Sistemlerinde Kanala Bağlı Çizelgeleme [Myung,Goodman [11]]	16
3.2. Tek Taşıyıcılı Frekans Bölmeli Çoklama Yöntemlerinde Eniyilenmiş Kaynak Tahsisi Yöntemi[Oteri,Wong [12]]	18
3.3. SC-FDMA Sistemleri için Döngüsel En fazla Yayılım Algoritmaları[Ruiz [17]]	22
3.4. SC-FDMA Sistemleri için Geliştirilmiş Döngüsel En fazla Yayılım Algoritmaları,[Liu, Otsuka [16]]	23
4. Yukarı Gönderim Tek Taşıyıcılı Frekans Bölmeli Çoklama Sistemlerinde Kaynak Tahsisi	25
4.1. TT-FBÇE Yönteminde Kaynak Tahsisi Problemi	25
4.1.1. Ağırlıklı Toplam Veri Hızı Maksimizasyonu	25
4.1.2. En Az Sayıda Alt Kanal ile Kaynak Tahsisi	28
4.1.3. Toplam Güç En Azaltımı	31
4.1.4. Benzetim Sonuçları	35
4.2. Heterojen Kullanıcılar için SC-FDMA Tabanlı Kaynak Tahsisi	37
5. Kablosuz Çoğa Gönderim Sistemlerinde Dik Frekans Bölmeli Çoklama ile Kaynak Tahsisi Yöntemleri	44
5.1. Dik Frekans Bölmeli Çoğa Gönderim Sistemlerinde Uyarlanabilir Kaynak Tahsisi[Bakanoğlu, [4]]	44
5.1.1. Birden Fazla Çoklu Yayın Grubu için Kaynak Tahsisi	50
6. Çoklu Yayın Kablosuz Ağlarda Kaynak Tahsisi	53
6.1. Problem Formülasyonu	53
6.1.1. Tek çoklu yayın grupları	55

6.1.2. Benzetim Sonuçları	56
7. Sonuçlar ve Yorumlar	59
KAYNAKLAR	59

ÇİZELGELERİN LİSTESİ

Çizelge	Sayfa
Çizelge 4.1. SC-FDMA kaynak tahsisi sistem parametreleri	39
Çizelge 4.2. Heterojen kullanıcıları bir sistemde kullanılan sistem parametreleri	43

ŞEKİLLERİN LİSTESİ

Şekil	Sayfa
Şekil 2.1. Dik Frekans Bölmeli Çoklama (DFBC) sisteminin şeması	8
Şekil 2.2. Tek Taşıyıcılı Frekans Bölmeli Çoklama (TT-FBC) sisteminin şeması	9
Şekil 2.3. Veri hızının SNR'a bağlı değişimi	12
Şekil 3.1. Kullanıcı-alt kanal fayda matrisi [17]	22
Şekil 3.2. RME örnek alt kanal tahsisi [17]	23
Şekil 3.3. IRME'nin RME üzerinde sağladığı avantaj [16]	24
Şekil 4.1. $M = 10$ ve $K = 25$ için farklı şemaların ağırlıklı toplam veri hızı kümülatif dağılımlarını vermektedir. [12]'daki aç gözlü algoritmaya göre performansta ufak bir artış sağlanmıştır (yaklaşık yüzde 7)	36
Şekil 4.2. $M = 10$ ve $K = 25$ için farklı şemaların en az sayıdaki alt kanal sayısına göre kümülatif dağılımlarını vermektedir. Kullanıcı başına düşen veri hızı kısıtı 16kbps dir. Aç gözlü algoritmalar en iyilenmiş çözümlerle nerdeyse aynı sonuç vermektedir.	37
Şekil 4.3. $M = 10$ ve $K = 20$ için farklı uygulamaların toplam harcanan güce göre kümülatif dağılım fonksiyonlarını vermektedir. Kullanıcı başına düşen veri hızı kısıtı 16kbps dir. BMPT, MPD'yi geride bırakarak eniyilenmiş çözümlerle nerdeyse aynı performansı elde etmektedir.	38
Şekil 4.4. Esnek olmayan kullanıcı sayısının 0,1 ve 3 olduğu durumlar için bağıl performansların kümülatif dağılımları gösterilmektedir. Esnek olmayan kullanıcı sayısı arttıkça sunulan algoritma daha iyi başarımlar göstermektedir.	42
Şekil 6.1. $G = 1$ (Tek grup), $N = 128$, $P^T = 1000$ ve $BER = 10^{-6}$ için farklı algoritmaların çoklu yayın veri hızına göre benzetim sonuçları	57
Şekil 6.2. α vs. çoğa gönderim grup sayısı. Önerilen algoritma GA'ya [4] göre hem daha az karmaşık, hem de daha başarılıdır	58

BÖLÜM 1

1. GİRİŞ

Haberleşme sistemleri her geçen yıl daha çok gelişmekte, talep sayısı daha çok artmaktadır. Kablolu haberleşme ile tanışan kullanıcılar zamanla kablosuz haberleşme sistemlerini talep ettiler. Gelişen teknoloji evdeki kablolu telefonların yanında cep telefonları kullanılması gibi olanaklar sağladı. Böylelikle kullanıcılar istedikleri yerden haberleşme sağlayabildiler.

İnternet uygulamaları, diz üstü bilgisayarlar ve kişisel cep bilgisayarların gelişimi kablosuz İnternet talebini artırdı. Kullanıcılar evlerindeki kablolu bilgisayarla elde ettikleri servis kalitesinde kablosuz erişim istiyorlardı. Kullanıcıların hareketliliğini sağlamakla beraber yüksek veri hızı talebini de getirdi. Daha yüksek veri hızları için farklı iletim sistemleri, daha geniş bant, gelişmiş kaynak tahsisi, güç verimliliği gibi kavramlar birer problem olarak ortaya çıktı.

Gelişen haberleşme teknolojisiyle bant genişliği de arttı. Çünkü daha yüksek bant kullanarak daha yüksek veri hızı elde ediliyordu. Artan bu bant genişliği ile farklı kipleme tekniklerinden fayda sağlandı. Bunlardan bir tanesi Dik Frekans Bölmeli Çoklama (DFBC, OFDM) tekniğidir. Bu sistem sayesinde kanal alt kanallara bölünür ve semboller alt kanallar üzerinden gönderilmektedir. Aynı bantı kullanan farklı kullanıcıların banttan faydalanma şekilleri farklı olacaktır. Bunun bir nedeni farklı alanlara yerleştirilmiş kullanıcıların, farklı kanal karakterine sahip olmasıdır. Farklı kanal karakterlerini oluşturan faktörler Bölüm 1.3.'de anlatılmıştır. Bunlardan kısaca bahsederek kullanıcının etrafındaki binalardan , gölgeleme ve çok yollu iletimden dolayı kanalın karakteri idealden uzaklaşır. Her kullanıcı ve altkanal için farklı kanal tepkisi olacaktır (farklı ortam, farklı binalar vs. nedeniyle). Kaynak tahsisi akıllı bir şekilde yapılırsa bu dezavantaj avantaja dönüştürülebilir.

DFBC yönteminde kanal alt kanallara bölünür ve kullanıcılar kendi aralarında kanalı paylaşırlar. İyi bir tahsis algoritmasıyla hangi kullanıcıya hangi kanalın daha verimli olacağını bilmek sistem verimliliğini artırabilir. Buna kanala bağlı çizelgeleme denir ve bölüm 2.4.'de ayrıntılı biçimde anlatılmıştır. DFBC yöntemi genişbant kanallarda görülen semboller arası girişim gibi sorulara çözüm bulmak için ideal bir sistem olarak tanımlanır. Aynı kanalda gönderilen ardışık semboller genişbant sistemlerde birbirlerine girişimde bulunmaktadır. Kanalı bölüp sembollerini dar-bant alt kanallarda

göndermek bu girişimi önleyecektir.

DFBÇ sistemlerinde en büyük problemlerden birtanesi tepe ortalama güç oranıdır (T/OGO). DFBÇ'de kanalın alt kanallara bölündüğünden bahsedilmiştir. Altkanal sayısının çok olduğu durumda bunların maksimum toplam iletim güçleri, ortalama toplam güce göre çok daha fazladır. Vericideki güç yükselticiler ortalamaya göre ayarlandığında, tepe güçle iletim yapılması gereken durumlarda iletilenlerdeki güç yükselticiler doğrusal olmayan bölgede çalışmak durumunda kalır ve sinyalde bozulmalar olur. Bu problemi çözmek için güç yükselticileri daha az verimli kullanmak gerekir. Bu verimsiz çözüm yerine farklı bir iletim yöntemlerinden olan tek taşıyıcılı frekans bölmeli çoklama sistemi (TT-FBÇ, SC-FDMA) kullanılır. Burada modülasyon sembolleri aynı anda değil seri olarak gönderilir. Aslında DFBÇ yönteminin ayrık fourier dönüşümünün yayılımı olarak adlandırılır.

Performans olarak DFBÇ yöntemiyle benzer olan TT-FBÇ yöntemi sinyal işleme bakımından ve seri iletim ile tek taşıyıcılı bir sistem olması bakımından ayrılır. Bu farklılık ile bu sistemde T/OGO'değerinin daha düşük olması sağlanır ama tek taşıyıcılı yapısından dolayı alıcı sistemlerde daha karmaşık ve büyük eşitleyiciler kullanılır. Bu eşitleyicileri genelde daha küçük yapıda olan hareketli terminallerde kullanmak maliyeti çok artırır. Bunları daha büyük yapıda ve daha sayıda az olan baz istasyonlarına yerleştirmek çok sorun yaratmayacaktır. Bu yüzden TT-FBÇ yöntemleri yukarı gönderim (uplink, terminalden baz istasyonuna) için tercih sebebi olabilir. Alt kanalların kullanıcılara olan tahsisi bakımından iki ana gruba ayrılan TT-FBÇ yöntemi Bölüm 2.2.'de ayrıntılı şekilde anlatılmıştır.

Bu çalışmada TT-FBÇ yöntemleri için kanala bağlı çizelgelemeyi esas alarak alt kanal, güç tahsisi üzerinde durulacaktır. Farklı problemlerin çözümü için gerek eniyelenmiş gerekse en iyiye yakın tahsis algoritmaları tanımlanmıştır. Bu tanımlanan algoritmaların başarımları değerlendirilmiş ve benzetim sonuçları gösterilmiştir.

Bu çalışma genel olarak çok kanallı kiplenme sistemlerinden kaynak tahsisi ile alakalıdır. Çalışmada TT-FBÇ tabanlı sistemlerin yanında DFBÇ sistemleri için de kaynak tahsisi problemleri üzerinde durulmuştur. Burada tek kaynaktan çok kullanıcıya aynı verinin gönderildiği tümegönderim sistemleri üzerinde durulmuş ve tümegönderim grupları arasında altkanal tahsisi ve her altkanala bit tahsisi gibi problemler üzerinde çalışılmıştır. Klasik tümegönderim sistemlerinde kanal kapasitesi hesap edilirken ortamdaki en kötü kullanıcı dikkate alınmıştır. Oysa ki Reed Solomon kodları gibi kodlar kullanıldığında herkes her altkanalı çözmek zorunda değildir ve bu

sayede altkanal kapasiteleri daha da artırılabilir. Bu amaçla literatürdeki bir algoritma ele alınmış ve aynı işi daha kısa sürede ve daha yüksek başarımla yapılan bir algoritma bulunmuştur.

1.1. Tezin İçeriği

Toplam 7 bölümden oluşan tezde. Bölüm 2’de TT-FBÇ ve DFBC yöntemleri ve kanala bağlı çizelgeleme anlatılmıştır. Bölüm 3’te TT-FBÇ yöntemlerinin kanala bağlı çizelgeleme kullanarak literatürde yapılmış bazı çalışmaların ayrıntıları verilerek kullanılan yöntemlerin açıklaması yapılmıştır. Bölüm 4’te ise literatürde çoklu yayın gruplu tüme gönderim ile ilgili yapılmış çalışmaların ayrıntısı verilmiştir. Bölüm 5’te ise TT-FBÇ yöntemi kullanarak oluşan kaynak tahsisi probleminin çözümleri ve benzetimleriyle ilgili yapılmış çalışmalar bulunmaktadır. Bölüm 6’da DFBC yöntemi kullanarak kaynak tahsisi problemlerinden bahsedilmiş, çözüm yolları gösterilmiş ve benzetimleri üzerinde durulmuştur. Bölüm 7’de ise sonuçlar kısmı yer almaktadır.

1.2. Yeni Nesil Geniş Bant Sistemler

Birinci nesil haberleşme sistemleri 1980’lerde kullanılmaya başladı. Bunlar analog ses iletimi olarak kullanılıyordu. İkinci nesil haberleşme sistemleri 1990’ların başında meydana çıktı ve dijital ses iletimine geçildi. Gelişmiş güvenlik ve teknolojisi bu nesil haberleşme sistemlerinde sunuldu. Kullanıcılar dünyanın farklı yerlerinden telefonla iletişim gerçekleştirebiliyordu. İkinci nesil GSM sistemlerinde kanal tahsisi olarak frekans/zaman bölmeli çoklama (FDMA/TDMA) kullanılırken Amerika’daki CDMA sistemlerinde kullanıcılar aynı zaman ve frekansta iletim yapmakta ve kullandıkları birbirine dik kodlar sayesinde mesajlar karışmamaktadır.

Üçüncü nesil haberleşme sistemleriyle daha yüksek bit hızına, daha iyi spektral verimlilikle erişilmektedir. Ses, veri ve görüntü iletilebilmektedir. 3 nesil ötesi sistemlerde daha yüksek bant genişliğine ihtiyaç duyulacaktır. Birinci nesil haberleşme sistemlerinde bant genişliği 25-30 KHz civarıyken, GSM ve CDMA olarak geçen ikinci nesil sistemler için sırasıyla 200 KHz ve 1.25 MHz kullanılmaktadır. WCDMA tabanlı 3. nesil sistemlerde ise 5 MHz bant kullanılmaktadır. Her yeni nesilde bant genişliği daha da artarken, bant sıkıntısını hafifletmek amacıyla bant verimliliğini artırıcı kaynak tahsis yöntemlerinin önemi artmaktadır.

1.3. Kablosuz Haberleşmede Bozulmanın Sebepleri

Kablosuz haberleşmede ulaşılmak istenen hedefler yüksek spektral verimlilik, yüksek veri hızı, az gecikme ve daha uzun süren batarya ömrüdür. Bunları elde etmek için jenerasyonlar boyunca birçok çalışma yapılmıştır. Bunları elde etmenin en önemli yolu kanal karakteristiğini bilmektir.

1.3.1. Yol Kaybı

Radyo dalgaları vericiden alıcıya doğru iletilirken fiziksel bir ortamdan geçer. Bu fiziksel ortam enerjinin kaybına sebep olur. Eş yönlü anten kullanımında enerji bir küreyi doldurur ve alıcı antendeki enerjinin miktarı alıcı ve verici arasındaki uzaklığa bağlı olarak $(1/d^\alpha)$ 'yla orantılı azalır. d 'nin üzerindeki α değeri uzay boşluğunda 2'dir fakat çevresel faktörlere bağlı olarak daha yüksek değerler alır ($2 < \alpha < 4$).

Yönlü antenler tarafından alınıp verilen sinyaller arasında benzer bağlantılar olsa da, anten kazancının etkisi de vardır. Uydu sistemlerinde parabolik reflektörler kullanılarak anten kazancı artırılır ve yol kaybının etkisi telafi edilir. Karasal mobil sistemlerde ve ufak el cihazlarında bu tür çözümler mümkün değildir.

1.3.2. Gölgeleme

Eğer yol kaybı ile zayıflama sinyali etkileyen tek faktör olsaydı eşit uzaklıktaki alıcı vericilerde enerji aynı olurdu. Oysaki farklılıklar mevcuttur. bunun sebebi hat üzerinde farklı engellerin olmasıdır.

Deneysel çalışmaların sonucu olarak, gölgelemeden kaynaklanan kaybın dB cinsinden değeri bir Gauss rastgele değişkeni olarak ifade edilir. Bu değişkenin beklenen değeri sıfırdır ve standart sapma değeri σ ise hücre sel servis bölgesinin değişkenliğine bağlıdır. Genellikle $6dB \leq \sigma \leq 10dB$ değerleri arasında değişir. Şehirsel bölgelerde yüksek standart sapma yaşanırken kırsal bölgelerde bu oran daha düşüktür. Yer değişimine bağlı olarak sönmüleme de değişir. Sönmüleme değişimi onlarca metre yol katettikten sonra oluşur, bu nedenle bu sönmüleme türü yavaş sönmüleme olarak adlandırılır.

1.3.3. Doppler etkisi

İletimde sinüs dalgası gönderiliyor ve alıcı hareket halinde ise alınan sinyalin frekansı gönderilenden farklı olarak alınır. Bu farka Doppler frekans sapması denir.

1.3.4. Semboller arası girişim

Çevresel faktörlerden dolayı gönderilen sinyaller alıcıya birkaç yansımayla beraber ulaşır. Buna çok yollu iletim denir. Böylelikle kanalın dürtü cevabı farklı zamanlarda alınan dürtülerden oluşur. Buna kanalın gecikme yayılımı denir ve sembollerin birbirine karışmasına sebep olabilir. Bu duruma semboller arası girişim denir ve bozulmaya sebep olur.

1.3.5. Düz sönümleme, frekans seçici sönümleme

Sinyal saçılması ve çok yollu iletim kullanıcı servis alanı içerisinde hareket ettikçe radyo dalgalarının sebepleri olur. Bu değişimin sebebi dalga boyu seviyesinde taşıyıcı frekansın, gönderilen sinyalin. Buna genelde hızlı sönümleme denir ve gölgeleme sönümlemesinden ayırt edilir. gölgeleme sönümlemesinde sinyaller metreler seviyesinde değişiklik gösterirken, hızlı sönümlemede santimetreler seviyesinde değişiklik gösterir.

1.3.6. Doğrusal Olmayan Bozulma

Frekans bölmeli çoklama tekniklerinde zararı en fazla olan faktör göndericideki güç yükselticilerinin doğrusal olmamasıdır. Yukarıda anlatıldığı gibi çok frekans kanallı sistemlerde T/OGO yüksek ise güç yükselticileri doğrusal olmayan gölgede çalışabilir. Buna engel olmak için yükselticiler verimsiz bölgede çalışmalıdır.

Biz bu çalışmada yol kaybı, gölgeleme ve hızlı Rayleigh sönümlenmesini dikkate alacağız. Rayleigh sönümlenmesi engellerden saçılan pek çok sinyal bileşeninin alıcıda toplanmasıyla Gauss dağılımlı bir rasgele değişken etkisi göstermesi ile oluşur. Sinyallerin reel ve sanal bileşenleri Gauss dağılımlı olduğunda bunların bileşimi Rayleigh dağılımlı ve bunun karesi (yani güç) ise üssel dağılımlı bir rasgele değişken olur. Çok kanallı sistemlerde kanal bant genişliği yeteri kadar fazlaysa her kanalda birbirinden bağımsız Rayleigh sönümlenmesi olduğu varsayılabilir. Kanalların içerisinde ise düz sönümlenme olduğu varsayılabilir.

BÖLÜM 2

2. DFBC, TT-FBC ve Kanala Bağlı Kaynak Planlaması

DFBC ve TT-FBC yöntemleri frekans bölmeli çoklama yöntemleridir. Tüm frekans bölmeli çoklama sistemlerinde, sistem kanalı bölünerek alt kanallar oluşturur. Bu yöntemlerin avantajlarından biri birden fazla sinyali aynı anda gönderebilmesidir.

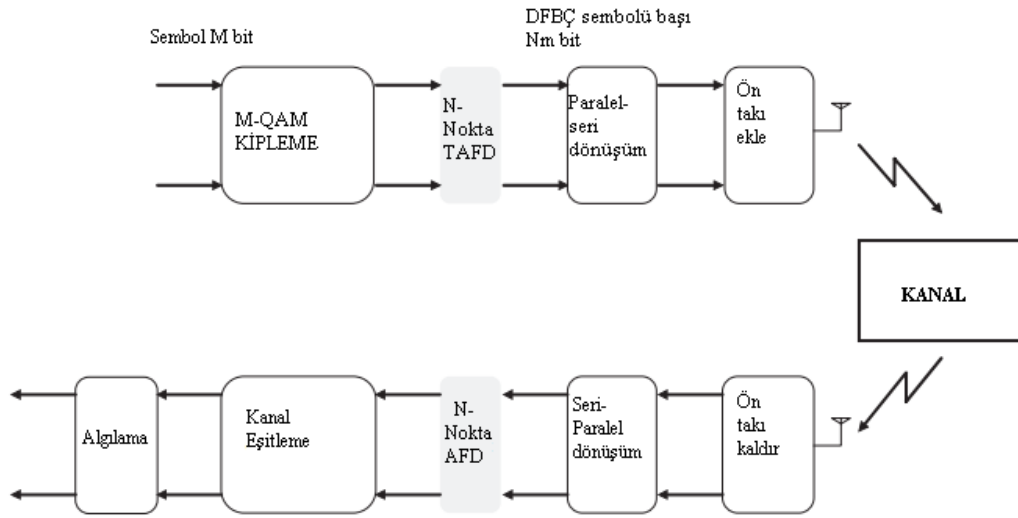
Frekans bölmeli çoklama yönteminin yararlarından bir diğeri ise çok kullanıcı bir sisteme avantaj sağlayabilmesidir. Ortamda farklı yerlere yerleştirilmiş kullanıcılar farklı sönümlenme değerlerine sahiptir. Bu her kullanıcının frekans cevabının farklı olmasına sebep olur. Geniş bant bir kanalda kullanıcı kanalın sadece bazı bölümlerinden iyi kazanç elde ediyor olabilir. Kullanıcılarının iyi durumda oldukları frekans aralıklarını bilen ve frekans bölmeli iletim yapan bir sistem, her kullanıcıya iyi olduğu alt kanalı tahsis ederek avantaj sağlayabilir.

TT-FBC ve DFBC yöntemleriyle genişbant bir kanal alt kanallara bölünür ve kullanıcılara tahsis edilir. Bu iki yöntem sinyal işleme prosedürleri açısından sadece ufak farklılıklar göstermektedir. Alt kanal tahsisinde ise DFBC yöntemiyle her kullanıcı her alt kanalı alabiliyorken, TT-FBC yöntemiyle kullanıcılara tahsis edilen alt kanallar ya frekans tabanında bitişik yada eşit aralıklarla ayrık olmalıdır.

Dik frekans bölmeli çoklama Wimax sisteminde hem yukarı gönderim hem de aşağı gönderimde kullanılırken, LTE sistemlerinde sadece aşağı gönderim için tercih edilmiştir. Yukarı gönderim için ise TT-FBC sistemi tercih edilmiştir. DFBC yönteminin en büyük dezavantajı yüksek Tepe/Ortalama Güç Oranına (T/OGO) değerine sahip olmasıdır. Bu fiyatı artırır ve güç verimliliğini azaltır. Daha düşük T/OGO ile hareketli terminallerde daha basit ekipmanlar kullanılır ve güç bakımından verimli olabilir. Öte yandan frekans tabanlı eşitleyiciler sinyalleme hızından dolayı daha karmaşık bir yapıya sahiptir. Bu eşitleyiciler ise alıcıda yani sadece baz istasyonunda ihtiyaç duyulur (hareketli olmayan terminaller). TT-FBC yönetimi DFBC'e göre daha düşük T/OGO değerine sahip olarak hareketli terminaller için bir avantaj sağlar ve bu yüzden de LTE sisteminin yukarı gönderiminde tercih edilen yöntem olmuştur.

2.1. Dik Frekans Bölmeli Çoklama (DFBC)

Şekil 2.1.'de bir DFBC sisteminin alıcı ve vericideki temel sinyal işleme prosedürünü şematik olarak gösterilmiştir. Sayısal kitleyici genel olarak dördün genlik kipleme (M-QAM) uygulayarak gelen ikili sinyali sembollere çevirir. M-QAM ile M bit veri ile bir kompleks kipleme sembol oluşturur. Daha sonrasında bu sembollerden N tanesine ters fourier dönüşümü uygulanır. Dönüştürülen her N sembol N alt kanalında yer alır.



Şekil 2.1. Dik Frekans Bölmeli Çoklama (DFBC) sisteminin şeması

Bu N alt kanaldan oluşan sinyal daha sonrasında bir sönümlü kanaldan geçilerek alıcıda Fourier dönüşümü uygulanır. Böylece frekans alanındaki N kipleme sembolü zaman alana geri çevirilmiş olur. Frekans tabanında elde edilen sinyalleri alt kanal SNR değerine göre uygun yerleştirme yapıldığında (kanala bağlı çizelgeleme) yüksek kapasitelere çıkılabilir. Bu DFBC yönteminin en büyük avantajlarından bir tanesidir. Bu yöntemin dezavantajı ise iletilen sinyalin tüm modülasyon sembollerinin toplamı olacağı için aynı fazda olan sinyaller yüksek genliğe sebep olacaklardır. Bu yüksek tepe ortalama güç oranı yaratır. Güç yükselticisine bu nedenle zaman zaman çok yüksek sinyaller girer, bu da yükselticinin doğrusal olmadığı bölgeye karşılık gelir ve sinyalde bozulmalar olur. Buna çözüm olarak yükselticinin daha verimsiz çalışması önerilebilir. Bu güç verimsizliğini önlemek için Tek Taşıyıcı Frekans Bölmeli Çoklama Önerilmiştir.

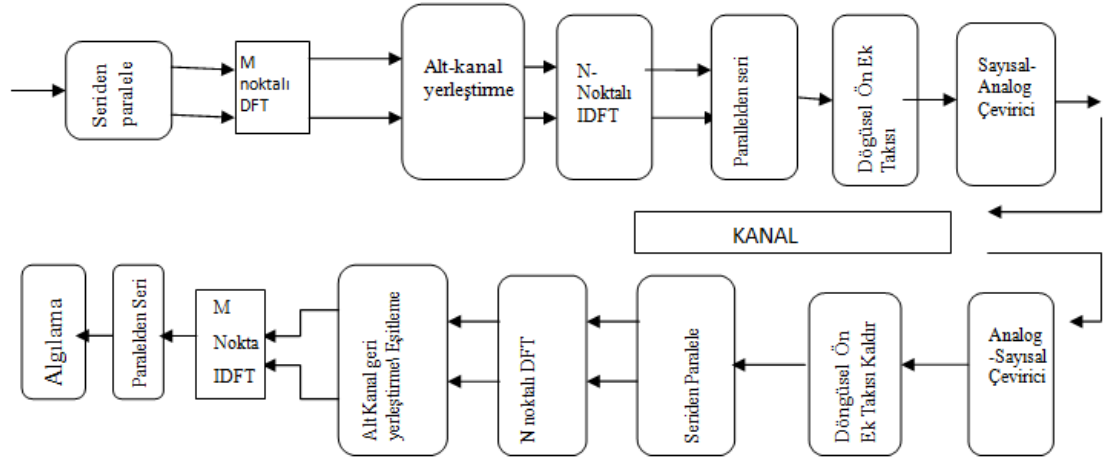
2.2. Tek Taşıyıcı Frekans Bölmeli Çoklama

Şekil 2.2.'de bir TT-FBC yöntemi için sinyal iletim basamakları gösterilmiştir. Alıcının girişinde, vericinin çıkışında kompleks kipleme sembolleri bulunmaktadır. Daha sonra bu M sembole ayrık Fourier dönüşümü uygulayarak frekans alanında M sembol elde edilir. Bu M frekans tabanlı sembol daha sonra N alt kanalla yerleştirilir. Her bir alt kanal aralığı f_0 Hz olarak tanımlandığında bant genişliği aşağıdaki gibi olacaktır;

$$W_{kanal} = f_0 \cdot N [HZ] \quad (2.1)$$

Bu durumda her terminalin M kadar sembolü olduğunu düşünürsek, bu örnekte sistem toplamda N/M kadar terminalin sinyal iletimini gerçekleştirebilir. Bu durumda Q kadar terminalin iletimini sağlayan bir sistem için bu değer şu şekilde olacaktır.

$$Q = \frac{N}{M} \quad (2.2)$$



Şekil 2.2. Tek Taşıyıcı Frekans Bölmeli Çoklama (TT-FBC) sisteminin şeması

Alt kanallara yerleştirilmiş olan semboller gönderilmeden önce çok yollu iletimden kaynaklanan iç sönülmeyi engellemek amacıyla sinyal işleme yöntemlerinden döngüsel ön takı ekleme uygulanır. İdeal kanallarda kanalın bir tek dürtü cevabı vardır. Oysa çok yollu iletimden dolayı kanalın dürtü cevabının yanında birde farklı

zamanlarda yan dürtü cevapları gelmektedir. Döngüsel ön takı eki ile kanalın bu gecikmesine karşı bir koruma sağlanır. Bu yöntemle gönderilen sinyallerin son bölümünün bir kopyası ilk bölüme eklenir. Gönderici aynı zamanda sinyalleri bir doğrusal filtreden geçirerek bant dışı radyasyonu yok etmeyi amaçlar. Bunun için dürtü oluşturma (pulse shaping) filtresi kullanılır. En sık kullanılan dürtü oluşturma filtresi yükselen kosinüsdür. Bu filtrenin zaman ve frekans alanındaki tanımı aşağıdaki gibidir. Burada T sembol katsayısı, α ise roll of faktörüdür. Bu faktör 0 ve 1 arasındadır ve bant dışı radyasyonu kontrol eder. $\alpha = 0$ için bu filtre bant geçiren filtredir ve tüm bant dışı radyasyonu yok eder. α arttıkça bant dışı radyasyon artar, α azaldıkça ise filtrenin dürtü cevabının yan fonksiyonları artar ve gönderilen sinyalin dürtü şekillendirme sonrası iletim gücü artar [13].

$$P(f) = \begin{cases} T & , 0 \leq |f| \leq \frac{1-\alpha}{2T} \\ \frac{T}{2} \left\{ 1 + \cos \left(\frac{\pi T}{\alpha} \left(|f| - \frac{1-\alpha}{2T} \right) \right) \right\} & , \frac{1-\alpha}{2T} \leq |f| \leq \frac{1+\alpha}{2T} \\ 0 & , |f| \geq \frac{1+\alpha}{2T} \end{cases} \quad (2.3)$$

$$p(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T} \cdot \frac{\cos(\pi \alpha t/T)}{1 - 4\alpha^2 t^2/T^2} \quad (2.4)$$

TT-FBÇ sisteminde alt kanal tahsisi için iki türlü yöntem vardır. Bunlardan bir tanesi dağınık frekans bölmeli çoklama (D-FBÇ) yöntemi iken bir diğeri ise lokal frekans bölmeli çoklama (L-FBÇ) yöntemidir. Lokal tahsis yönteminde (bu örnekte) her kullanıcıya verilen M adet alt kanal frekans alanında bitişiktir. Dağınık tahsis yönteminde ise alt kanallar banda eşit aralıklarla dağıtılmış şekilde tahsis edilir. Her iki durumda da $N - M$ kadar boş kalan alt kanallara 0 volt verilir. D-FBÇ'nin en büyük avantajı DFT kullanmadan sinyalleri zaman alanında gönderebilir.

Kaynak tahsisi açısından alt kanal tahsisi kanala bağlı atama veya sabit atama gibi yöntemler olarak ayrılabilir. Kanala bağlı atamada kullanıcının frekans cevabı kullanılır. Bu açıdan L-FBÇ'de çoklu kullanıcı farklılığından yararlanılırken, D-FBÇ yönteminde frekansa bağlı farklılıktan yararlanılır.

DFBÇ yöntemi AFD ve TAFD'nin vericideki birleştirmesiyle basit bir sinyal işleme operasyonuna dönüşmesi ile elde edilir. Bu dönüşümde her sembol kompleks bir sayı ile çarpılır ve her giriş Q faz rotasyonu ile çarpılır. Burada Q bant genişletme faktörüdür. Bu çarpım her kompleks modülasyon sembolünün rotasyonu olarak açıklanır. Bu doğruluğu anlamak için AFD ve tersi iki özelliğinden bahsedilir. Bunlardan bir tanesi eşit aralıklarla alınan sıfır olmayan örneklerden bir alandaki tanımı periyodik bir yapıdır.

Bir diğeri ise frekans alanındaki her r kadar kayma zaman alanında faz değişimine sebep olur. Faz rotasyonu her örneği ile çarpma ile elde edilir. Burada N ters fourier nokta sayısı, r frekans kaymasının miktarı ve n zaman alanındaki örnek sayısıdır.

2.3. TT-FBÇ ve DFBC Karşılaştırılması

Her iki yöntemde de benzer sinyal işleme yöntemi kullanılır. Veri bloklarının kiplenmesi ve iletilmesinde M modülasyon sembolleri bulundurulur. İletim bandı alt kanallara bölünür ve ayrık alt kanallarda gönderilir. Her iki yöntem için frekans tabanında eşitleme kullanılır. Bunlara rağmen önemli farklılıklar vardır. Bunların en önemlisi DFBC çoklu taşıyıcı kullanırken TT-FBÇ tek taşıyıcı kullanır. Bu TT-FBÇ yönteminin daha düşük T/TGO sahip olmasını sağlar. DFBC kullanıldığında kiplenmiş sembollerin zaman değeri artırılır ve her blok başı M sembol ve N alt kanal bulunduğunda hem TT-FBÇ ve DFBC $Q=M/N$ aynı anda iletim yapabilir.

Kiplenmiş sembol zamanı T ise, DFBC için bu sembol zamanı $M \times T$ dir. Bu semboller arası girişimi engeller ve DFBC'dan yarar sağlanır. Bunun tersi olarak TT-FBÇ'de kiplenmiş sembol zaman alanında sıkıştırılır. TT-FBÇ'de sembol zamanı zaman bölmeli çoklamada olduğu gibi T/Q 'dur. TT-FBÇ baz istasyonunda frekans tabanlı eşitleme yöntemi kullanarak semboller arası girişimi engeller.

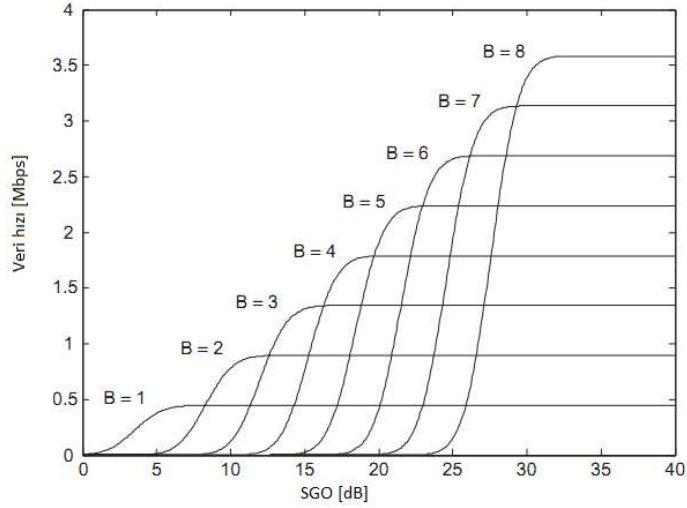
DFBC her alt kanal için ayrı ayrı eşitleme ve veri tanımlama gerçekleştirir. Buna karşı DFBC eşitlemeyi tüm banda uygular ve daha sonrasında TAFD kullanarak bir terminalden aldığı sinyali zaman alanına çevirerek kiplenmiş sinyallerin ağırlıklı toplamını alır. Bu durum DFBC için geçerli değildir çünkü gönderilen sinyal bir bloktaki sinyallerin ağırlıklı toplamıdır. TT-FBÇ her sinyali etkin biçimde banda yaydığı için frekans seçici sönmlemeye DFBC'ye göre daha hassastır. DFBC'nin TT-FBÇ'e göre bir avantajı ise kanala uyumlu bit ve güç tahsisi yapabilmesidir. Farklı alt kanallarda farklı kipleme ve güç tahsisi yapılabilir. Bunun sonucunda DFBC yönteminde kanal kapasitesinin üst sınırlarına erişilir.

2.4. Kanala Bağlı Çizelgeleme

Frekans bölmeli iletim tekniğinin en büyük avantaj kanala bağlı planlama yapılarak alt kanal ataması ve çoklu kullanıcı farklılığından dolayı performans geliştilmesidir. Farklı alanlarda yer alan kullanıcıların farklı kanal kazançları vardır. Terminal hareket ettikçe kanal kazancı da değişir. Bu durumda sistem periyodik olarak bu değişimi takip etmeli ve anlık kanal kazançlarına göre kanal planlaması yapılmalıdır.

Çizelgelemenin en önemli olgularından biri kanalları terminallere iyi oldukları alt kanallara tahsis etmektir. Pratik olarak bu baz istasyonunun terminallerin kanal durumunu ve iletim taleplerini bilmeyi gerektirir. Planlayıcı daha sonra optimizasyon algoritmaları uygulayarak her terminal için alt kanal tahsisi sağlar. Son olarak baz istasyonu terminallere tahsis edildikleri kanalların bilgisini gönderir.

Kanala bağlı atamanın faydalarını görmek için kanalın kanal kazancından yararlanarak optimal veya alt optimal algoritmalar kullanılır. DFBC yönteminde direk bir alt kanal tahsisi kısıtı yokken TT-FBC yönteminde alt kanal tahsisi kısıtları mevcuttur. Kullanılan yöntemin LFBC veya DFBC olmasına göre uyarlanan algoritma farklı olacaktır. Buna yönelik yapılmış çalışmaların çoğunda baz istasyonunun tüm zaman boyunca mükemmel kanal bilgisine sahip olduğu varsayılır.



Şekil 2.3. Veri hızının SNR'a bağlı değişimi

Kısaca atama yöntemi farklı terminallere optimal olarak kanal, hız ve güç kaynaklarını terminal sistem kalitesi taleplerini karşılayarak atama gerektirir. Sinyal kalitesi bit hata oranı veya paket hata oranı olarak tanımlanabilir ve bu değerler iletişim hattının veri hızını etkiler. Şekil 2.3. de sinyal/gürültüye oranına bağlı olarak veri hızının grafiği verilmektedir. Burada BPSK kullanıldığında sembol başına $B = 1$ bit, QPSK kullanıldığında sembol başına $B = 2$ bit, QAM kullanıldığında ise $B = 3, 4, \dots, 8$ bit düşmektedir. Her eğri SNR ile artış gösterip bir en yükseğe ulaşır. Bu değer hatasız iletimi temsil eder. Düşük SGO'da ise veri hızı B ile ters orantılı olarak değişir. Çünkü sembol başı bit sayısı yüksek olan modülasyon tekniklerinin paket hata oranları daha

yüksektir. Sonuç olarak her SGO için daha yüksek veri hızı sağlayan bir tek kipleme tekniği vardır.

2.4.1. TT-FBÇ Performans Ölçümleri

Mobil terminallerde en önemli kaynak güç ve bant genişliğidir. Yukarı gönderim kanallarında atama algoritmalarının kalitesi iletilen bilgi miktarı, harcanan enerji ve kanalın işgal ettiği zaman ve bantla ilişkilendirilebilir. Kanala bağlı atama şemalarında alt kanal ve enerjinin iki türlü kullanımı vardır. Bunlardan biri terminalin verisinin iletimi iken diğeri sesleme (sounding) referans sinyallerinin gönderilmesidir. Kanala bağlı atamada baz istasyonu hangi kullanıcıya hangi alt kanal vereceğini hesaplar. Bu hesaplamayı yapmak içinse her kullanıcı ve alt kanal ikilisi için kanal kazancını bilmelidir. Pratikte böyle bir uygulama bant genişliği ve terminal enerjisi bakımından fazla maaliyet içerir. Bu uygulamanın daha pratik olabilmesi için sistem sesleme sinyallerini ne sıklıkta ve kaç tane alt kanal ayıracağını bilmelidir. LTE sistemleri kanal karakteristiğini öğrenmek için iki farklı referans sinyali kullanır. Demodülasyon ve sesleme referans olarak ayrılan sinyallerden demodülasyon her paylaşılan kanal ve kontrol kanalları için kullanılırken, sesleme referans sinyalleri sadece o iletim için kullanılan bant hakkında bilgi verir. Kanal durum bilgisi sesleme sinyallerinin sıklığına ve bu sesleme işlemi için kullanılan alt kanal sayısına bağlıdır. Daha önceden belirttiğimiz gibi güç ve bant genişliği kullanılan hareketli terminaller için önemli iki kısımdır. Farklı terminaller için veri hızı hesabı yapılırken iki yöntem kullanılır bunlardan bir tanesi Shannon kapasitesi bir diğeri de saniye başı hatasız alınan bitlerin sayısıdır. Shannon kapasitesi bir kanalın saniye başı alabileceği hatasız bitlerin üst sınırıdır.

$$C = W \log_2(1 + SGO) \quad (2.5)$$

Burada W bant genişliği, SGO beyaz gauss kanalının sinyal gürültü oranıdır. C modülasyon ve kodlamadan bağımsızdır. Bu sebepten dolayı kanala bağlı atama yöntemlerinin direkt olarak analizi için kullanılabilir. TT-FBÇ de kanallar sönümleme kanallarıdır ve beyaz gauss gürültüsü için uygulanan Shannon ifadesi direk olarak uygulanamaz. Bu durumda i terminali için kanal kapasitesi C_i hesaplanırken alt kanal başı k 'ye düşen sinyal gürültü oranı $\gamma_{i,k}$ kullanılmalıdır. Bu hesaplanan kullanıcı SGO değeri aşağıdaki (frekans alanı eşitlemesi için) gibidir.

$$\gamma_i = \left(\frac{1}{\frac{1}{M} \sum_{i \in N} \frac{\gamma_{i,k}}{\gamma_{i,k}} + 1} - 1 \right)^{-1} \quad (2.6)$$

Bu durumda i terminalinin kapasitesi şu şekilde dönüşür

$$C_i = (B/N) \log_2(1 + \gamma_i) \quad (2.7)$$

Belirli modülasyon, kodlama ve yeniden iletim gibi konular çerçeve hata oran FER dikkate alındığında devreye girer. Burada veri hızı

$$T_i = R_i \times PSR \times R_i b/s \quad (2.8)$$

Yukarıdaki denklemde R_i bilgi iletim hızı (ham veri, kanal kodlama bitleri ve overhead hariç) ve $PSR = 1 - FER_i$ terminal için paket başarı hızıdır. Bir atama algoritmasının başarısı toplam kapasite veya veri hızının ortalamasıdır. Kapasite veya veri hızının hesaplanmasının bir yolu toplamlarını almaktır. Aynı anda K kullanıcının iletim yaptığı toplam kapasite ve throughput aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$C_{toplamlam} = \sum_{i=1}^K C_i \quad (2.9)$$

ve

$$T_{toplamlam} = \sum_{i=1}^K T_i \quad (2.10)$$

Bu kısıtı esas alarak $C_{toplamlam}$ veya $T_{toplamlam}$ maksimize etmeye çalışan yöntemler bandın yüksek bir bölümünü baz istasyonuna daha yakın olup yüksek sinyal gürültü oranına sahip kanallara daha çok alt kanal atarlar. Eşitlik sağlamak içinse kapasitenin veya throughput'un çarpımının en yüksek değeri elde edilmeye çalışılabilir. Çarpımı en yüksek yapmak logartimaların toplamını kullanmaktır.

$$C_{esit} = \sum_{i=1}^K \log C_i \quad (2.11)$$

veya

$$T_{esit} = \sum_{i=1}^K \log T_i \quad (2.12)$$

Kapasite ve veri hızının başarısını ilişkilendiren bir diğer kavram ise Outage'dir. Outage (kesinti) hesaplarında hedef bir kapasite veya veri hızı kavramı vardır. Outage

tanımında bu hedeften daha düşük veri hızına veya kanal kapasitesine düşülmesidir. Şu ana kadar bahsedilen C_{sum} , C_{fair} ve outage kavramları problem hedefleri olsada hiçbiri güç meselesini hesaba katmamıştır. Bunun için farklı bir konsept olan utility ortaya çıkmıştır. Bu kavram ile belirlenen problem hedeflerinde hem bant hemde güç verimliliği esas alınmıştır. En çok kullanılan utility hesabı kapasitenin güce veya throughputun güce olan oranıdır.

$$U_i = \frac{C_i}{P_i} \quad (2.13)$$

ve

$$U_i = \frac{T_i}{P_i} \quad (2.14)$$

Diğer bir problem hedefi ise belli veri hızı kısıtlarına minimum güçle ulaşmaktır. Genellikle www veya FTP kullanıcıları için amaç toplam veya ortalama veri hızını maksimum yapmaktır. Bu uygulama trafik tiplerine elastik trafik denir, zira bunlara ne kadar kaynak ayrılrsa kullanacak potansiyelleri vardır. Buna karşın ses veya görüntü aktarımı gibi gerçek zamanlı uygulamalar için ise belli minimum kriterleri sağlayabilmek önemlidir, aksi halde bu uygulamalar başarısız olur. İşte bu çalışmamızdas bu iki trafik tipini de talep eden kullanıcıların olduğu bir sistem ele alınacaktır.

BÖLÜM 3

3. Tek Taşıyıcı Dik Frekans Bölmeleli Çoklama Yönteminde Kaynak Tahsisi Yöntemleri

Bölüm 2.2.'de TT-FBÇ yönteminin alt kanal tahsisinde getirdiği kısıtlardan bahsetmiştik. Bu kısıtlamalardan bir tanesi alt kanalların tek tek değil guruplar halinde kullanıcılara veriliyor olmasıydı. Bir diğeri ise alt kanalların seçilen tahsis yöntemine bağlı olarak frekans alanında bitişik (L-FBÇ) veya eşit aralıklarla(D-FBÇ) tahsis edilmesiydi. Bu çalışmada L-FBÇ yöntemleri için kaynak tahsisi üzerinde durulacaktır. Bu sistem için literatürde yapılmış çalışmalar bu bölümün takip eden başlıklarında belirtilecektir. Bu çalışmalarda LFBC yönteminin frekans seçiciliğinden faydalanılmış ve kanala bağlı çizelgeleme kullanılmıştır.

3.1. Yukarı Gönderim TT-FBÇ Sistemlerinde Kanala Bağlı Çizelgeleme [Myung,Goodman [11]]

Bu çalışmada L-FBÇ ve D-FBÇ sistemleri için literatürdeki veri hızı maksimizasyonu çalışmaları anlatılmaktadır. B Hz'lik sistem bant genişliği toplam L alt kanala bölünür, L alt kanal ise kendi arasında N tane alt kanal grubu şeklinde gruplanır.2.4.'de anlatıldığı gibi alt kanalları gruplar halinde tahsis etmek, sisteme kolaylık sağlamaktır. Küme başı düşen alt kanal sayısı $M = L/N$ 'dir. Bu durumda bir kullanıcı kendisine tahsis edilen her alt kanal gurubu başına M veri sembolü gönderebilir.

Baz istasyonu, her kullanıcı-alt kanal gurubu için kanal kazancını bilmelidir. Sistemde en küçük ortalama karekök hata eşitleyicisi kullanılmıştır. Bu durumda, alt kanal kullanıcı SGO'su $\gamma_{i,k}$ olarak tanımlandığında, alt kanal gurubunun SGO'su 2.6'deki gibi hesaplanır. Bu durumda kanal kapasitesinin üst sınırı da 2.7'deki gibi olacaktır.

Kullanıcılara verilen her alt kanalda eşit bit ve güçle iletim yapıldığı varsayılmıştır. Bir kullanıcı, frekans alanında bitişik olması kaydıyla birden fazla alt kanal grubu olabilir. Bu durumda kullanıcıya atanan tüm alt kanal gruplarındaki alt kanalların toplam kümesi $I_{alt,k}$ olarak tanımlanır. k kullanıcısının tüm alt kanallarına tahsis edilen güç $P_k^{alt} = P_k/|I_{alt,k}|$ olacaktır. Burada P_k , k kullanıcısının toplam iletim gücü iken $|I_{alt,k}|$, kullanıcının aldığı alt kanalların toplam sayısıdır. k 'ya tahsis edilen alt kanal kümelerinden bir tanesine $I_{ak,k}$ olursa bu alt kanal grubunun k 'ya atanması sonucu

elde ettiği veri hızı aşağıdaki SGO değerine bağlı olarak hesaplanacaktır.

$$\gamma(P_k, I_{ak,k}) = \left(\frac{1}{\frac{1}{|I_{alt,k}|} \sum_{i \in I_{ak,k}} \frac{\gamma_{i,k}}{\gamma_{i,k}+1}} - 1 \right)^{-1} \quad (3.1)$$

Burada $\gamma_{i,k}$, i alt kanalının k kullanıcılarındaki SGO olarak tanımlanır ve aşağıdaki gibi hesaplanır,

$$\gamma_{i,k} = \frac{P_k^{alt} H_{i,k}}{\sigma_i^2} \quad (3.2)$$

Burada $H_{i,k}$, i alt kanalının k kullanıcılarındaki kanal kazançını, σ_i^2 ise gürültü gücünü belirtmektedir. Bu durumda $I_{ak,k}$ alt kanal grubu atanmış k kullanıcıları için kanal kapasitesi aşağıdaki gibidir.

$$C_k(P_k, I_{ak,k}) = \frac{B|I_{ak,k}|}{N} \cdot \log[1 + \gamma(P_k, I_{ak,k})] \quad (3.3)$$

Bu çalışmada hem L-FBÇ hemde E-FBÇ yöntemleri için kaynak tahsisi yapılmıştır. Biz sadece L-FBÇ yöntemi için yapıları incelemekteyiz. Problem formülasyonu aşağıdaki gibidir. Amaç toplam veri hızını en fazlaştırmaktır.

$$\max \sum_{k=1}^K C_k(P_k, I_{ak,k}) \quad (3.4)$$

Bu problemdeki kısıtlar, daha önceden bahsedildiği gibi bir kullanıcının yalnızca birbirine bitişik alt kanalları alabilmesi ve bir alt kanalın yalnızca bir kullanıcıya verilmesidir. Bir değer kısıt ise güç kısıtıdır ve belirtildiği gibi

$$P_k = P_{max} \rightarrow P_k^{(alt)} = P_k / |I_{alt,k}| \quad (3.5)$$

olacaktır. Bu çalışmada önerilen algoritma daha az karmaşayla en iyilenmiş çözüme yaklaşmayı hedeflemektedir. Bu algoritmada kullanılan önemli kümelerden bir tanesi mevcut alt kanallar kümesi I_{MA} ve mevcut kullanıcılar kümesi I_{MK} 'dir. Bu kümeler düzgün güncelleştirmelerle yeniden tahsis gibi problemleri engellemek için kullanılır.

1. Başlangıç: Tüm kullanıcıları ve alt kanal kümelerini tahsis edilebilir mevcut kullanıcılar ve alt kanallar kümesine dahil et $I_{MK} = \{1, 2, \dots, K\}, I_{MA} =$

$\{1, 2, \dots, N\}$

2. Alt kanal seçimi: Tüm kullanıcılar ve alt kanallar arasından kanal kazancı en yüksek olan alt kanalı bul. Her mevcut alt kanal n ve kullanıcı j için, aşağıdaki ikiliyi bul $[n^*, j^*] = \arg \max_{n \in I_{MK}, j \in I_{MK}} C_j(P_{max}, n)$
3. Açgözlü alt kanal tahsisi: Aşama 2 de seçilen alt kanalın marjinal kapasiteyi en fazla artıran (k^*) kullanıcıyı bul ve aşağıdaki gibi tahsis et: $I_{ak,k} = I_{ak,k} \cup \{n^*\}$ for $\forall k \in I_{MK}$ $k^* = \arg \max_{k \in I_{MK}} [C_k(P_{max}, I_{ak,k}) - C_k(P_{max}, I_{ak,k})]$ $I_{ak,k^*} = I_{ak,k^*} \cup n^*$
4. Mevcut alt kanallar kümesinden tahsis edilen alt kanalı sil ($I_{MA} = I_{MA} - n^*$). Tüm alt kanallar tahsis edilene kadar 2. adımdan itibaren tüm adımları uygula.

3.2. Tek Taşıyıcılı Frekans Bölmeli Çoklama Yöntemlerinde Eniyilenmiş Kaynak Tahsisi Yöntemi [Oteri, Wong [12]]

Bu çalışmada TT-FBC sistemi için ağırlıklı toplam veri hızı en yüksek değerine getirilmesi amaçlanmıştır. M sayıdaki kullanıcı kümesi, $\mathcal{M} = 1, \dots, M$ olarak ifade edilir. B kanalı toplamda K alt kanala bölünerek $\mathcal{K} = 1, \dots, K$ alt kanallar kümesini oluşturur. Bu çalışmada TT-FBC yöntemiyle kaynak tahsisi yapılması amaçlanmıştır, ve dolayısıyla bu yöntemin getireceği kısıtlar vardır. Bu kısıtlar hem alt kanal tahsisi hemde güç tahsisini kapsamaktadır. Alt kanal tahsisinde göz önünde bulundurulmuş kısıtlar (1) *teklik*: bir alt kanal en fazla bir kullanıcıya verilebilir. (2) *bitişiklik*: bir kullanıcı birden fazla alt kanal tahsis edildiğinde bu alt kanallar frekans alanında bitişik olmalıdır. Güç tahsisi kısıtları ise (1) *toplam güç kısıtı*: bir kullanıcının toplam iletebildiği güç P_m değerinden daha küçük olmalıdır. (2) *tepe noktası kısıtı*: kullanıcıların alt kanallarına tahsis ettiği güç bir $P_{m,k}$ değerinden daha küçük olmalıdır. (3) *sabit güç kısıtı*: bir kullanıcıya birden fazla alt kanal tahsis edildiğinde tahsis edilen güç miktarı $\hat{P}_{m,k}$ değerinden daha küçük olmalıdır. Kullanıcı ağırlığı olarak belirlenen kavram ise daha üst haberleşme katmanlarında önem kazanan ve kullanıcının öncelik belirtisini ifade eden kavram olarak tanımlanabilir. m kullanıcısının, k alt kanalındaki kanal kazancı $\gamma_{m,k}$ 'dir ve baz istasyonunda bilindiği varsayılmaktadır.

Kullanıcı m 'ye tahsis edilen tüm alt kanalları bir kümede toplanır ve buna \mathcal{K}_m adı verilir. Bu durumda kaynak tahsisi problemi hedef fonksiyonu ve kısıtlarıyla beraber

şu şekilde tanımlanabilir,

$$\begin{aligned} & \max_{\{\mathcal{K}_1, \dots, \mathcal{K}_M\} \in \mathcal{K}} \sum_{m \in \mathcal{M}} w_m \sum_{k \in \mathcal{K}} R_{m,k} \\ & \mathcal{K}_m \cap \mathcal{K}_{m'} = \emptyset, \forall m \neq m', m, m' \in \mathcal{M} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Burada $R_{m,k}$, m kullanıcıasına k alt kanalının yüklenmesiyle elde edilen veri hızıdır ve şu şekilde ifade edilebilir

$$R_{m,k} = \log_2 \left(1 + \min\left(\frac{P_m}{|\mathcal{K}_m|}, \hat{P}_{m,k}\right) \frac{\gamma_{m,k}}{\sigma^2} \right) \quad (3.7)$$

Bu çalışmada en iyilenmiş sonucu elde etmek için ayrık kümeleme yöntemlerinden biri olan ikili tam sayı programlama kullanılır. Bunun için problem şu şekilde yeniden düzenlenmelidir.

$$\begin{aligned} & \max_x C^T x \\ & A\mathbf{x} = \mathbf{1}_r \\ & X_j \in \{0, 1\} \forall j \end{aligned} \quad (3.8)$$

Burada A , $r > c$ şartıyla $rx c$ 'lik, birlerden ve sıfırlardan oluşan kısıt matrisidir, c ise ödül vektörüdür. $\mathbf{1}_r = [1, \dots, 1]^T$, birlerden oluşan r -boyutlu bir vektördür. Burada r kısıt sayısına aynı zamanda $rx c$ 'lik A kısıt matrisinin satır sayısına eşittir. Son olarak \mathbf{x} 0 veya 1 değerlerini alabilen, optimizasyon değişkenlerinin olduğu c boyutlu bir vektördür (c değerinin hesabı bir örnek ile gösterilecektir).

Karar vektörü x 'teki herhangi bir eleman belirli bir alt kanal örüntüsüne tekabül eder. c vektörü ise \mathbf{x} 'te tanımlanan örüntüye karşılık gelen ağırlıklı toplam kapasitedir. $A\mathbf{x} = \mathbf{1}_r$ işlemiyle, kısıt vektörü A ile \mathbf{x} çarpılır. Bu matris vektör çarpımının sonucu her zaman 1 olmalıdır. Bu hem alt kanal bitişiklik hemde teklik kısıtlarını sağlamış olur. Bu çalışmayı daha iyi anlayabilmek için $m = 2$ ve $k = 4$ olan bir sistem için örneklenmiştir. Aşağıda verilen A_m matrisi her kullanıcı için aynı olan tahsis matrisini

vermektedir.

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \forall m \in \mathcal{M}$$

Burada her kolon bir alt kanal tahsisi örüntüsünü ifade eder. Sıfır ve birlerden oluşan bir kolonda birlere karşılık gelen alt kanallar (ki, bitişiktirler) bir örüntü oluştururlar ve beraber tahsis edilir. Burada A_m 'nin kolon sayısı bitişik altkanallardan oluşturulabilecek örüntü sayısıdır ve $C = \frac{1}{2}K^2 + \frac{1}{2}K + 1$ olarak hesaplanır. Yukarıda tanımlanan, her kullanıcı için hangi örüntünün seçileceğini gösteren karar vektörü $x_{m,j} \in \{0, 1\}$, $j = 1, \dots, C$ olarak tanımlanır. Ödül vektörü olan $c_{m,j}$ ise bu çalışmada ağırlıklı toplam veri hızı esas alınacağı için aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$c_{m,j} = w_m \sum_{k \in \mathcal{K}_{m,j}} \log_2 \left(1 + P_{m,k}^{(j)} \frac{\gamma_{m,k}}{\sigma^2} \right) \quad (3.9)$$

Burada $p_{m,k}^{(j)} = \min\left(\frac{P_m}{|\mathcal{K}_{m,j}|}, P_{m,k}\right)$ güç tahsisini belirken, $\mathcal{K}_{m,j}$, j örüntüsünün seçilmesi durumunda tahsis edilen alt kanal kümesini ifade eder. $c = [c_{1,1}, \dots, c_{M,C}]^T$, x ile aynı boyutta olan ödül vektörüdür. Bu durumda maksimize edilmek istenen hedef fonksiyonu $f = c^T x$ 'dur ve x 'e bağlı kısıtlara göre sınırlanmaktadır.

Kalan son işlem kısıt matrislerini belirlemektir. k alt kanalının sadece bir kullanıcıya verilmesi şartını sağlamak için, $\sum_{M=1}^M \sum_{j \in \mathcal{J}_{m,k}} x_{m,j} = 1, \forall k \in \mathcal{K}$ belirlenir. Burada $\mathcal{J}_{m,k}$ değeri k alt kanalının 1 olduğu örüntülerin kolon yeri değerinin kümesidir. Bu K değerleri aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$[A_1, \dots, A_M]x = 1_K \quad (3.10)$$

Bu denklem sağlandığında her altkanal sadece bir kullanıcıya tahsis edilmiş olur.

Bu K ayrık tahsis kısıtını destekledikten sonra A_m 'de sadece bir örüntünün seçilebilmesinin de sağlanması gereklidir $\sum_{j=1}^C x_{m,j} = 1, \forall m \in \mathcal{M}$. Eğer bu kısıtları

bir matris haline getirirsek aşağıdaki ifadeyi elde edilir,

$$\begin{bmatrix} 1_C^T & 0_C^T & \dots & 1_C^T \\ 0_C^T & 1_C^T & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0_C^T \\ 0_C^T & \dots & 0_C^T & 1_C^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_M \end{bmatrix} = \mathbf{1}_M \quad (3.11)$$

3.10 ve 3.11 birleştirildiğinde problemdeki kısıt matrisi şu hali alır

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \dots & \mathbf{A}_M \\ \mathbf{1}_C^T & \dots & \mathbf{0}_C^T \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_C^T & \dots & \mathbf{1}_C^T \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Bu matrisin $K + M$ sıra, $M \times C$ kolon sayısı vardır. Bu matrisin tanımlanmasıyla problem ayrık kümeleme problemi olarak tanımlanmış olur. Bunun çözümü için MATLAB'ın `bintprog` fonksiyonu kullanılmıştır. Eniylenmiş çözümün karmaşasından dolayı çalışmada daha basit bir algorithmada tanımlanmıştır.

Tanımlanan daha basit algorithmaya geçmeden önce bazı kavramları belirtmek gereklidir. Bunlardan \mathcal{K} tahsis edilebilir durumdaki alt kanalları ifade eder. \mathcal{K}_m , m kullanıcıya atanmış alt kanalların kümesidir. \mathcal{K}_m^f ise m kullanıcıya tahsis edilebilen alt kanalları belirtir (kısıtlardan dolayı her alt kanalı alamaz). Bu ifadeleri tanımladıktan sonra Algoritmayı aşağıda basamaklarla tanımlayabiliriz.

1. Tüm m kullanıcıları için $\mathcal{K} = \{1, \dots, K\}$, $\mathcal{K}_m = \emptyset$ ve $\mathcal{M}_m^f = \mathcal{K}$ olacak şekilde ayarla.
2. Tüm m kullanıcıları ve $k \in \mathcal{K} \cap \mathcal{K}_m^f$ şartını sağlayan k alt kanalı için, m 'nin şu anki veri hızıyla, k 'nin \mathcal{K}_m 'ye eklenmesiyle oluşan veri hızı farkını ifade eden $\Delta_{C_{m,k}}$ değerini hesapla.
3. $\Delta_{C_{m,k}}$ 'lar arasında en büyük değere sahip (m^*, k^*) kullanıcı-alt kanal ikilisini bul
4. k^* 'ı, m^* 'ın alt kanal kümesine ekle. $\mathcal{K}_{m^*}^f = \{\min(\mathcal{K}_{m^*}) - 1, \max(\mathcal{K}_{m^*}) + 1\} \cup \mathcal{K}$
5. k^* 'ı tahsis edilebilir alt kanallar kümesinden çıkar. Tüm alt kanallar tahsis edildiğinde algoritmayı sonlandır.

Bu tez çalışmamızda bu algoritmadan daha iyi sonuç veren bir algoritma öneriyoruz.

3.3. SC-FDMA Sistemleri için Döngüsel En fazla Yayılım Algoritmaları[Ruiz [17]]

Bu çalışmada k kullanıcı n alt kanal vardır. Her kullanıcı ve alt kanal arasında bir fayda faktörü vardır ve Şekil 3.1.'daki gibi gösterilir. Bu tabloda $M_{n,k}$ değerleri fayda faktörünü ifade etmektedir. Amaç uygun alt kanal kaynak tahsini yaparak aşağıdaki fonksiyonun en büyük değerini elde etmektir.

$$M_{toplam} = \sum_n \sum_k w_{n,k} M_{n,k} \quad (3.13)$$

Burada $w_{n,k}$ alt kanal tahsisi durumunda 1 değerini alır. Bu değeri sağlayan uygun tahsisi yapmak için aşağıdaki algoritma tanımlanmıştır. Bu algoritmanın adı en fazla yayılım algoritmasıdır (RME).

	k1	k2	kN
n1	$M_{1,1}$	$M_{1,2}$	$M_{1,N}$
n2	$M_{2,1}$	$M_{2,2}$		$M_{2,N}$
⋮	⋮			⋮
nN	$M_{N,1}$	$M_{N,2}$	$M_{N,N}$

Şekil 3.1. Kullanıcı-alt kanal fayda matrisi [17]

1. M değerinin en yükseğine sahip kullanıcı alt kanal ikilisini bul n,k .
2. Bu n kaynağını, k kullanıcıasına ata.
3. Tahsis edilen n kaynağının sağında ve solunda yer kaynakları daha iyi M değerine sahip kullanıcı çıkana kadar ata.
4. Tekrardan tahsisi önlemek için k kullanıcıasının ve n alt kanalının bulunduğu satır ve sütunları sil.
5. 1. basamağı kalan tüm elemanlar için tekrar et.

6. Eğer tüm elemanlar tahsis edilmiş fakat alt kanallardan hala tahsis edilmemiş olanlar varsa en yüksek M değerini sağlayan kullanıcıya bitişiklik kısıtını ihlal etmeyecek şekilde ata.
7. 6. basamağı tüm alt kanallar tahsis edilinceye kadar devam ettir.

Bu algoritma Round Robin gibi statik algoritmalara karşı daha başarılı olsada genel olarak en iyi sonuca ulaşamamaktadır. Bu en iyi şekil Şekil 3.2.'deki bir örnek fayda fonksiyon tablosuyla açıklanabilir. Bu fayda fonksiyonu tablosna RME algoritması uygulandığında $(n3-k1,k2),(n2-k5,k6),(n1-k3,k4)$ kullanıcı alt kanal tahsisi elde edilmiştir. Bu tahsis sonucu elde edilen toplam fayda değeri 127 dir. Oysa $(n3-k1,k2), (n2,k3-k4-k5-k6)$ gibi bir tahsis yapılmış olsaydı toplam fayda değeri 128 olacaktı. Bu soruna iyileştirme 3.4.'de yapılmıştır.

	k1	k2	k3	k4	k5	k6
n1	10	20	30	40	35	45
n2	20	10	33	38	42	50
n3	30	35	15	10	20	25

Şekil 3.2. RME örnek alt kanal tahsisi [17]

3.4. SC-FDMA Sistemleri için Geliştirilmiş Döngüsel En fazla Yayılım Algoritmaları,[Liu, Otsuka [16]]

Bu çalışmada 3.3.'te tanımlanan RME algoritmasının geliştirmesi üzerinde çalışmaktadır. Burada komşular üzerinde genişleme yapılırken en iyi başka bir kullanıcıda durmak yerinde, belirlenen T_r eşik değerine göre sonlandırılır. Bunun anlamı eğer kullanıcı atanan alt kanalın komşuları üzerindeki en iyi kullanıcı sıralamasında T_r 'inci sıradan daha önde ise algoritma devam eder. Bu algoritmanın işleyişi aşağıdaki gibidir.

1. M değerinin en yükseğine sahip kullanıcı alt kanal ikilisini bul n,k .
2. Bu n kaynağını, k kullanıcıasına ata.

BÖLÜM 4

4. Yukarı Gönderim Tek Taşıyıcılı Frekans Bölmeli Çoklama Sistemlerinde Kaynak Tahsisi

4.1. TT-FBÇE Yönteminde Kaynak Tahsisi Problemi

Bu çalışmamızda tek taşıyıcılı frekans bölmeli çoklama ile yukarı gönderimde kaynak tahsisi problemlerini inceleyeceğiz. Daha önceden belirttiğimiz gibi tek taşıyıcılı frekans bölmeli çoklama sistemlerinde kaynak tahsisi yaparken bazı kısıtlara rastlıyorduk. Bunlardan birtanesi alt kanal tahsisinde olan bitişiklik kısıtıdır. Diğer kısıtlar ise güç kısıtlarıydı. Bu kısıtlara göre bir kullanıcının harcadığı toplam güç P_u değerinden, bir alt kanal iletiminde harcadığı güç ise P_s değerinden daha küçük olmalıdır. [12]'de bahsedilen çalışmada, bu üç kısıtı dikkate alarak ağırlıklı toplam-veri hızı maksimizasyonu problemi çözülmüştü. Eniyelenmiş çözümü elde etmek için ikili tamsayı programlama yöntemi kullanılmış daha az karmaşıklığa sahip algoritmalar da tanımlanmıştı. Bu çalışmada ise [12]'deki ağırlıklı toplam-veri hızı maksimizasyonu için tanımlanan kaynak tahsisi algoritmasını geliştirmekteyiz. Bunun yanında kendi tanımladığımız veri hızı kısıtıyla toplam güç minimizasyonu ve en az sayıda alt kanal ile gönderim problemlerinin çözümünü amaçlamaktayız.

Tek hücreli bir ağda, baz istasyonunun kaynak tahsisi kararını yaptığı varsayılır. Birden fazla kullanıcı olduğu varsayılır, sistem parametreleri ise Çizelge 4.1. çizelgesinde yer almaktadır. Kullanıcı m altkanal k için kanal kazancı $h_{m,k}$ olarak tanımlanır. Alt kanal gürültüsü N_0W_s olarak tanımlanır. K_m , m kullanıcıya verilen alt kanalların kümesidir. Bu alt kanallar frekans alanında bitişik olmalıdır. p_m ise m kullanıcıya tahsis edilen güçtür, ve K_m 'deki her alt kanala eşit olarak dağıtılır. Veri hızı ile sinyal gürültü oranı arasındaki bağlantı Shannon kapasitesi ile belirlenmiştir.

4.1.1. Ağırlıklı Toplam Veri Hızı Maksimizasyonu

Bu çalışmadaki problem [12]'de tanımlanan ile aynıdır, amaç SC-FDMA kısıtlarını göz önünde tutarak ağırlıklı toplam veri hızını en fazlaya çıkarmaktır. Kullanıcı ağırlıkları w_m ile gösterilir ve kullanıcılar arasında önceliği belirtir. Burada alt kanal gücü P^s ve kullanıcı güç kısıtı P_u veri hızını en fazla artıracak şekilde

değerlendirilmelidir. Burada problem formülasyonları [12]'de tanımlandığı gibidir

$$\max_{\mathcal{K}_1, \dots, \mathcal{K}_M \in \mathbf{k}} \sum_{m \in \mathcal{M}} w_m \sum_{k \in \mathcal{K}_m} R_{m,k, \mathcal{K}_m}$$

oyleki $K_m \cap K_{m'} = \emptyset, \forall m \neq m', M \in \mathcal{M}$ (4.1)

[12]'de tanımlandığı gibi örüntü matrisi A_m ve ve ikili tamsayı çözümü için x kaynak tahsisi vektörü, r ödül vektörü ve A kısıt matrisi tanımlanır. Bu eniylenmiş çözümü elde etmek için MATLAB'ın bitnprog fonksiyonu kullanılmaktadır. [12]'de tanımlanan bu eniylenmiş çözüm bölüm 3.2.'de ayrıntılı şekilde anlatılmıştır.

[12]'de de belirtildiği gibi eniylenmiş çözüme ulaşmak için hesaplama karmaşası oldukça yüksektir bu yüzden yazarlar daha basit algoritmalar tanımlamaktadırlar. Çalışmamızın bu bölümünde [12]'de ağırlıklı veri hızı maksimizasyonu için sunulan aç gözlü algoritma üzerinde ufak bir değişiklik yaparak yüzde 7 – 8 civarında performans artışı sağlanmıştır. Algoritma aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

1. Her kullanıcıya tahsis edilebilir alt kanallar kümesi \mathcal{K}_m^f 'yi alt kanallar kümesi \mathcal{K} 'ye, kullanıcılara tahsis edilmiş alt kanallar kümesi \mathcal{K}_m 'yi ise boş küme olarak ayarla. Kullanıcıların veri hızlarını sıfıra eşitle $r_m = 0$.
2. Tüm alt kanal- kullanıcı ikilileri için $\Delta r_{m,k}$ olarak tanımlanan m kullanıcıya k nin tahsisi durumundaki veri hızı artışı değerleri hesaplanır. Bu değer bulunurken aynı zamanda komşuları da hesaba katılacaktır. Çünkü bir alt kanal bir kullanıcıya tahsis edildiğinde komşuları ile sınırlandırılmaktadır. $\Delta r_{m,k} = \frac{1}{3}(r_{m, \mathcal{K}_m \cup \{k-1\}} + r_{m, \mathcal{K}_m \cup \{k\}} + r_{m, \mathcal{K}_m \cup \{k+1\}}) - r_m, \forall m \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{K}$
3. $\Delta r_{m,k}$ 'lar hesaplandıktan sonra bunların en fazla değere sahip olan m^* kullanıcısı ve k^* alt kanalı belirlenir. Eğer bu değer sıfırdan büyükse alt kanal kullanıcıya tahsis edilir, alt kanallar kümesinden çıkartılır. Eğer değilse algoritma tahsisi sonlandırır. $\mathcal{K}_{m^*} = \mathcal{K}_{m^*} \cup k^*, \mathcal{K} = \mathcal{K} \setminus k^*$
4. Yenilenen \mathcal{K}_{m^*} kümesine göre r_{m^*} değeri ve $\mathcal{K}_{m^*}^f$ yeniden hesaplanır. $r_{m^*} = r_{m^*, \mathcal{K}_{m^*}}, \mathcal{K}_{m^*}^f = \{\min(\mathcal{K}_{m^*}) - 1, \max(\mathcal{K}_{m^*}) + 1\} \cap \mathcal{K}$
5. $\Delta r_{m,k^*} = 0$ yapılır ve $\Delta r_{m^*,k} = r_{m^*, \mathcal{K}_m \cup \{k\}} - r_{m^*}, k \in \mathcal{K}_{m^*}^f$
6. Alt kanallar kümesi \mathcal{K} 'nin boş olup olmadığına bakılır, eğer boş değilse algoritma 3. basamaktan itibaren devam eder.

Toplam 6 basamaktan oluşan MUI, MUI-2 algoritması kendini tekrar eden bir algoritmadır. Her döngüde tahsis kaynak tahsisi gerçekleştirir ve önemli bir takım kısıtların takibini sağlaması gereklidir. Bunun için \mathcal{K}_m , \mathcal{K}_m^f gibi tahsis matrisleri belirlenmelidir. \mathcal{K}_m matrisi kullanıcılara tahsis edilmiş alt kanalları tutmak açısından gereklidir. Kullanıcıların veri hızı bu matrisin içerdiği alt kanallara göre hesap edilir. \mathcal{K}_m^f matrisi ise kullanıcıların bitişiklik kısıtını sağlamak için gerekli olan matristir. Başlangıçta hiçbir alt kanal hiçbir kullanıcıya verilmediği için tüm kullanıcılar için \mathcal{K}_m^f matrisi tüm alt kanalları kapsar. Herhangi bir kullanıcıya herhangi bir alt kanal tahsis edildiğinde \mathcal{K}_m^f matrisi o kullanıcı için yalnızca tahsis edildiği alt kanalların komşusu olan alt kanalları içerebilir (tabi o alt kanallar başka kullanıcılara verilmediyse). Tahsis edilen alt kanal ise diğer kullanıcıların \mathcal{K}_m^f matrisinden çıkarılmalıdır. Çünkü zaten tahsis edilen bir alt kanal o zaman dilimi içinde ikinci bir kullanıcıya tahsis edilemez. Bu önemli iki tahsis matrisini belirledikten sonra algoritma basamak basamak anlatılabilir.

Satır 1’de başlangıç durumu ön atamaları gerçekleştirilir. Burada kullanıcı veri hızları r_m sıfıra eşitlenir, \mathcal{K}_m boş küme ve \mathcal{K}_m^f tüm alt kanalları içeren \mathcal{K} kümesine eşitlenir. Satır 2’de $\delta r_{m,k}$ ’lar hesaplanır. Bu değerler MUI-1 için m kullanıcısının o anki veri hızının k alt kanalı eklendiği durumdaki veri hızına olan farkıdır. MUI-2 içinse k ve komşularının sağladığı veri hızının ortalamasının r_m ’ye olan farkıdır. Tüm kullanıcılar ve alt kanallar için hesaplama yapıldıktan sonra Satır 2’den itibaren algoritma döngüsel davranış gösterir. Satır 3’te hesaplanan $\delta r_{m,k}$ ’lar arasından en yüksek değeri sağlayan m^* kullanıcısı ve k^* alt kanalı bulunur. $\delta r_{m^*,k^*}$ değerine bakılır eğer bu değer sıfırdan büyükse yani alt kanal eklendiğinde veri hızı o anki veri hızından daha büyükse bu alt kanal Satır 4’te belirtildiği gibi m^* kullanıcısının \mathcal{K}_{m^*} kümesine eklenir ve alt kanal kümesi \mathcal{K} ’dan çıkartılır (yeniden tahsis edilmesini önlemek için). $\delta r_{m^*,k^*}$ sıfırdan büyük değilse algoritma sonlandırılır. Satır 5’ten itibaren alt kanal tahsisi durumunun getirdiği kısıtlamalarla ilgili güncellemeler uygulanır. Satır 5’te r_{m^*} yeniden hesaplanır. Satır 6’da m^* kullanıcısının $\mathcal{K}_{m^*}^f$ kümesi, tahsis edildiği alt kanalın komşularına göre güncellenir (\mathcal{K} kümesinde bulunmaları şartıyla). $\delta r_{m^*,k^*}$, k^* alt kanalı tahsis edilmiş olduğu için diğer tüm kullanıcılar için sıfırlanır. $\delta r_{m^*,k}$ değerleri ise m^* kullanıcısına $\mathcal{K}_{m^*}^f$ kümesindeki alt kanallardan başka tahsis yapılamayacağı için bu küme dışındaki alt kanallar için sıfırlanır. $\delta r_{m^*,k}$ ise yeni güncellenen $\mathcal{K}_{m^*}^f$ ve \mathcal{K}_{m^*} kümelerine göre yeniden güncellenir. Tüm alt kanalların tahsisi durumunda algoritma sonlanır.

MUI-2 olarak adlandırılan bu algoritmamız, [12]’dakinden farklı olarak aşama2 de

farklılık gösterir. [12]'daki çalışmada alt kanal eklediğinde oluşan farka bakılır, komşuları hesaba katılmaz.

4.1.2. En Az Sayıda Alt Kanal ile Kaynak Tahsisi

Bu bölümde kullanıcı başına R_m^0 veri hızı eşik değerini sağlamak şartıyla en az sayıda alt kanal kaynak tahsisi üzerinde durulmuştur. Problem formülasyonu 4.2, 4.3 ve 4.4 denklemlerinde belirlenmiştir. Bu problemin önemli bir katkısı olabilir. Bu da veri hızı kısıtı olan gerçek zamanlı ses, video uygulamaları kullanıcılarına en az sayıda alt kanal ile iletimlerini sağlayarak daha esnek trafik talebi olan kullanıcılara daha fazla alt kanal bırakmayı sağlamaktır.

$$\min_{\mathcal{K}_1, \dots, \mathcal{K}_M \in \mathbf{K}} \sum_{n \in \mathcal{M}} |\mathcal{K}_m| \quad (4.2)$$

öyle ki,

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} \log_2 \left(1 + \min\left(\frac{P^u}{|\mathcal{K}_m|}, P^s\right) \frac{h_{n,k}}{N_0 W_s} \right) > R_m^0, \forall m \in \mathcal{M} \quad (4.3)$$

$$K_m \cap K_{m'} = \emptyset, \forall m \neq m' \in \mathcal{M} \quad (4.4)$$

Hedefimiz toplam alt kanal sayısını en az değeriyle atama iken(4.2), kısıtlarımız alt kanal bitişiklik kısıtı (4.4) ve kullanıcıların veri hızlarıdır(4.3). Bu problemi ikili tamsayı programaya özgü şekilde formülize edilerek eniylenmiş çözümü sağlanır. Bunun için $M \times C$ 'lik bir fiyat matrisi belirlenmelidir. Fiyat matrisi belirlerken bölüm 3.2.'de gösterilen A_m matrisi oluşturmak gerekir. Bölüm 3.2.'de A_m matrisi 4 alt kanal olması durumundaki olası kaynak tahsisi için oluşan örüntüleri bir örnekle gösterilmiştir. Aynı örnek matris hatırlatma amacıyla tekrar gösterilmiştir. Bu matrisin kolonları kaynak tahsisi örüntülerini göstermektedir.

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}, \forall m \in \mathcal{M}$$

Bu matrisin kolon sayısı C ile ifade edilir, ve 4.5'de gösterilen fiyat değerlerini hesaplarken j olarak ifade edilen A_m matrisinin kolonuna tekabül etmektedir.

$$s_{m,j} = \begin{cases} |\mathcal{K}_{m,j}| \sum_{k \in \mathcal{K}_{m,j}} W_s \log_2(1 + \frac{p_{m,k}^j}{N_0 W_s}) > R_m^0 \\ \infty \text{diger} \end{cases} \quad (4.5)$$

Burada $s_{m,j}$ daha önceden bahsedildiği gibi m kullanıcısının j örüntüsü için verdiği fiyattır. Eğer bu örüntü kullanıcı veri hızını sağlamıyorsa değeri sonsuza eşitlenir. Veri hızını sağlıyorsa değeri örüntüdeki alt kanalların sayısının toplamı olarak ifade edilir. Bu matrise fiyat matrisi denilmesinin sebebi değeri ne kadar büyük olursa o kadar istenmeyen bir durumu ifade etmesidir (fiyat yüksek), çünkü hedef en az sayıda alt kanal tahsis etmektir. $s_{m,j}$ 'lerden $s_1 = [s_{1,1}, \dots, s_{1,C}]^T$, bu değerlerden ise $s = [s_1, \dots, s_M]^T$ vektörleri elde edilir. Bu durumda problem şu şekilde formülize edilir,

$$\min_x \{s^T x\} \quad (4.6)$$

öyle ki,

$$[A_1, \dots, A_M]x \leq 1_K \quad (4.7)$$

$$(4.8)$$

daki kısıt eşitsizliği sebebi illa bir alt kanal tahsis edilmek zorundadır, fakat tüm kullanıcılar için bir örüntü seçilmelidir. Bu eniyelenmiş çözüm yine Bintprog fonksiyonu ile elde edilebilir. Alternatif olarak daha az karmaşaya algoritma tanımlanmıştır. Bu algoritma kendi içinde ufak bir değişiklikten dolayı iki guruba ayrılmaktadır.

1. 4.5'a göre tüm m kullanıcıları için $s_{m,j}$ fiyat değerlerini hesapla.
2. \mathcal{K}_m kümesini boş küme olarak ayarla, I_m kümesini tüm kullanıcılar için sıfırla.
3. fiyat matrisleri en büyükten en küçüğe doğru sırala, sıralanmış fiyatları s' matrisine ata
4. $I_m = 0$ şartını sağlayan m kullanıcıları için $[s^*, m^*] = \max\{s'(m, 2) - s'(m, 1)\}$ (BMNS1), $[s^*, m^*] = \max\{s'(m, 1)\}$ (BMNS2) değerlerini sağlayan s^* ve m^* değerlerini bul.

5. Eğer $s(m^*, 1)$ değeri sonsuzdan küçük değilse algoritmayı sonlandır. Değilse Satır 6.'dan itibaren devam et.
6. $j^* = \min_{j \in C}(s_{m^*,j})$ eşitliğini sağlayan j^* örüntüsünü bul.
7. $\forall k \in \mathcal{K}_{m^*,j^*}$ için $\mathcal{K}_{m^*} = \mathcal{K}_{m^*} \cup k$ uygula.
8. $I_{m^*} = 1$ olarak ayarla.
9. $\mathcal{K}_{m,j^*} \cap \mathcal{K}_{m,j} \neq \emptyset$ şartını sağlayan tüm j değerleri için $s_{m,j} = \infty$ eşitle.
10. Tüm kullanıcılar veya tüm alt kanallar tahsis edilmişse algoritmayı durdur. Edilmemişse satır 3'ten kalan alt kanal ve kullanıcılar için devam et.
11. Eğer $\sum_{k \in \mathcal{K}_m} W_s \log_2(1 + \frac{p h_{m,k}}{|\mathcal{K}_m| N_0 W_s}) > R_M^0$ ise başarımların toplamı R_M^0 'e eşittir, değilse başarımların toplamını 0 'a eşitle.

Satır 1 v2 Satır 2 başlangıç ön değer atamaları için gerekli işlemlerin yapıldığı v, basamaklardır. Satır 1'de her kullanıcı için j örüntüsünün fiyatı hesaplanır. Satır 2'de başlangıçta hiçbir tahsis yapılmamış olduğu için her kullanıcının alt kanal tahsis kümesi \mathcal{K} boş küme olarak ayarlanır, I_m değerleri sıfırlanır. Bu I_m değeri her m kullanıcısı için bir belirteç fonksiyonudur. Değeri 1 olduğunda kullanıcının yeniden tahsisini engeller. Tüm bu başlangıç değerlerinin ayarlanmasından sonra algoritma dögüsel davranış gösterir. Satır 3'te fiyat değerlerini en küçükten en büyüğe sıralar ve bu sıralanmış fiyat değerleri bir s' matrisinde tutar. Satır 4'te algoritmanın iki farklı yaklaşımı söz konusudur. Bunlardan BMNS-1 en küçük ve en küçüğün bir büyüğü olan fiyat değerleri arasındaki farkı en çoklayan s^* fiyatıyla m^* kullanıcısını bulur. Burada amaç kaçırılmış olan bir tahsisin ne kadar etkili olabileceğini ölçmektir. BMNS-2'de ise fiyatlardan en küçükleri arasında en yüksek değere sahip kullanıcıyı bulur. Buradaki amaç ise en ihtiyacı fazla olan kullanıcıyı belirlemektir. Tahsis edilecek kullanıcı ve örüntü belirlendikten sonra fiyata bakılır eğer sonsuzsa algoritma dögüden çıkar. Değilse bu örüntü o kullanıcıya tahsis edilir. Örüntüdeki tüm alt kanallar kullanıcı alt kanal kümesine dahil edilir. Kullanıcının yeniden tahsis edilmesini önlemek amacıyla I_{m^*} değeri 1 yapılır. Son olarak örüntüdeki alt kanalları içeren diğer tüm örüntüler için fiyat değerleri sonsuza eşitlenir böylece bu alt kanalların yeniden tahsisi engelenmiş olur. Tüm bu aşamalar altkanalların tümü veya kullanıcıların tümü tahsis edilene kadar dögüsel olarak devam eder. Algoritma dögüden çıktığında tahsisler tamamlanmış demektir. Geriye yapılması gereken ise tahsislerin başarımlarını kontrol etmektir. Kullanıcı m 'nin aldığı her alt kanal için kanal kapasitesi hesaplanır ve R_m^0

değerinden büyük olup olmadığı kontrol edilir. Büyük olması durumunda başarımların değeri 1 dir, değilse 0 dır.

4.1.3. Toplam Güç En Azaltımı

Bu çalışmadaki amaç veri hızı kısıtlarına bağlı olarak toplam gücü azaltmaktır. Bu problemin motivasyonu mobil araçların enerji harcamasını en aza indirmektir. Problem formülizasyonu şu şekilde yapılır

$$\min_{\mathcal{K}_1, \dots, \mathcal{K}_M \in \mathbf{K}} \sum_{m \in \mathcal{M}} p_{m, \|\cdot\|_m} \quad (4.9)$$

öyle ki,

$$(4.10)$$

$$K_m \cup K_{m'} = \emptyset, \forall m \neq m' \in \mathcal{M} \quad (4.11)$$

p_{m, \mathcal{K}_m} değeri m kullanıcılarına \mathcal{K}_m kümesi verildiğinden elde edilen güç tahsisidir. Bu değer tüm alt kanallar arasında eşit dağılıp R_m^0 değerini sağladığı varsayılmıştır.

$$p_{m, \mathcal{K}_m} = \min_p \text{ oyleki } \sum_{k \in \mathcal{K}_m} W_s \log_2 \left(1 + \frac{p h_{m,k}}{|\mathcal{K}_m| N_0 W_s} \right) < R_m^0 \quad (4.12)$$

Bu problemin eniylenmiş çözümünü elde etmek için 4.1.1. ve 4.1.2. de kullanılan ikili tam sayı programlama yöntemi uygulanır. A_m 4 alt kanal için olası örüntüleri veren bir matristir. Aynı matrisin çalışma prensibini burada da kullanacağız. Bunu m kullanıcısının olası bir alt kanal örüntüsü tahsis edildiğinde harcadığı enerjiyi $e_{m,j}$ fiyat değeri olarak hesaplayacağız. Bu değer şu şekilde tanımlanır.

$$e_{m,j} = \begin{cases} P_{m, \mathcal{K}_{m,j}} P_{m, \mathcal{K}_{m,j}} < P^u \vee e^{\frac{P_{m, \mathcal{K}_{m,j}}}{|\mathcal{K}_{m,j}|}} < P^s \\ \infty \text{diger} \end{cases} \quad (4.13)$$

4.13'de LfBÇ yöntemlerinde daha önceden bahsettiğimiz kullanıcı güç kısıtı P^u ve alt kanal güç kısıtı P^s hesaba katılmaktadır. Her örüntü için, o örüntü değeri tahsis edildiğinde en az R_m^0 veri hızı elde etmek için harcanan güç miktarı belirlenen güç kısıtlarından daha büyük olması durumunda fiyatı sonsuz olarak eşitlenir.

Hesaplanan $e_{m,j}$ değerleri daha sonra e vektöründe toplanır ve problem hedefi $\min\{e^T x\}$ olacaktır. Bu problemin kısıtları 4.1.2.'dekilerle aynı olacak şekilde 4.7 ve 4.8 olacaktır. Böylelikle en az güç ile iletim problemi ikili tam sayı programlama problemi için uygun formülize edilmiştir.

Diğer iki problemde olduğu gibi ikili tam sayı programlamanın yanında karmaşası daha az algoritmalar geliştirilmelidir. Bu amaçla iki aç gözlü algoritma tanımlanmıştır. Bunlardan ilki en az güç azaltımı algoritmasıdır (MPD) ve yapı itibariyle 4.1.1.'de tanımlanan MUI algoritmasına benzemektedir.

1. Tüm m 'ler için $p_m = \infty$, $\mathcal{K}_m = \emptyset$ ve $\mathcal{K}_m^f = \mathcal{K}$ olarak ayarla.
2. Tüm k ve m için $\Delta P_{m,k} = p_m - p_{m,\mathcal{K}_m \cup \{k\}}$ hesapla.
3. Tüm m kullanıcıları ve \mathcal{K}_m^f kümesinde yer alan k alt kanalları için $[m^*, k^*] = \max \Delta P_{m,k}$ değerine sağşayan m^* ve k^* 'yı bul.
4. $\delta p_{m^*,k^*}$ değeri sıfırdan büyük değilse algoritmayı sonlandır. Değilse 5. satırdan devam et.
5. k^* 'ı m^* 'nin alt kanallar kümesine $\mathcal{K}_{m^*}^f$ ekle. Tüm alt kanallar kümesinden çıkar $\mathcal{K} = \mathcal{K} \setminus k^*$.
6. $\mathcal{K}_{m^*}^f = \{\min(\mathcal{K}_{m^*}) - 1, \max(\mathcal{K}_{m^*}) + 1\} \cap \mathcal{K}$ olarak ayarla.
7. Tüm m 'ler için $\delta p_{m,k^*} = 0$ ve tüm k 'lar için $\delta p_{m^*,k} = 0$ yap.
8. $\Delta p_{m^*,k} = p_{m^*,k} - p_{m^*,\mathcal{K}_{m^*} \cup \{k\}} \in \mathcal{K}_{m^*}^f$ değerlerini yeniden hesapla.
9. Tüm alt kanallar tahsis edilmişse algoritmayı sonlandır. Edilmemişse satır 3'ten diğer kalan alt kanallar ve kullanıcılar için algoritmayı uygula.
10. Algoritma döngüden çıkmışsa şartlarını kontrol et sağlıyorsa başarıma 1, sağlamıyorsa başarıma 0 ata.

Daha önceden bahsedildiği gibi bu algoritma işleyişi açıksından 4.1.1.'de bahsedilen MUI-2 algoritmasına benzemektedir. Satır 1'de kullanıcı güç değerleri yüksek bir sayıya eşitlenir. Kullanıcı için tahsis edilebilir alt kanallar kümesi \mathcal{K}_m^f , başlangıçta tüm alt kanallar tahsis edilebileceği için her kullanıcı için \mathcal{K} olarak tanımlanır. Henüz bir tahsis gerçekleşmediği için kullanıcı alt kanal kümesi \mathcal{K}_m tüm kullanıcılar için boş kümedir. Satır 2'de tüm alt kanal k kullanıcı m ikilileri için, k 'nın m 'ye tahsisi

durumunda güçte ne kadar fark yaratacağını belirten $\Delta p_{m,k}$ değerleri hesaplanır. Satır 4'te \mathcal{K}_m^f kümesinde olması şartıyla bu $\Delta p_{m,k}$ değeri en büyük olan m^* kullanıcısı ve k^* alt kanalı seçilir. Burada en yüksek değer seçilmesinin anlamı eklenen alt kanalın farkı en fazla yapan yani en düşük güç gerektiren tahsis olmasından kaynaklanır. Eğer bu seçilen alt kanal kullanıcı $\Delta p_{m^*,k^*}$ değeri sıfırdan büyük değilse uygun olmayan bir durum söz konusudur ve algoritma döngüden çıkar. Değilse m^* kullanıcısına k^* alt kanalını tahsis eder (satır 5), p_{m^*} yeniden hesaplanır (satır 6) ve döngüye devam edilir. Bu tahsis sonucu bazı güncellemeler yapılmalıdır. Öncelikle yeniden tahsis edilemesini önlemek amacıyla k^* alt kanalı alt kanallar kümesi \mathcal{K} 'dan çıkartılır. Satır 7'de m^* 'nin tahsis edilebilir alt kanallarını gösteren $\mathcal{K}_{m^*}^f$, tahsis edilmiş alt kanalların sadece komşularını kapsayacak şekilde yeniden düzenlenir (tabi komşu alt kanallar tahsis edilmişse). Satır 8 'de satır 3'te $\Delta p_{m,k}$ değerinin en yüksekini bulurken tahsis edilmiş k^* alt kanalının seçme durumunu önlemek amacıyla tüm kullanıcılar için $\delta p_{m,k^*}$ değeri sıfırlanır. $\delta p_{m^*,k}$ değerleri ise sadece $\mathcal{K}_{m^*}^f$ 'deki alt kanallar için bir değere sahiptir, onun dışındaki alt kanallar için sıfır olarak tanımlanır. Çünkü bu kullanıcı için gelecekteki olası bir tahsis $\mathcal{K}_{m^*}^f$ matrisinde yer alan alt kanallar için geçerli olacaktır. Bu durumda m^* kullanıcısı için $\Delta p_{m^*,k}$ değeri satır 8'de tüm alt kanallar için sıfırlanıp satır 9'da $\mathcal{K}_{m^*}^f$ 'ye göre yeniden hesaplanır. Eğer tüm alt kanallar tahsis edilmişse tahsis işlemi tamamlanmıştır ve algoritma döngüden çıkıp kısıt sağlama kontrolü yapar. Satır 10'da kısıtların sağlanması durumunda başarı 1'e, değilse 0'a eşitlenir. Alt kanalların tümü tahsis edilmemişse algoritma döngüden çıkmaz ve satır 3'ten itibaren kalan alt kanal ve kullanıcılar için kaynak tahsisi işlemine devam eder.

İkinci tanımlanan algoritmada güç kısıtları daha iyi sağlayabilmeyi hedeflenmiştir. Minimum enerji problemi kullanıcılar arasında çelişkiye yer açmaktadır. Gücü daha fazla azaltmak için bir kullanıcıya daha fazla alt kanal yüklenmelidir. Fakat bu diğer kullanıcılara daha az alt kanal bırakır. Bu çelişkiyi engellemek için BMPT algoritması kullanıcılara tahsis edilecek altkanallara bir üst sınır koyar. BMPT'de tanımlanan $e_{m,j}$ fiyat matrisini kullanmaktadır. Algoritmanın detaylı anlatımı aşağıdaki gibidir

1. Tüm kullanıcılar için $p_m = \inf, \mathcal{K}_m = \emptyset, \mathcal{K}_m^f = k$, olarak tanımla.
2. 4.12 ve 4.13 kullanarak her m kullanıcısı ve j örüntüsü için $e_{m,j}$ hesapla.
3. Eğer $e_{m,j} < \infty$ değerini sağlamayan kullanıcı, örüntü ikilisi varsa algoritma sonlandırılır. Yoksa satır 4'ten itibaren devam edilir
4. Her m kullanıcısı için alt sınır hesabı yapılır $L_m = \min\{|\mathcal{K}_{m,j}|\}$

5. Eğer toplam L_m değeri, $\sum_m L_m$ toplam alt kanal sayısı K 'dan büyükse algoritma sonlandırılır. Değilse satır 6 ve 7 hesaplanır.
6. Her m kullanıcısı için üst sınır $U_m = K - \sum_{m \neq n} L_n$
7. tüm j örüntüleri ve m kullanıcıları için $|\mathcal{K}_{m,j}| > U_m$ durumu için $e_{m,j} = \infty$
8. Eğer satırları arasında algoritmayı sonlandıran bir durum yoksa e' matrisini tüm m kullanıcıları için e' 'nin sırlanmışsı olarak ayarla.
9. $I_m = 0$ olan kullanıcılar arasından $[e^*, m^*] = \max\{e'(m, 2) - e'(m, 1)\}$ sağlayan m^* kullanıcısı bulunur.
10. Eğer $e'(m^*, 1)$ değeri sonsuzdan küçükse aşağıdaki satırlar uygulanır. Değilse algoritma sonlandırılır.
11. Tüm örüntüler arasından $\min\{e_{m^*,j}\}$ 'yi sağlayan j^* örüntüsü bulunur.
12. j^* örüntüsünün tüm alt kanalları \mathcal{K}_{m^*} 'ya eklenir ve \mathcal{K} kümesinden çıkartılır.
13. $I_{m^*} = 1$ yapılır.
14. $\mathcal{K}_{m^*,j^*} \cap \mathcal{K}_{m,j} \neq \emptyset$ olan tüm j örüntüleri için $s_{m,j} = \infty$ yap.
15. Tüm kullanıcılar tahsis edilmiş veya tüm alt kanallar tahsis edilmişse algoritmayı sonlandır.
16. Her kullanıcı için tahsis edilebilirlik matrisi \mathcal{K}_m^f 'yi bul ve kalan alt kanallarla MPD algoritması uygula.
17. Tüm tahsisler bittiği zaman şartlarını kontrol et. Sağlama durumunda başarıımı 1'e sağlamama durumunda başarıımı 0'a eşitle.

Satır 1'de her zamanki başlangıç ayarları yapılır. tüm kullanıcılar için güç değeri yüksek bir sayıya, kullanıcı alt kanal kümesi boş kümeye eşitlenir. Satır 2'de $e_{m,j}$ değerleri hesaplanır. Eğer kullanıcılar içinde $e_{m,j} < \infty$ hiçbir örüntü için sağlanmıyorsa algoritma tanımsızdır ve sonlandırılır. Eğer her kullanıcı için bu şartı sağlayan bir $e_{m,j}$ örüntüsü varsa bu örüntülerin toplam alt kanallardan en küçüğü L_m alt kanal örüntü tahsisinin alt sınırını belirler. Eğer tüm kullanıcıların toplam L_m değerleri toplam alt kanal sayısından büyükse algoritma yine tanımsızdır ve sonlandırılır. Değilse her kullanıcı için üst sınır hesabı yapmak gerekir. Bu hesap her kullanıcı için kendisi dışındaki kullanıcıların alt sınırlarının toplamının toplam alt kanal sayısından

çıkartılmasıdır. Bu U_m üst sınırının üstünde alt kanal içeren örüntüler için $e_{m,j}$ değeri sıfır yapılır. Eğer algoritma tanımsız değilse alt kanal tahsisine devam edilir. Burada fiyat değerlerini sıralamakla başlar. En düşük iki fiyatının farklarının tüm kullanıcılar arasında en yüksek olan m^* kullanıcısı seçilir. Bu kullanıcının en küçük e değeri sonsuzdan küçük olması şartıyla algoritma devam eder ve bu şartı sağlayan j^* örüntüsünü bulur. j^* örüntüsünün tüm alt kanallarını m^* 'ye tahsis eder ve alt kanal kümesi \mathcal{K} 'dan çıkartır. I_{m^*} değeri kullanıcının tekrar tahsis edilmesini önlemek amacıyla 1'e eşitlenir. j^* örüntüsünün içerdiği tüm alt kanallardan herhangi birtanesini içeren bir diğer örüntülerin tümünün fiyatı sonsuza eşitlenir. Tüm kullanıcılar veya alt kanallar tahsis edilmişse algoritma sonlandırılır. Daha sonra kalan alt kanal varsa \mathcal{K}_m^f kümeleri belirlenip MPD algoritması uygulanır. Veri hızı ve güç kısıtlarının sağlanıp sağlanmadığına kontrol edip sağlanması durumunda başarımı 1'e eşitlenir, aksi halde 0'dır.

4.1.4. Benzetim Sonuçları

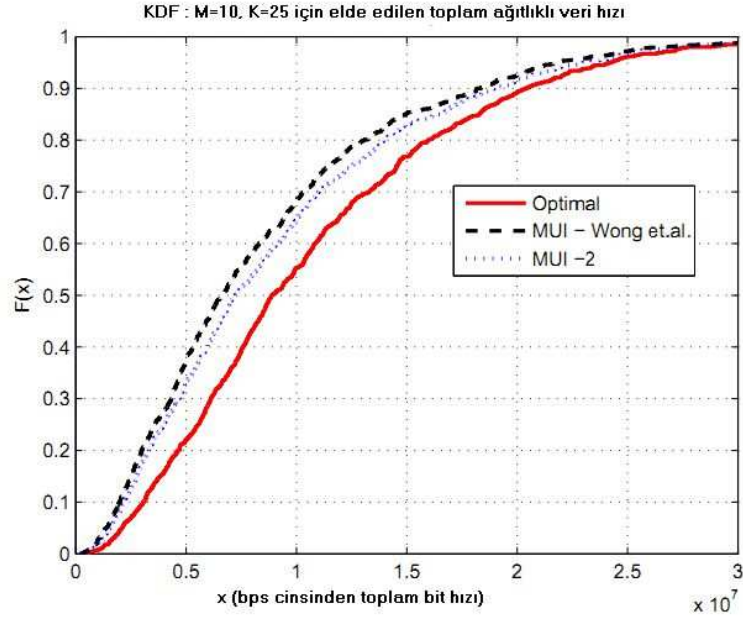
10 Kullanıcılı bir sistem için farklı uzaklık ve sönümlenme değerleri oluşturarak performansları kaydettik ve kümülatif dağılım fonksiyonunu oluşturduk.

4.1.4.1. Ağırlıklı Toplam Veri Hızı:

Şekil 4.1.'de en iyilenmiş çözüm, aç gözlü algoritmalar MUI-1 ve MUI-2 için ağırlıklı toplam veri hızı kümülatif dağılımları verilmiştir. Her optimizasyon için w_m değeri 0 ve 1 arasında eşit dağılım göstermek üzere şekilde değer almaktadır. Sonuçlara bakıldığında önerdiğimiz aç gözlü algoritma aynı karmaşıklığa sahip olmasına rağmen performansı artırarak eniyilenmiş çözüme yaklaşmaktadır. Sayısal sonuçlara göre bu performans artışı (MUI-1 ve MUI-2 arasında) %7 – 8 civarındadır. Her aşamada aç gözlü algoritma için oluşturduğumuz MATLAB kodu sadece gerekli olan kullanıcı alt kanal ikililerinin ödül değerlerini güncelleştirir. Bu ikili tam sayı programlamaya göre 500 kat daha az hesap süresini azaltır.

4.1.4.2. En az Sayıda Alt Kanal:

Şekil 4.2.'de en iyilenmiş çözüm ve BMNS aç gözlü algoritmasının 2 versiyonunun en az sayıdaki alt kanala göre kümülatif dağılım fonksiyonunu vermiştir. Kullanıcı başına düşen veri hızı kısıtı kullanıcı başına 16kbps dir. Toplamda 1000 farklı durum için başarısız ve tanımsız tahsislere yüksek değerlerde fiyat verilerek ayırt edilmeleri sağlanmıştır. Benzetim sonuçlarına göre eniyilenmiş sonuç ve aç gözlü algoritmalar

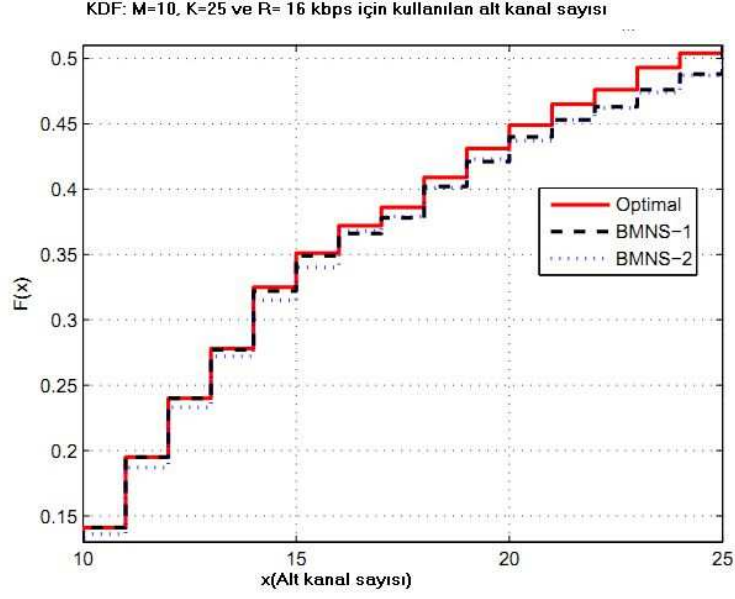


Şekil 4.1.: $M = 10$ ve $K = 25$ için farklı şemaların ağırlıklı toplam veri hızı kümülatif dağılımlarını vermektedir. [12]'daki aç gözlü algoritmaya göre performansta ufak bir artış sağlanmıştır (yaklaşık yüzde 7)

nerdeyse aynı performansı sağlamaktadır. Bu önemli bir sonuçtur çünkü aç gözlü algoritmalar nerdeyse 30-35 kat daha hızlı çalışmaktadır. En iyilenmiş çözümde %51 kadar başarılı tahsise rastlanırken bu değer aç gözlü algoritmalar için %49 (sadece %2 fark var). BMNS-1, BMNS-2'ye göre az bir farkla daha iyi başarımlar göstermektedir. Sonuçlara göre en iyilenmiş çözüm bile %49 oranında tanımsız durumdadır. Bunun sebebi gölgeleme ve sönümleme değerlerinin herhangi bir değer alabilmesidir.

4.1.4.3. En Az Toplam Güç:

Şekil 4.3.'te Eniyilenmiş çözüm ve iki aç gözlü algoritma olan MPD ve BMTP'nin toplam güç harcamalarının kümülatif fonksiyonlarını vermektedir. Bintprog fonksiyonunun hafıza sorunundan dolayı benzetimler $K = 20$ için gerçekleştirilmiştir. BMPT algoritması şaşırtıcı bir şekilde ikili tam sayı programlamaya yakındır. Bunun en önemli sebeplerinden bir tanesi kullanıcılara tahsis edilecek olan alt kanal sayısına bir üst sınır koyulmasıdır. Bu bazı kullanıcıların tekrardan tahsisini önleyerek veri hızı kısıtlarının sağlanabilirliğini artırmaktadır. MPD algoritması hiç güç kısıtı yokmuş gibi

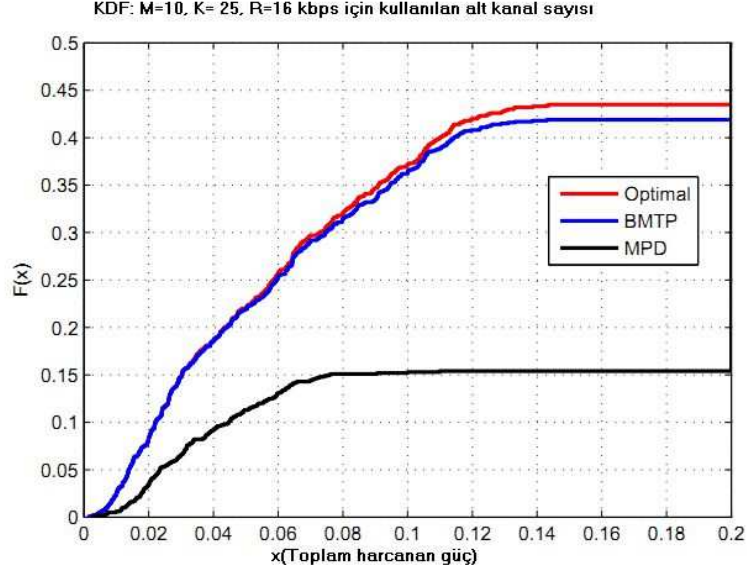


Şekil 4.2.: $M = 10$ ve $K = 25$ için farklı şemaların en az sayıdaki alt kanal sayısına göre kümülatif dağılımlarını vermektedir. Kullanıcı başına düşen veri hızı kısıtı 16kbps dir. Aç gözlü algoritmalar en iyilenmiş çözümlerle nerdeyse aynı sonuç vermektedir.

davranır ve sadece %15 başarımlar sağlar. Eniyilenmiş çözüm ve BMPT algoritmaları %49 civarında başarımlar sağlamaktadır. BMPT hızlı olmasından dolayı bir avantaj sağlar(10 kat daha hızlı). MPD ise eniyilenmiş çözüme göre 300 kat daha hızlıdır.

4.2. Heterojen Kullanıcılar için SC-FDMA Tabanlı Kaynak Tahsisi

Bu çalışmada SC-FDMA sistemi için kaynak tahsisi problemi incelenecektir. Problemi karmaşık hale getiren iki tip kullanıcı çeşitinin olmasıdır. Bu iki grup esnek trafiğe ve esnek olmayan trafiğe sahip kullanıcılar diye ikiye ayrılır. Hedefimiz esnek trafiği olmayan video, ses gibi uygulamaları olan kullanıcıların veri hızı kısıtlarını sağlayarak geri kalan kaynaklarla esnek kullanıcıların veri hızını mümkün olduğunca yükseğe çıkarmaktır. [12]'daki eniyilenmiş çözüm yöntemi için kullanılan ikili tam sayı programlama aynı amaçla bu problem için de uygulanmıştır. Tek hücrede bir baz istasyonu olan sistemde kullanıcılar baz istasyonuna iletim yapmaktadır. Her birinin alt kanal genişliği W_s olan K alt kanal vardır. $\mathcal{K} = \{1, \dots, K\}$ alt kanallar kümesini oluşturur, $\mathcal{M} = \{1, \dots, M\}$ kullanıcılar kümesini oluşturur. Bu küme esnek trafikli



Şekil 4.3.: $M = 10$ ve $K = 20$ için farklı uygulamaların toplam harcanan güce göre kümülatif dağılım fonksiyonlarını vermektedir. Kullanıcı başına düşen veri hızı kısıtı 16kbps dir. BMPT, MPD’yi geride bırakarak eniylenmiş çözümlerle neredeyse aynı performansı elde etmektedir.

kullanıcılar kümesi \mathcal{M}_E ve esnek trafikli olmayan kullanıcılar \mathcal{M}_{NE} olmak üzere iki kesişimi olmayan kümeye bölünür. \mathcal{M}_{NE} kümesindeki tüm kullanıcılar R_m^0 veri hızını talep etmektedir.

m kullanıcısının k alt kanalındaki kanal kazancı $h_{m,k}$ olarak tanımlanır ve bu değer baz istasyonunda bilindiği varsayılır. Baz istasyonu tahsislerin gerçekleştiği yerdir. k 'nın ise alıcıdaki gürültü gücü N_0W_s w dir. Güç kısıtları 2.2'deki çalışmada tanımlanan güç kısıtlarıyla aynıdır ([12]). \mathcal{K}_m m kullanıcısına tahsis edilen alt kanalların toplandığı kümedir. $|\mathcal{K}_m|$ ise bu kümenin kardinalidir ve bu kümede yer alan alt kanalların toplam sayısını ifade eder. Bu durumda m kullanıcısına k alt kanalı tahsis edildiğinde elde edilen veri hızı aşağıdaki gibidir

$$R_{m,k,||m} = \log_2 \left(1 + \min\left(\frac{P^u}{|\mathcal{K}_m|}, P^s\right) \frac{h_{m,k}}{N_0W_s} \right) \quad (4.14)$$

Parametre	Benzetim Değeri	Birimi
r_{cell}	1000	m
yol kaybı	31.5 + 37.6d	dB
Gürültü	-161	dBm/Hz
Gölgeleme	8	dB
W_s	180	kHz
P_S	10	mW
P_u	200	mW

Çizelge 4.1. SC-FDMA kaynak tahsisi sistem parametreleri

Problem şu şekilde ifade edilebilir

$$\max_{\mathcal{K}_1, \dots, \mathcal{K}_m \in \mathbf{K}} \sum_{m \in \mathcal{M}_E} w_m \sum_{k \in \mathcal{K}_m} R_{m,k, \mathcal{K}_m} \quad (4.15)$$

öyle ki,

$$\sum_{k \in \mathcal{K}_m} R_{m,k, \mathcal{K}_m} \geq R_m^0 \forall m \in \mathcal{M}_{NE} \quad (4.16)$$

$$\mathcal{K}_m \cap \mathcal{K}_{m'} = \emptyset, \forall m \neq m', m \in \mathcal{M} \quad (4.17)$$

Bu problemin en iyilenmiş çözümünü elde etmek için ikili tamsayı programlamaya uygun şekilde tekrardan formülize edilmesi gereklidir. Bu durumda 2.2’de olduğu gibi kaynak tahsisi karar vektörü \mathbf{x} , ödül vektörü \mathbf{r} ve kısıt matrisi belirlenmelidir. Kısıt matrisleri 4.16 ve 4.17 2.2’de olduğu gibi linear bir matris denklemi olarak yazılabilir. Bu durumda hedef fonksiyonumuz $\max_x r^T x$ ’e dönüşür. Hedefimiz doğrultusunda bu r ödül vektörünü şu şekilde tanımlayabiliriz

$$r_{m,j} = w_m \sum_{k \in \mathcal{K}_{m,j}} R_{m,k, \mathcal{K}_{m,j}}, \forall m \in \mathcal{M} \quad (4.18)$$

$$r_{m,j} = \begin{cases} 0 & \sum_{k \in \mathcal{K}_{m,j}} R_{m,k, \mathcal{K}_{m,j}} \geq R_m^0 \\ -\inf & \sum_{k \in \mathcal{K}_{m,j}} R_{m,k, \mathcal{K}_{m,j}} < R_m^0 \end{cases}, m \in \mathcal{M}_{NE} \quad (4.19)$$

Bu arada j 2.2’de tanımlanan kullanıcıların örüntü matrisi A_m ’nin kolonlarını temsil eder (örüntüleri). $\mathcal{K}_{m,j}$ ise j örüntüsünde yer alan alt kanallar kümesidir. Eğer \mathcal{M}_{NE} ’de yer alan bir kullanıcı için j örüntüsü eğer veri hızı kısıtı R_m^0 ’ı sağlamıyorsa

değeri $-\inf$ 'e eşitlenir. Çünkü toplam ödülü en fazla yapmak için veri hızı şartını sağlama zorunlu olmalıdır. Eniyilenmiş çözüm MATLAB'ın bintprog fonksiyonu ile çözülebilir fakat çözüm karmaşasından dolayı daha basit algoritmalar da tanımlanmalıdır. Eniyilenmiş çözümü analiz ettikten sonra şu hususlar çıkmıştır 1) esnek olmayan kullanıcılar bandın kenar kısımlarından tahsis edilmiştir. Bu ortada bitişik bir alt kanal kümesi bırakır ki bu da bir veya iki en iyi esnek kullanıcılara verilmiştir. 2) esnek kullanıcılar arasında alt kanallar genelde tek bir kullanıcıya verilmiştir. bunları göz önünde bulundurarak algoritma 3 aşamalı bir kaynak tahsisi gerçekleştirir. İlk aşamada esnek olmayan kullanıcılar için kaynak tahsisi yapılır Burada her \mathcal{M}_{NE} kümesinde yer alan kullanıcı ve örüntü için $s_{m,j}$ fiyat matrisi belirlenir.

$$s_{m,j} = \begin{cases} |\mathcal{K}_{m,j}| & r_{m,j} = 0 \\ \inf & r_{m,j} = -\inf \end{cases}, m \in \mathcal{M}_{NE}, \forall j \in C \quad (4.20)$$

Burada eğer bir örüntü veri hızı kısıtını sağlıyorsa fiyatı 0 örüntüdeki tüm alt kanalların toplam sayısıdır. Sağlamıyorsa değeri sonsuzdur. Algoritma aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

1. $\forall m \in \mathcal{M}_{NE}, \forall j \in C$ için $s_{m,j}$ değerlerini hesapla.
2. 2.2'de belirlenenle aynı olan $\mathcal{K}_m, I_m = 0 \forall m, \|\mathcal{K}^f = \mathcal{K}$ olarak ayarla.
3. tahsis edilmemiş \mathcal{M}_{NE} kullanıcıları arasından en küçük $s_{m,j}$ değerini veren m^* kullanıcıyı bul.
4. $s_{m^*,j} = fiyat_{m^*}^{min}$ değerini veren tüm j örüntülerini bul ve kenara yakın olan tahsise sahip j^* örüntüyü seç.
5. s_{m^*,j^*} değeri sonsuzdan küçükse j örüntüsünün alt kanallarını m^* 'ye tahsil et. \mathcal{K}^f kümesini bu tahsise göre güncelle, I_{m^*} değerini birdaha tahsis olmaması için sıfıra eşitle. j^* örüntüsünde yer alan alt kanallar içeren diğer örüntüler için $s_{m,j}$ değerini sonsuz olarak eşitlenmelidir.
6. 3. aşamadan itibaren algoritmayı tekrarla. Eğer \mathcal{M}_{NE} kümesindeki tüm kullanıcılar tahsis edilmişse bu basamaktan itibaren devam et.

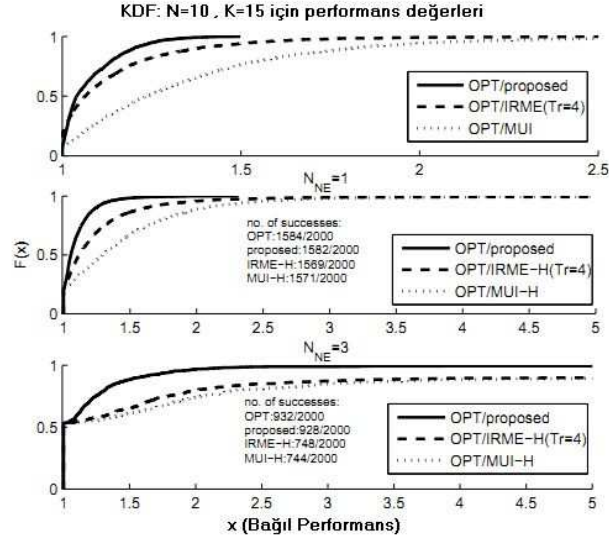
7. Tüm esnek trafiği olmayan kullanıcıların tahsisi bittikten sonra $\mathcal{K}^f \neq \emptyset$ olması durumunda esnek kullanıcılar ve tahsis edilebilir alt kanallar arasından en yüksek $r_{m,j}$ değerine sahip (m^*, j^*) ikilisini bul. m^* kullanıcılarına j^* örüntüsünü tahsis et. $\mathcal{K}_{m^*}^f$, \mathcal{K}_{m^*} ve I_{m^*} 'yi bu tahsise göre güncelle. $\mathcal{K} = \emptyset$ oluncaya kadar devam et.
8. \mathcal{M}_E kümesindeki tüm n kullanıcıları için $I_n = 1$ olması durumunda aşağıdaki basamakları uygula.
9. $k_1 = \min\{\mathcal{K}_n\}$ ve $k_2 = \max\{\mathcal{K}_n\}$ yap
10. Eğer $k_1 < k_2$ ise $\Delta_{1,m}$: k_1 'i n 'den alıp m 'ye verilmesi durumunda elde edilen ağırlıklı veri hızı artışı. $\Delta_{2,m}$: k_2 'i n 'den alıp m 'ye verilmesi durumunda elde edilen ağırlıklı veri hızı artışı. Δ^{max} : k_1, k_2 ve tüm kullanıcılar arasında en yüksek kullanıcı alt kanal ikilisidir. Δ^{max} 'ın sıfırdan büyük olması durumunda bu alt kanalı bu kullanıcıya ver ve tüm güncellemeleri yap. sıfırdan büyük değilse algoritmayı sonlandır.

Karşılaştırmak amacıyla MUI ve IRME algoritmaları heterojen kullanıcılar için adapte edilir. MUI-H ve IRME-H olarak adlandırılan bu algoritmalarda kullanıcı ağırlıkları 1'e eşitlenir. Bu algoritmaların asıllarından farklı kullanıcılar veri hızı kısıtlarını sağladıklarında daha fazla kaynak tahsil etmezler.

4.2.0.4. Benzetim Sonuçları

10 kullanıcının olduğu bir sistem için benzetim sonuçları verilmiştir. Kullanıcı ağırlıkları, uzaklıkları ve sönümlene değerleri için 2000 farklı durum oluşturulur ve kaynak tahsisi gerçekleştirilir. Sonuçlar bir dizide toplanır. En iyilenmiş sonuçlara göre elde edilmiş dizi ile aç gözlü algoritmalar ile elde edilen diziler eleman eleman birbirine bölünür. Bu durumda bağlı performansı gösteren bir dizi elde edilir. Bu dizilerin kümülatif dağılımları çizdirilebilir. Esnek olmayan kullanıcılar için veri hızı kısıtı 90 kbps dir. N_{NE} esnek olmayan kullanıcı sayısını verdiğini varsayarsak Şekil 4.4.'da $N_{NE} = 0,1ve3$ için benzetimler gösterilmiştir. Burada IRME-H için eşik değeri tüm denemeler içinde en iyi sonucu veren $T_r = 4$ olarak alınmıştır. Her üç durum için sunduğumuz algoritma eniyilenmiş çözüme en yakındır. Esnek olmayan kullanıcı sayısı arttıkça algoritma daha iyi performans sağlamaktadır. Bazı kötü kanal durumlarında tanımsız kaynak tahsisleri olabilir. Sayısal sonuçlara bakılırsa 2000 denemede 932, tanımlanan algoritmada ise 928 başarımla gösterilmektedir. Bu değer MUI-H ve IRME-H için sırasıyla 744 ve 748 dir. Tanımlanan algoritma

performans bakımından diğerlerinden bir fark yaratmıştır. Tanımladığımız algoritma bir kaç saniye içinde sonuca ulaşabilir bu da gerçek uygulamalar için uygulanabilirliğini göstermektedir.



Şekil 4.4.: Esnek olmayan kullanıcı sayısının 0,1 ve 3 olduğu durumlar için bağıl performansların kümülatif dağılımları gösterilmektedir. Esnek olmayan kullanıcı sayısı artıkça sunulan algoritma daha iyi başarımlar göstermektedir.

Parametre	Benzetim Değeri	Birimi
r_{cell}	1000	m
yol kaybı	31.5 + 37.6d	dB
Gürültü	-161	dBm/Hz
Gölgeleme	8	dB
W_s	180	kHz
P_S	8.0403	mW
P_u	125.89	mW
K	25	

Çizelge 4.2. Heterojen kullanıcılı bir sistemde kullanılan sistem parametreleri

BÖLÜM 5

5. Kablosuz Çoğa Gönderim Sistemlerinde Dik Frekans Bölmeli Çoklama ile Kaynak Tahsisi Yöntemleri

Yeni nesil genişbant kablosuz sistemlerde en önemli uygulamalardan biri yayın ve çoğa gönderim uygulamalarıdır. IP Radyo Yayını ve Mobil TV bu uygulamalardan bazılarıdır [1]. Bu tür sistemlerde genellikle birden fazla çoğa gönderim grubu vardır ve bir gruptaki her kullanıcının aynı veriyi alması gerekir. Yayın sistemlerinde her kullanıcı tarafından geri bildirim gerektirdiği için ARQ/HARQ teknikleri kullanılamaz. Bu durumda sıradan kipleme ve kodlama teknikleri kullanıldığında erişilebilir kapasite ortamdaki en kötü durumdaki kullanıcı tarafından belirlenir [6]. [6] çalışmasında birden fazla çoğa gönderim grubu olduğu durumda toplam veri hızı maksimize edilmiştir. Ayrıca bazı düşük karmaşıklıkli algoritmalar önerilmiştir. [2] çalışmasında ise toplam veri hızının artırılması için çoklu tanımlı kodlama ¹ tekniklerinden faydalanılmıştır [3]. Daha iyi kanal durumlu kullanıcılar yine aynı yayını, ama daha iyi kaliteyle almaktadırlar. Ancak, bu çalışmalar sonucu kullanıcılar arasındaki adaletsizlikte bir değişiklik görülmemektedir. Kullanıcı sayısı arttıkça en kötü kullanıcının aldığı hizmet kayde değer bir biçimde düşmektedir.

[4] çalışmasında tek veya çoklu gruplu çoğa gönderimde, en kötü kullanıcının veri hızını oldukça artıran bir yöntem bulunmuştur. Bu teknik Reed-Solomon gibi silinti kodlarına dayanmaktadır. Tez çalışmamızın ikinci bölümünde [4] çalışmasını tememl aldık ve döngülü ² bir kaynak tahsis algoritması önderdik. Algoritmamızın hem daha iyi başarımı vardır , hem de daha hızlı çalışmaktadır. Elde ettiğimiz iyileştirmeler grup ve kullanıcı sayısı arttıkça artmaktadır. Kendi çalışmamızı gelecek bölümde anlatmadan önce [4] çalışmasını biraz daha detaylı anlatacağız.

5.1. Dik Frekans Bölmeli Çoğa Gönderim Sistemlerinde Uyarlanabilir Kaynak Tahsisi[Bakanoğlu, [4]]

Bu çalışmada DFBC yönteminin faydalarından yararlanarak çoklu-gruplu çoğa gönderim sistemi veri hızı iyileştirmesi üzerinde durulmuştur. Burada hedef tek bir çoklu yayın grubunun çoklu yayın veri hızını en fazlalaştırıp kullanıcılar arasında

¹Multiple description coding

²iterative

eşitliği sağlamaya çalışırken aynı zamanda birden fazla çoklu yayın grubu sistemi için genel bir çerçeve oluşturmaktır. Bu çalışmada kanala bağlı bilgilerin var olduğu varsayılarak probleme iki aşamada çözüm hedeflenmiştir. Bu çözümün ilk aşaması eşit güçle alt kanal tahsisidir. İkinci aşamada ise ilk aşamadaki elde edilen alt kanal tahsisi sonucuna göre bit tahsisi gerçekleştirmektir. Daha sonrasında grup sayısı artırılarak gruplar arasında eşitlik sağlamak için aç gözlü algoritmalar önerilmiş, bitişik (joint) alt kanal-güç tahsisi gerçekleştirilmiştir.

K kullanıcılı N alt kanallı bir sistemde, alt kanallara eşit güç verildiği varsayılmıştır. Baz istasyonunun P_T toplam gücü vardır ve bu baz istasyonu çoklu yayın grubuna alt kanal ve bit tahsis eder. Bunun için $w_{n,k}$ belirteci vardır. Bu belirteçe göre eğer n alt kanalı k kullanıcıya verildiyse değeri 1 dir, aksi halde 0 dir. c_n değeri, n alt kanalına tahsis edilen bit sayısını ifade eder. Bu tahsis edilen c_n değeri, $c_n \in C = \{1, 2, \dots, M\}$ ayrık kümesinden seçildiği varsayılır. Bu durumda bir alt kanala tahsis edilebilecek bit sayısı en fazla M 'dir. k kullanıcısının veri hızı tahsis edilen bitlerin toplamıdır ($R_k = \sum_{n=1}^N c_n w_{n,k}$). Çoklu yayın grubu veri hızı ise o gruptaki kullanıcıların veri hızının en küçüğüdür. Bu durumda bu değere R denirse, $R = \min \sum_{n=1}^N c_n w_{n,k}$ olarak ifade edilir. Bu değer aynı zamanda Reed-Solomon kodlaması kullanıldığında elde edilebilir çoklu yayın grubu hızıdır. Bu durumda her kullanıcı R bit veri hızını elde edebilir. R_{sum} değerini tüm alt kanalların tahsisi durumunda elde edilebilecek maksimum veri hızı olarak ifade edersek ($R_{sum} = \sum_{n=1}^N c_n$), $R_{sum} = R$ durumunda tüm alt kanallar tüm kullanıcılara tahsis edilmiş demektir. $R_{sum} > R$ olduğunda ise Reed-Solomon kodlaması kullanıldığı varsayılmıştır. Bu durumda R bitlik data R_{sum} bitlik dataya kodlanmış, bu kodlanmış bitler ise ayrıştırılıp farklı alt kanala tahsis edilmiştir. Herhangi bir R bitlik datayı elde edebilen bir kullanıcı bu kodlama yöntemi sayesinde asıl çoklu yayın grubu verisine ulaşabilir.

Bir kullanıcının c_n kadar biti BER bit hata oranıyla, birim kanal kazancıyla alabilmesi için gereken güç $f(c_n, BER)$ ile tanımlanır. Burada BER hedefi belirlenerek sistem güvenilirliği sağlanmaktadır. Bu durumda n alt kanalı hangi kullanıcılara tahsis edilmişse (yani hangi kullanıcıların bu kanalı çözmeleri isteniyorsa) bu kullanıcılar arasından c_n 'i çözmek için gerekli olan en büyük güç P_n olarak hesaplanır ve şu şekilde ifade edilir,

$$P_n(c_n) = \max_k \frac{f(c_n, BER) w_{n,k}}{h_{n,k}^2} \quad (5.1)$$

Kısaca c_n kadar biti tahsis etmek en kötü kullanıcıya bağlıdır. Problem formülasyonu

ise aşağıdaki gibidir.

$$\max_{c_n, w_{n,k}} R \quad (5.2)$$

Öyle ki,

$$\sum_{n=1}^N P_n(c_n) \leq P_T \quad (5.3)$$

$$c_n \in C = \{1, 2, \dots, M\} \forall n \quad (5.4)$$

Burada amaç R 'yi maksimize eden c_n ve $w_{n,k}$ değerlerini bulmaktır. Her kullanıcının en az R bit data elde etmesi gereklidir. Burada eniyelenmiş çözüme ulaşmak için doğrusal olmayan tamsayı programlama önerilmiştir, fakat amaç daha basit çözümler sağlayan algoritmalar bulmaktır. Bunun için bit ve alt kanal tahsisinin ayrı ayrı incelenmesi önerilmiştir. Öncelikli olarak her alt kanala eşit güç tahsis edildiği varsayılarak alt kanal tahsisi gerçekleştirilir ve bu tahsisin bir sonucu olarak daha sonradan bit tahsisine devam edilerek kaynak tahsisi sonuçlandırılır.

Alt kanal tahsisi: Her alt kanala P_t/N eşit güçle iletim yapıldığı varsayılır bu durumda problem şu formülasyonu almaktadır:

$$\max_{c_n, w_{n,k}} \min_k \sum_{n=1}^N c_n w_{n,k} \quad (5.5)$$

$g(BER, P)$ değeri BER bit hata oranı ve P iletim gücü ile elde edilen bit sayısını temsil etsin. Burada $g(BER, P)$ değerini modülasyon tipi belirleyebilir. $\frac{P_T h_{n,k}^2}{N}$ alınan güç olduğunda, BER ile k kullanıcısının n alt kanalında elde ettiği bit sayısı

$$b_{n,k} = \min \left(g(BER, \frac{P_T h_{n,k}^2}{N}), M \right) \quad (5.6)$$

A_n , n alt kanalının tahsis edildiği kullanıcılar kümesi, A_k ise k kullanıcısına tahsis

edilen alt kanallar kümesi olsun. Bu durumda n alt kanalına tahsis edilen bit sayısı,

$$c_n = \min_{k \in A_n} b_{n,k} \quad (5.7)$$

olarak ifade edilebilir. Bu durumda eniyileme problemi

$$\max_{w_{n,k}} \min_k \sum_{n=1}^N c_n w_{n,k} \quad (5.8)$$

ifadesine dönüşür. Bu durumda R_k ve R değerleri sırasıyla aşağıdaki gibi olur

$$R_k = \sum_{n=1}^N \min_{k \in A_n} b_{n,k} w_{n,k} \quad (5.9)$$

$$R = \min_k R_k \quad (5.10)$$

Bu çalışmada az karmaşıklığa sahip döngüsel bir algoritma tanımlanmıştır. Her döngüde bir R_k en düşük veri hızlı kullanıcı belirlenir ve alt kanal tahsisi yapılır. Bu algoritmanın işleyişi aşağıdaki gibi tanımlanır, (SAAU-EP)

1. Tüm n alt kanalları ve k kullanıcıları için $w_{n,k} = 0$, $A_k = \emptyset$ ve $A_n = \emptyset$ olarak ayarla. $j = 1$ ve $R(j) = 0$ olarak ayarla.
2. Tüm k kullanıcıları için $S = \{k | k = \arg \min R_k\}$ 'yı sağlayan S kullanıcı kümesini bul.
3. $|S| > 1$ ise satır 4'e geç, değilse satır 5'e atla.
4. S kümesindeki tüm k kullanıcıları ve tahsis edilmemiş tüm n alt kanallar için $[n^*, k^*] = \arg \max b_{n,k}$ eşitliğini sağlayan n^* ve k^* bul ve $w_{n^*,k^*} = 1$ yap. Satır 6'ya geç.
5. S kümesindeki k^* kullanıcıları için, tüm alt tahsis edilmemiş n alt kanallarıyla, $w_{n,k^*} = 1$ varsayarak $R_{gecici}^n = \min \sum_{n=1}^N \min(b_{n,k} w_{n,k})$ değerini bul. Bu r_{gecici}^n değerini en fazla yapan n^* alt kanalını k^* 'ye tahsis et ($w_{n,k} = 1$).
6. n^* 'ye tahsis edilmiş alt kullanıcıları arasından $b_{n^*,k^{**}} > b_{n^*,k^*}$ değerini sağlayan k^{**} 'yi bul ve $w_{n^*,k^{**}} = 1$ olarak eşitle.
7. $A_{n^*} = A_{n^*} \cup \{k^*, k^{**}\}$, $A_{k^*} = A_{k^*} \cup \{n^*\}$ ve $A_{k^{**}} = A_{k^{**}} \cup \{n^*\}$ olarak güncelle.

8. $R(j) = \min_k (\sum_{n=1}^N \min_{k \in A_n} (b_{n,k}) w_{n,k})$ olarak eşitle ve $j=j+1$ yap.
9. Tüm alt kanallar tüm kullanıcılara tahsis edilmişse döngüden çık. Edilmemişse Satır 2'den devam et.
10. Döngüden çıkıldığında çoklu yayın data hızı $\max R$ olacaktır.

Satır 1'de gerekli olan başlangıç öndeğeri ayarlanır. Satır 2'de en küçük veri hızına sahip kullanıcılar bir S kümesinde toplanır. S kümesinde birden fazla kullanıcı olduğu zaman bu kullanıcılar arasında en yüksek $b_{n,k}$ değerine sahip kullanıcı alt kanal ikilisi seçilir. Eğer S kümesinde bir tane eleman varsa tahsis edilmemiş alt kanallar arasından en yüksek veri hızını sağlayan alt kalan tahsis edilir. Satır 6'da $b_{n^*,k^{**}} > b_{n^*,k^*}$ eşitsizliğini sağlayan k^{**} kullanıcısı varsa belirlenir. Bunun sebebi $b_{n,k}$ değeri daha yüksek olan kullanıcının $b_{n,k}$ kadar biti çözebiliyor olmasıdır. Her döngüde en küçük veri hızı bir R dizisinde tutulmaktadır. Bunun sebebi R her döngüde yükseliş göstermekte daha sonra düşüşe geçmektedir. Bu değeri bir dizide tutup döngü sonrasında en yüksek değerini seçmek çoklu yayın grubu veri hızını verecektir.

LSGA: Bu algorithmada karşılaştırma amacıyla tanımlanmıştır. Tüm alt kanallar tüm kullanıcılara verildiği kabul edilir. Bu durumda her alt kanalda yüklenen biti en düşük kanal kazancına sahip kullanıcı belirler. Bu durumda çoklu yayın veri hızı

$$R = \sum_{n=1}^N \min b_{n,k}, \forall k \in \{1, \dots, K\} \quad (5.11)$$

olarak tanımlanır.

Bit Tahsisi : Burada bit tahsisi üzerinde durulacaktır. Bu aşamada belirli alt kanal tahsisi sonucu oluşan $w_{n,k}$ değerlerine göre bit tahsisi problemi aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\max_{c_n} \min_k \sum_{n=1}^N c_n w_{n,k} \quad (5.12)$$

öyle ki

$$\sum_{n=1}^N \frac{f(c_n, BER_k)}{h_{n,k^*}} \leq P_T \quad (5.13)$$

h_{n,k^*}^2 değeri $\min h_{n,k}^2$, $w_{n,k} = 1$ olduğunda eşittir. Yukarıdaki problemin çözümüne

ulamak amacıyla Levin-Campello algoritmasının bir türevi olan artık güç tahsisi algoritması tanımlanır.

Alt kanal kaynak tahsisinde her alt kanal için P_T/N kadar eşit miktarda güç tahsis ediliyordu. Her alt kanala bitler ise bir ayrık kümeden tahsis ediliyordu, bu sebeple bir miktar güç gereksiz olarak tahsis ediliyordu. Tüm bu artık güçler hesaplanır ve bir P_R değeri olarak bulunur, ve en düşük veri hızı olan kullanıcı belirlenip bu artık güçle o kullanıcıya bir bit daha yüklenir. Algoritma P_R değeri bir bit daha yüklemek için yetersiz olana kadar devam eder. Öncelikle n alt kanalına bir bit daha yüklemek için gerekli olan $\Delta P_n(c)$ değeri tanımlanır.

$$\Delta P_n(c) = \frac{f(c+1) - f(c)}{h_{n,k^*}^2} \quad (5.14)$$

Bu yöntem **RPA** algoritması olarak tanımlanmıştır ve adımları aşağıdaki gibi işler:

1. Belitlenen A_n ve A_k kümeleri için $c_n = \min_{k \in A_n} \min(g(BER_k, \frac{P_T h_{n,k}^2}{N}), M)$ değerini tüm n 'ler için hesapla.
2. $h_n^2 = \min_{k \in A_n} h_{n,k}^2$ olarak hesapla.
3. $P_r = \sum_{n=1}^N (P_T/N - \frac{f(c_n, BER_k)}{h_n^2})$
4. Tüm n değerleri için $\Delta p_n(c_n) = \frac{f(c_n+1) - f(c_n)}{h_n^2}$
5. $k^* = \arg \min R_k$ eşitliğini sağlayan k^* değerini bul.
6. $n^* = \arg \min_{k \in A_{k^*}} \Delta P_n(c_n)$ değerini sağlayan n^* 'yi bul.
7. Eğer $\Delta P_{n^*}(c_{n^*}) \leq P_R$ ve $c_n \neq m$ ise, $P_R = P_R - \Delta P_{n^*}(c_{n^*})$
8. $c_{n^*} = c_{n^*} + 1$ yap ve $\Delta P_{n^*}(c_{n^*})$ tekrar hesapla. Eğer $c_{n^*} = M$ ise $P_{n^*}(c_{n^*}) = \infty$
9. Eğer $P_{n^*}(c_{n^*}) > P_R$ ise algoritma durdurulur. Değilse 5. satıra dönüp döngüsel işleme devam eder.
10. algoritma döngüden çıktığında çoklu yayın veri hızı $R = \min_k (\sum_{n=1}^N c_n m w_{n,k})$ olarak hesaplanır

5.1.1. Birden Fazla Çoklu Yayın Grubu için Kaynak Tahsisi

Toplamda g çoklu yayın grubunun olduğu bir sistem varsayılmıştır. Her grupta K_g kullanıcı vardır. Bir kullanıcı birden fazla gruba dahil olabilir. Tek gruplu çoklu yayın sistem için tanımlanan sistem modeli burda da geçerlidir. Toplamda N alt kanal vardır. $w_{n,k}$ bir alt kanalın bir kullanıcıya, $\delta_{n,g}$ ise gruba ait olduğunu belirtir. S^g , g grubundaki kullanıcıların kümesidir. Bu durumda bir grubun çoklu yayın veri hızı $R_g = \min_{S^g} \sum_{n=1}^N c_n^g w_{n,k} \delta_{n,k}$ olarak hesaplanır. c_n^g yine ayrık bir kümeden seçilecektir. n alt kanalına tahsis edilen güç $\max_{k,g} \left(\frac{f(c_n, BER^g) w_{n,k} \delta_{n,g}}{h_{n,k}^2} \right) \leq P_n$ olarak hesaplanır.

Her çoklu yayın grubunun bir hedef çoklu yayın veri hızı R_T^g vardır. Çoklu yayın grubu veri hızının, bu hedef veri hızına olan oranını aldığımızda ve buna α dediğimizde, şu şekilde ifade edebiliriz.

$$\alpha = \min_g \frac{R^g}{R_T^g} \quad (5.15)$$

Hedefimiz sistemin toplam veri hızı yüksek değerlere çıkarmak ve gruplar arasında eşitliği sağlamaktır. Bunun için α 'yı maksimize etmek hedefe götürecektir. Bu durumda en iyileme problemi şu formu alır

$$\max_{w_{n,k}, \delta_{g,n}, c_n^g} \alpha \quad (5.16)$$

Öyle ki

$$\sum_{n=1}^N P_n \leq P_T \quad (5.17)$$

$$\sum_{g=1}^G \delta_{n,g}^g = 1 \quad (5.18)$$

$$c_n \in C = \{1, 2, \dots, M\} \quad (5.19)$$

Aç Gözlü Algoritma :(GA) Her alt kanal için eşit güçte tahsis yapıldığı varsayılarak (P_T/N) . g grubunda yer alan n alt kanalının bit sayısı c_n^g olarak ifade edilir ve $c_n^g = \min_{k \in S^g} b_{n,k}$ olarak hesaplanır. Bu durumda grubun çoklu yayın veri hızı şu şekilde

hesaplanır,

$$R^g = \min_{k \in S^g} \sum_{n=1}^N c_n^g \delta_{n,g} \quad (5.20)$$

A_n^g , g grubunda n alt kanalına atanan kullanıcıların kümesi olsun. D^g ise g grubundaki alt kanalları ifade etsin. Gruplar arası alt kanal tahsisi **SAAS** adı verilen bir algoritma ile gerçekleştirilir. Bu algoritma **GA** olarak tanımlanan algoritma için bir başlangıç rolü oynar. Döngüsel olarak işleyen **SAAS** algoritması her döngüde en küçük R^g/R_T^g grubuna alt kanal tahsisi yapar. Bunun için tahsis edilmemiş alt kanallar arasından c_{n^*} değeri en yüksek olanı seçer. Algoritma basamakları şu şekildedir:

1. Tüm n ve g için $\delta_n = 0$ ve $D^g = \emptyset$ olsun.
2. $R^g = 0$ olarak tanımla.
3. $g^* = \arg \min(R^g/R_T^g)$ eşitliğini sağlayan g^* grubunu bul.
4. Eğer birden fazla g^* değeri varsa $g^* = \arg \min R_T^g$ olsun.
5. Tüm tahsis edilmemiş alt kanallar arasından $n^* = \arg \max c_n^g$ sağlayan alt kanalı bul.
6. $g_{n^*,g^*} = 1$, $D^{g^*} = D^{g^*} \cup \{n^*\}$ yap ve R^{g^*} 'yi 5.20'a göre hesapla.
7. Eğer grupların tümü tahsis edilmişse algoritmayı sonlandır. Aksi halde satır 3'den devam et.

GA algoritmasının basamakları şu şekilde verilir:

1. **SAAS** kullanarak tüm gruplar için D^g kümelerini bul.
2. Bulunan D^g kümesi için **SAAU-EP** ve **RPA** uygulayarak A_n^g ve R^g kümelerini elde et.
3. $\alpha = \min_g R^g/R_T^g$
4. Tüm g grupları arasından $g^{max} = \arg \max_g R^g/R_T^g$, $g^{min} = \arg \min_g R^g/R_T^g$ bul ve $n^* = \arg \min_{n \in A_n^{g^{max}}} c_n$ olarak bul.

5. Geçici bir D_{gecici}^g kümesi belirle. g^{max} ve g^{min} hariç tüm gruplar için $D_{gecici}^g = D^g$ olsun. $D_{gecici}^{g^{min}} = D^{g^{min}} \cup \{n^*\}$, $D_{gecici}^{g^{maks}} = D^{g^{maks}} \setminus \{n^*\}$ olarak yap.
6. Elde edilen D_{gecici}^g 'ye göre **SAAU-EP** ve **RPA** uygulayarak $(A_{gecici})_n^n$ ve R_{gecici}^g hesapla.
7. $IMP = \min_g R_{gecici}^g / R_T^g - \alpha$ olarak hesapla.
8. Eğer $IMP > 0$ ise $D^g = D_{gecici}^g$, $A_n^g = (A_{gecici})_n^n$, ve $R^g = R_{gecici}^g$ olarak ayarlanır ve 3. satırdan devam edilir. Değil ise algoritma sonlandırılır.

Bir sonraki bölümde [4] çalışmasında önerilen algoritmadan daha hızlı çalışan döngülü bir algoritma önereceğiz. Bu önereceğimiz algoritma tek çoklu yayın grubu için **SAAU-EP +RPA** ile benzer başarımda olacaktır ancak birden fazla çoklu yayın grubu olan durumda karmaşıklığı kadar başarımları da iyi olacaktır.

BÖLÜM 6

6. Çoklu Yayın Kablosuz Ağlarda Kaynak Tahsisi

6.1. Problem Formülasyonu

1 Baz istasyonu ve K kullanıcı içeren bir sistemde, kullanıcılar G gruba dağılmıştır. Bant genişliği ise N alt kanala bölünmüş ve bu alt kanallar kullanıcılar arasında paylaştırılmıştır. k kullanıcısının N alt kanalındaki kanal kazancı $h_{n,k}$ olarak verilmiştir. Bu değer kaynak tahsisini yaptığı varsayılan baz istasyonu tarafından bilindiği varsayılmıştır. Bu baz istasyonunun aynı zamanda bir toplam güç kısıtı vardır ve P^T ile ifade edilir. $R^{g,T}$ ve R^g sırasıyla g grubunun hedef ve elde ettiği çoklu yayın veri hızıdır. Baz istasyonunun hedefi

$$\alpha = \min_g \left\{ \frac{R^g}{R^{g,T}} \right\} \quad (6.1)$$

değerini en yükseğe çıkarmaktır. Baz istasyonunun diğer hedefleri ise gruplar arası orantısal eşitliği sağlamak ve grubun çoklu yayın veri hızı ve çoklu yayın hedef veri hızını mümkün olduğunca birbirine yaklaştırmaktır. Kaynak tahsisi problemimiz 1) hangi alt kanalın hangi gruba verileceği 2) o alt kanalın o gruptaki hangi kullanıcılar tarafından çözümleneceği 3) her alt kanalda ne kadar bit ile iletim yapılacağı içermektedir. Bunun için belirteçler oluşturulur, $\delta(n, g)$ değerinin 1 olması durumunda n alt kanalı g grubuna tahsis edilmiş demektir. S^g , g grubunda yer alan kullanıcılar kümesidir. $w_{n,k}$ değeri n alt kanalının k kullanıcısı tarafından çözümlenmesi durumunda 1 değerini alır. c_n ise n alt kanalına tahsis edilen bit sayısını verir ve $C = [C^1, C^2, \dots, C^M]$ ayrık kümesinden seçilir. C^M , n alt kanalına yüklenebilecek maksimum bit sayısıdır.

g grubunda k kullanıcısının veri hızı $R_k^g = \sum_{n=1}^N c_n w_{n,k} \delta_{n,g}$, k kullanıcısına tahsis edilen bitlerin toplamı olarak ifade edilir. $b_{n,k}$ daki gibi ifade edilebilir. Bu durumda $\delta_{n,g}$ değerinin 1 olması halinde $w_{n,k} = I(b_{n,k} \leq c_n)$ dir. g grubunun çoklu yayın datası şu şekilde ifade edilebilir

$$R^g = \min_{k \in S^g} \sum_{n=1}^N c_n w_{n,k} \delta_{n,g} \quad (6.2)$$

Herhangi bir kullanıcının c_n kadar veriyi çözümebilmesi için gerekli olan güç miktarı $f(c_n, BER)$ 'dir. Bu durumda

$$\max\left\{\frac{f(c_n, BER)w_{n,k}\delta_{n,g}}{h_{n,k}^2}\right\} \leq P_n \quad (6.3)$$

P_n, c_n kadar biti çözebilecek kadar yeterli olmalıdır. Optimizasyon problemi şu şekilde ifade edilebilir

$$\max_{w_{n,k}, \delta_{n,g}, c_n^g} \left\{ \alpha = \min_g \left\{ \frac{\min_{k \in S^g} \sum_{n=1}^N c_n w_{n,k} \delta_{n,g}}{R^{g,T}} \right\} \right\} \quad (6.4)$$

Öyle ki,

$$\sum_{n=1}^N P_n \leq P_T \quad (6.5)$$

$$\sum_{g=1}^G \delta_{n,g}^g = 1, \forall n \quad (6.6)$$

$$c_n \in C = \{C^1, C^2, \dots, C^M\}, \forall n, g \quad (6.7)$$

6.6'daki ifade de her alt kanalın yalnızca bir çoklu yayın grubuna tahsis edilebileceğini göstermektedir. Bu problemi çözmek için alt kanal ve bit tahsisi bitişik olarak çözülmüştür. Alt kanal tahsisi önce çoklu yayın grupları arasında $\delta_{n,g}$ daha sonra bu gurpların içinde yer alan kullanıcılar arasında $w_{n,k}$ tahsis edilmiştir. Karmaşası düşük olarak tanımlanan algoritma üç aşamalı bir algoritmadır. İlk aşamada alt kanallar çoklu yayın gurpları arasında dağılır. İkinci aşamada çoklu yayın veri hızını artırmak için döngüsel bir yöntem izlenir. Son aşamada ise artık güç hesaplanır ve alt kanallara fazladan bit yüklenir.

Önerilen ISBM¹ Algoritması

1. Tüm n ve k için eşit güç tahsisi yapıldığını varsayarak $b_{n,k}$ değerlerini hesapla. a^{max} değeri oluştur ve sıfıra eşitle.
2. $m = 1$ 'den $m = M$ 'ye kadar tüm değerler için 3'den 8'e kadar olan tüm basamakları uygula.
3. Her n ve g değeri için $\delta_{n,g} = 0$ yap. Tüm n, k değerleri için $w_{n,k} = 0$ ve her n

¹Iterative Subchannel and Bit Allocation for Multigroup Multicast

için $c_n = C^m$ olarak belirle.

4. $n = 1$ 'den $n = N$ 'ye kadar tüm değerler için 5'den 7'e kadar olan tüm basamakları uygula.
5. En küçük veri hızına sahip g^* grubunu bul ($g^* = \arg \min_g (R^g / R^{g,T})$)
6. Bu gruba n alt kanalını ata ve grup içinde yer alan kullanıcılardan $b_{n,k} \geq C^m$ şartını sağlayan kullanıcılara bu alt kanalı ata.
7. 6.2 kullanarak R^{g^*} 'u güncelleştir.
8. 6.1 kullanarak α 'yı hesapla eğer $\alpha > \alpha^{max}$ ise $C^{best} = C^m$
9. Tüm n için $c_n = C^{best}$ olarak ayarla ve satır 2-8 arasını tekrarla.
10. Eğer bir gelişme varsa $n = 1$ 'den $n = N$ 'ye kadar tüm n değerleri için aşağıdaki basamakları uygula
11. n 'nin ait olduğu grubu bul ve bu grup içerisinde en düşük veri hızına sahip k^* kullanıcıyı bul.
12. $C^m < b_{n,k}$ değerlerini sağlayacak şekilde $C^{max} = \max_{C^1, \dots, C^M}$ değerini bul.
13. $maxveri = R^{g^*}$ olarak ayarla
14. Tüm $C^m \leq C^{max}$ değerini sağlayan kullanıcılar için basamaklarını uygula
15. $w'_{n,k} = w_{n,k}$ olacak şekilde ayarla
16. $w'_{n,k} = Ib_{n,k} \geq C^m, \forall k \in$ olacak şekilde ayarla
17. Eğer $\min_{k \in S^g} \sum_{n=1}^N c_n w'_{n,k} \delta_{n,g} \geq maxveri$ ise $C^{best} = C^m$ olarak ayarla $w_{n,k}$ 'yi S^{g^*} deki tüm k 'lere ve $c_n = C^{best}$ 'e göre güncelleştir. en küçük $R^{g,T} / R^g$ değerine sahip g^{min} grubunu bul satırlarını tekrarla.
18. artık gücü eklemek için bölüm 4.1 de kullanılan RPA algoritması kullanılır.

6.1.1. Tek çoklu yayın grupları

Literatürde grup sayısının sadece bir olduğu basit algoritmalar üzerinde durulmuştur.

1. **SAAU-EP+RPA**: Bu algoritma [4] çalışmasında sunuldu ve açıklaması önceki bölümde bulunabilir.

2. Least Subchannel Gain Allocation (**LSGA**): **LSGA** bütün altkanalları bütün kullanıcılara verir (yani $w_{n,k} = 1, \forall n, k$), o nedenle her altkanaldaki veri hızı en kötü kullanıcı tarafından belirlenir, basit ama oldukça başarısız bir algoritmadır. Bunun üzerine **RPA** uygulanarak artık güç kullanılabilir ve başarımlar artırılabilir.
3. **Minsum** [2]: Bu algoritma kullanıcıların toplam veri hızını enbüyüklemeyi amaçlar. Bu nedenle sistem çoğa gönderim veri hızı açısından başarısızdır.
4. Equal Bit Algorithm (**Equalc**): Burada her alt kanalın eş bit sayısı ile iletim yaptığı varsayılır ($c = c_1 = c_2 \dots = c_N$). Bir kullanıcı için $b_{n,k} > c$ ise $w_{n,k} = 1$ olur. $\{C^1, C^2, \dots, C^M\}$ kümesinin bütün elemanlarını deneriz ve en iyisini buluruz. Bunun üzerine **RPA** uygulanabilir.

Eşit Bit Algoritması:

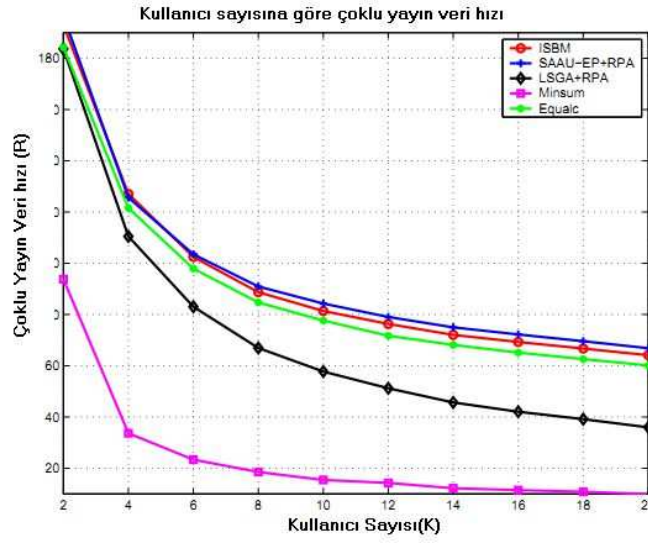
1. $R^{max} = 0$ ve $C^{best} = 0$ olarak ayarla
2. 1'den M'ye kadar olan tüm m sayıları için 3-4 basamakları uygula
3. $c_n = C^m$ olsun $w_{n,k} = I b_{n,k} \geq C^m$
4. 6.2 kullanarak R 'yi hesapla. Eğer $R > R^{max}$ ise $R^{max} = R$ ve $C^{best} = C^m$
5. $c_n = C^{best}$ olarak ayarla ve $w_{n,k} = I b_{n,k} \geq C^m$
6. 6.2 kullanarak R 'yi hesapla.
7. RPA algoritmasıyla artık güç ile bit tahsisi gerçekleştir.

6.1.2. Benzetim Sonuçları

Tanımlanan algoritmalar için benzetim sonuçları Şekil 6.1.'de gösterilmiştir. Kullanıcılar 1 yarıçaplı daire içine rasgele dağıtılmışlardır. Gürültü gücü 1 W'dır. Yol kaybı katsayısı 4 olan frekans seçici bir kanal varsayılmıştır, Bu sistemde kullanılan modülasyon yöntemi M-dizili QAM dir. İstenen bit sayısına karşılık gelen alıcıdaki güç $f(c_n, BER) = \frac{N_0}{3} [Q^{-1}(BER/4)]^2 (2^{c_n} - 1)$ formülüne göre bulunur². Alt kanal sayısı 128, grup sayısı 1 ve güç kısıtı P^T 1000 ve BER değeri 10^{-6} alınmıştır. Altkanallardaki bit sayıları $C = \{0.53, 0.79, 1.58, 3.17, 4.75, 6.34, 9.50, 12.67, 14.26, 15.84\}$ kümesinden seçilir.

² $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt$

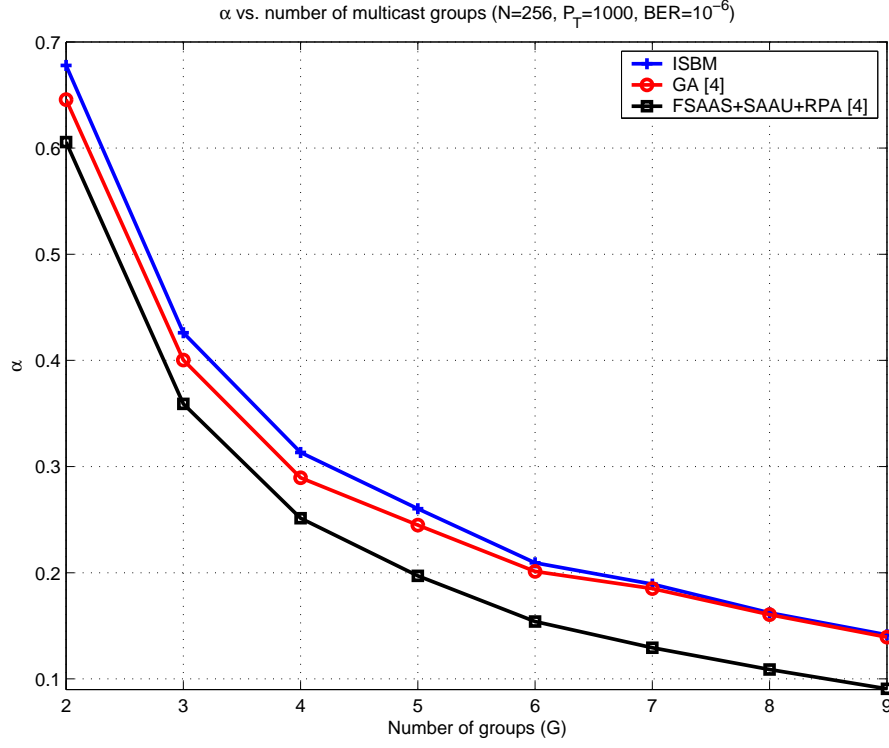
Şekil 6.1.'de tek bir çoğa gönderim grubu için benzetim sonuçları görülmektedir. Sonuçlardan, önerdiğimiz **ISBM**'nin neredeyse **SAAU-EP+RPA** [4] ile aynı başarımda olduğu görülüyor. Algoritmamızın avantajı ise neredeyse 3 kat daha az çalışma süresi olmasıdır(bunu ölçebilmek için iki algoritma da mümkün olduğu kadar verimli kodlanmaya çalışılmıştır.) **Equalc** algoritmasının da neredeyse bu iki algoritma kadar iyi olduğu görülmüştür, ki bu algoritmanın çalışma süresi **ISBM** ve **SAAU-EP+RPA**'ye göre çok daha azdır. **LSGA+RPA** ve **MinSum** algoritmaları ise çok daha kötü başarıma sahiptirler.



Şekil 6.1.: $G = 1$ (Tek grup), $N = 128$, $P^T = 1000$ ve $BER = 10^{-6}$ için farklı algoritmaların çoklu yayın veri hızına göre benzetim sonuçları

Şekil 6.2. birden fazla çoğa gönderim grubu içeren durumda başarımları göstermektedir. Grup sayısı 2den 9a kadar artmaktadır. Grupların veri hızı hedefleri 50 ve 150 bit arasında değişmektedir. Her kullanıcı bir grubun 1/2 ihtimalle üyesi olabilir. **ISBM** (önerilen algoritma), **GA** [4] ve **FSAAS+SAAU+RPA** [4] algoritmalarını karşılaştırdık. Son algoritma karşılaştırma amaçlıdır ve her grup kendi hedef veri hızı ile orantılı sayıda altkanal alır ($\frac{R^{T,g}}{\sum_{g=1}^G R^{T,g}}$) ve bunun üzerine her grup için **SAAU-EP** ve **RPA** uygulanır. Yüksek sayıda grup olduğunda **ISBM** **FSAAS+SAAU+RPA** algoritmasına göre %50 daha iyidir. **GA** ise **ISBM**'ye daha yakındır ama 3-4 kat daha

uzun sürede çalışır.



Şekil 6.2.: α vs. çoğa gönderim grup sayısı. Önerilen algoritma GA'ya [4] göre hem daha az karmaşık, hem de daha başarılıdır

BÖLÜM 7

7. Sonuçlar ve Yorumlar

Bu çalışmada genişbant hücresel erişim sistemlerindeki çok kanallı iletimde kaynak tahsisi problemi üzerinde durduk. Tez iki bölüme ayrılabilir. İlk bölümde kullanıcılardan baz istasyonuna, ikinci bölümde ise bir baz istasyonundan çok sayıda kullanıcıya olan iletim ele alındı. Birinci kısımda her kullanıcının farklı bir veri gönderdiği, ikinci kısımda ise bir gruptaki kullanıcıların aynı veriyi aldıkları sistem incelendi. İlk kısımda Tek Taşıyıcı Frekans Bölmeli Çoklu Erişim (TT/FBÇE) sisteminde kanal tahsisi problemi için karmaşıklığı çok olmayan ama literatürdeki benzerlerine göre daha iyi başarımlar sağlamaktadır. Elastik olmayan trafik kullanıcılarının veri hızı kısıtları sağlandıktan sonra elastik olmayan trafik kullanıcılarına daha fazla kaynak ayrılabilir. İkinci kısımda ise çoğa gönderim gruplarından oluşan kullanıcılara bir baz istasyonundan veri aktarılan bir sistemi ele aldık. Burada alt kanalları gruplar arasında paylaşmak ve her altkanala yüklenecek bit sayısını belirlemek için literatürdekilerden daha kötü başarımlar olmayan ama daha hızlı çalışan bir algoritma öne sürdük.

Önümüzdeki dönemde bu tezdeki çalışmalar çeşitli yönlerde geliştirilebilir. TT/FBÇE açısından bakarsak bu çalışmayı röleli sistemler için genişletmek mümkündür. Bunun yanında bu kiplenme tekniğinin daha gerçekçi fiziksel katman simülasyonlarını yapıp gerçekten OFDM'e göre avantaj sağlayıp sağlamadığını görmek faydalı olabilir. Zira , bu tekniğin aslında çok büyük faydalar sağlamadığına yönelik iddialar vardır.

Çoğa gönderim ile ilgili çalışmamız ise yine röleli sistemler için veya çok sayıda baz istasyonundan yapılan koordineli iletim için genişletilebilir. Her altkanalda kaç bit iletileceğinin yanısıra, hangi altkanalı hangi ileticinin kullanacağı veya baz ve rölelerde güç tahsislerinin nasıl yapılacağı problemleri ilginç ve bir o kadar da zor problemlerdir.

KAYNAKLAR

- [1] Tao Jiang; Weidong Xiang; Hsiao-Hwa Chen; Qiang Ni; , "Multicast Broadcast Services Support in OFDMA-Based WiMAX Systems [Advances in Mobile Multimedia]," Communications Magazine, IEEE , vol.45, no.8, pp.78-86, August 2007
- [2] C. Suh, J. Mo "Resource Allocation for Multicast Services in Multicarrier Wireless Communications " IEEE Trans. on Wireless Com., Vol. 7, No. 1, Jan. 08
- [3] J. Wolf, A. Wyner and J. Ziv,"source coding for multiple descriptions"
- [4] K. Bakanoglu, W. Minquan, L. Hang, M. Saurabh"Adaptive Resource Allocation in Multicast OFDMA Systems" WCNC 10
- [5] Jin Jin; Baochun Li; , "Cooperative multicast scheduling with random network coding in WiMAX," Quality of Service, 2009. IWQoS. 17th International Workshop on , vol., no., pp.1-9, 13-15 July 2009
- [6] Juan Liu; Wei Chen; Zhigang Cao; Letaief, K.B.; , "Dynamic Power and Sub-Carrier Allocation for OFDMA-Based Wireless Multicast Systems," Communications, 2008. ICC '08. IEEE International Conference on , vol., no., pp.2607-2611, 19-23 May 2008
- [7] Yao Ma; Letaief, K.; Zhengdao Wang; Murch, R.; Zhiqiang Wu; , "Multiple Description Coding-Based Optimal Resource Allocation for OFDMA Multicast Service," GLOBECOM 2010, 2010 IEEE Global Telecommunications Conference , vol., no., pp.1-5, 6-10 Dec. 2010
- [8] J. Campello, "Discrete Bit Loading for Multicarrier Modulation Systems", Ph. D dissertations, Stanford, 1997.
- [9] Y. Wang; S. Jain; M. Martonosi; K. Fall, "Eerasure-Coding Based Routing for Opportunistic Networks", SigComm 2005, pp. 229-236, 22-26 Aug 2005
- [10] R.J. Serfling, "Approximation Theorems of Mathematical Statistics", Wiley Series in Probability and Statistics, 1980
- [11]
- [12] I. Wong,O. Oteri and W. McCoy, "Optimal Resource Allocation in Uplink SC-FDMA Systems" IEEE Trans. on Wireless Com.,VOL 8, NO. 5, May 2009
- [13] Hyung G. Muyung and David J. Goodman "Single Carrier FDMA, A New Air Interface for Long Term Evolution" Wiley Series on Wireless Communications and Mobile Computing 2008.

- [14] T. Shi "Capacity of a single carrier system with frequency domain equalization"IEEE CASSET'04,vol 2,pp 439-432, june 2004
- [15] 3GPP R1-050718 "Simulation methodology for EUTRA UL:IFDMA and DFT spread ODFMA " Sep. 2005
- [16] Fang Liu, Xiaoming She, Lan Chen, Hiroyuki Otsuka "Improved Recursive Maximum Expansion Scheduling Algorithms for Uplink Single Carrier FDMA System"
- [17] L. Ruiz de Temino et al "Channel-aware scheduling algorithms for SC-FDMA in LTE uplink" IEEE 19th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, Sept. 2008



**TÜBİTAK
PROJE ÖZET BİLGİ FORMU**

Proje No: 108e208
Proje Başlığı: İşbirlikli Kablosuz Haberleşmede Dik Frekans Bölmeli Çoklrama (OFDM)-Tabanlı Özkaynak Tahsisi
Proje Yürütücüsü ve Araştırmacılar: Yürütücü: Tolga Girici Araştırmacılar: Onur Kaya ve Ayşe Melda Yüksel
Projenin Yürütüldüğü Kuruluş ve Adresi: TOBB Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesi Söğütözü Cad No 43, Söğütözü 06560 Ankara
Destekleyen Kuruluş(ların) Adı ve Adresi: TÜBİTAK 1001 PROGRAMI
Projenin Başlangıç ve Bitiş Tarihleri: 01/02/2009 – 31/07/2011
Öz (en çok 70 kelime) <p>Bu projede bir baz istasyonundan kullanıcılara ve kullanıcılardan baz istasyonuna olan OFDM tabanlı iletim incelenir. Baz istasyonu veya kullanıcılar röle istasyonu veya başka kullanıcılar üzerinden alıcılara veri aktarır. Projenin amacı 1) güç zaman ve kanalları kullanarak kapasite ve enerji verimliliğini artırmak 2) iki ve daha fazla kullanıcının karşılıklı yardımlaştığı sistemlerin kapasitesini bulmak 3) Bir kanalı birden fazla kullanıcının paylaştığı girişimli sistemlerin kapasitesini elde etmektir. Projenin genelinde eniyileme tabanlı ve enformasyon kuramsal bir yaklaşım izlenmiştir.</p>
Anahtar Kelimeler: Kablosuz İletişim, İşbirlikçi İletişim, Röle, OFDMA, Öz Kaynak Tahsisi, Güç, Alt Taşıyıcı, Girişim Kanalı, Enformasyon Kuramı, Eniyileme
Fikri Ürün Bildirim Formu Sunuldu mu? Evet <input type="checkbox"/> Gerekli Değil <input checked="" type="checkbox"/> Fikri Ürün Bildirim Formu'nun tesliminden sonra 3 ay içerisinde patent başvurusu yapılmalıdır.

Projeden Yapılan Yayınlar:

- 1) F. I. Sokmen, T. Girici, 'Energy-Efficient Resource Allocation in Cooperative OFDMA Systems', Yayınlandı, 5th International Wireless Internet Conference, WiCON 2010, March 1-3 Singapore .
- 2) F. I. Sokmen, T. Girici, 'Uplink Resource Allocation Algorithms for Single-Carrier FDMA Systems', Yayınlandı, 16th European Wireless Conference, EW 2010, Lucca-Italy, April 12-15 2010
- 3) A. S. Ünal , F. M. Özçelik, A. M. Yüksel , 'Yarı Çift Yönlü Röleli Girişim Kanallarında Kesinti Olasılığı /Outage Analysis for Half-duplex Interference Relay Channels', IEEE 18th Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU-2010), Diyarbakır, 22-24 Nisan 2010
- 4) T. Girici, Ö. Özel, E. Uysal-Bıyıkoğlu, " Buffer Sharing on an OFDMA Downlink", Kabul edildi, IEEE Personal Indoor and Mobile Radio Communications Conference, PIMRC 2010, Istanbul Turkey October, 2010
- 5) S. Bakim, O. Kaya. "Achievable Rates for Two User Cooperative OFDMA" In Proc. IEEE Globecom, Miami, FL December 2010.
- 6) A. Ö. Işıkman, M. Yüksel, "Minimum Common Outage Probability for the Broadcast Relay Channel", International Wireless Communications and Mobile Computing Conference, Temmuz 2011
- 7) F. İ. Sökmen, T. Girici, "Resource Allocation in OFDMA-Based Multicast Systems", ISWCS 2011, Aachen , Germany 2011
- 8) A. Ö. Işıkman, M. Yüksel, "Röleli Yayınlama Kanalı için En Küçük Ortak Kesinti Olasılığı", Aselsan Haberleşme Çalıştayı, Ekim 2011
- 9) S. Bakim and O. Kaya. Cooperative Strategies and Achievable Rates for Two User OFDMA Channels. IEEE Transactions on Wireless Communications, 10(12):4029--4034, Dec 2011.
- 10) S. Bakim, O. Kaya, "Optimum power control for transmitter cooperation in ofdma based wireless networks". IEEE Global Communications Conference, Workshop on Multicell Cooperation (2011b).
- 11) S. Bakşi, O. Kaya and Türker Bıyıkoğlu. Optimal and Near-Optimal Partner Selection Algorithms in Cooperative OFDMA. Kabul edildi,, in Proc IEEE Wireless Communications and Networking Conference, Paris, France, Apr. 2012